

Consideraciones sobre la resistencia al flujo en canales. Estudio de caso: canal experimental del CIH

Yoel Martínez-González
Eric Cabrera-Estupiñán

Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Cuba

En el presente trabajo se realiza un análisis hidrodinámico de la operación del canal experimental del Centro de Investigaciones Hidráulicas (CIH), Cuba. Se presta especial atención a la resistencia al flujo de la conducción al estudiar una serie de expresiones para la estimación de la velocidad media de circulación provenientes de la mecánica de los fluidos para conducciones libres, con un basamento empírico y teórico tales como la popular ecuación de Manning (1891) y la propuesta por Keulegan (1938), citadas por Chow (1959), así como la generalización de esta última desarrollada por Aldama y Ocón (2002), basadas éstas en la distribución logarítmica de velocidades. Al considerar el empleo de este tipo de distribución, el principal problema radica en la determinación cuantitativa del parámetro κ , para lo cual se presenta la corrección de Talmaza (1968), en vistas de una mejor estimación de la resistencia al flujo. Los autores proponen una fórmula potencial para la estimación de la velocidad media de circulación que incluye como caso particular la citada expresión de Manning (1891), y además se valida un modelo de flujo no estacionario en dicha instalación, el cual está basado en las ecuaciones de Saint Venant (1871), citadas por Chow et al. (1994), las cuales son resueltas con el método de los elementos finitos, según la estrategia de Szymkiewicz (1995).

Palabras clave: Saint Venant, resistencia al flujo, canal, distribución de velocidad.

Introducción

La formulación de Manning para la estimación de la resistencia al flujo en conducciones libres es, sin lugar a dudas, una de las más utilizadas en el mundo con este fin. De acuerdo con Fischenich (2000), Manning (1816-1897) escribió su primer trabajo sobre hidráulica en 1851 y el último en 1895. Durante este periodo realizó un considerable esfuerzo en el desarrollo de una fórmula simple y dimensionalmente homogénea hasta llegar a la conocida ecuación monómica publicada en 1891:

$$U = \frac{k_n}{n} R^{2/3} S_f^{1/2} \quad (1)$$

donde U es la velocidad media de la sección transversal; R , el radio hidráulico; S_f , la pendiente de la rasante de energía, que para flujo estacionario y uniforme coincide con la pendiente del lecho de fondo S_o , $k_n = 1.486$ para el Sistema Inglés de Unidades y $k_n = 1$ para el Sistema Internacional de Unidades, y n es un coeficiente dinámico conocido también como coeficiente de rugosidad de

Manning, que relaciona todos los elementos que ofrecen resistencia al flujo en una conducción, tales como rugosidad de la superficie del canal, vegetación, irregularidades de la conducción, alineación, sedimentos y arrastres, obstrucciones, tamaño y forma de la conducción, tirante y caudal, cambios estacionales y material suspendido, entre otros. La ecuación (1) fue presentada originalmente con $k_n/n = \eta$, constituyendo éste un factor de resistencia.

Chow (1959) realiza un exhaustivo análisis dimensional de la ecuación (1) a raíz del desarrollo de la mecánica de los fluidos, donde las dimensiones de n comenzaron a tomar importancia. Directamente desde la fórmula de Manning, las dimensiones de n son $T.L^{-1/3}$.

Como parece irrazonable la suposición de que este coeficiente pueda contener la dimensión T , algunos autores parten de que el numerador contiene \sqrt{g} , lo que implica la dimensión de $L^{1/6}$ para n . Por otro lado, es igualmente posible suponer que el numerador de $1/n$ o $1.486/n$ puede poseer las dimensiones de $L^{1/3}. T^{-1}$, con lo que se deja sin dimensiones a n . En el presente trabajo se será consecuente con esta última alternativa.

A pesar del desarrollo en la comprensión del flujo de fluidos, con la introducción de la teoría de la capa límite de Prandtl y los más recientes trabajos sobre turbulencia, la ecuación de Manning ha impedido el avance y aceptación de conceptos modernos como parte de la mecánica de los fluidos y por parte de los ingenieros hidráulicos (Fischenich, 2000). A partir de este último razonamiento se realiza un análisis de los trabajos de Keulegan (1938), citado por Chow (1959), y más recientemente por Aldama y Ocón (2002), que parten del perfil logarítmico de distribución de velocidades para obtener expresiones de la velocidad media de circulación en conducciones libres. Los autores presentan una corrección a dichas formulaciones sobre la base de las experimentaciones realizadas por Talmaza (1968). Además, se introduce una expresión potencial para estimar la velocidad media de circulación propuesta por Cabrera (2003), que incluye como caso particular las ecuaciones comúnmente empleadas en la literatura especializada referente al tema, tales como la de Manning y la de Chézy, entre otras.

Las formulaciones anteriores serán validadas en un canal experimental ubicado en la Plaza de Modelos del Laboratorio de Hidráulica del Centro de Investigaciones Hidráulicas (CIH), Cuba, el cual fue construido con la finalidad de calibrar y validar modelos de flujo para el régimen no estacionario en canales y ser usados, posteriormente, en sistemas automatizados de operación y toma de decisiones, así como para estudios de carácter experimental. En este sentido, los autores analizarán las investigaciones precedentes realizadas por Arteaga (1997), Betancourt y Ricart (1998), citados por Luaces (1999) y Martínez (2003).

Formulación de Keulegan (1938)

De acuerdo con Aldama y Ocón (2002), el empleo de la ley universal de distribución logarítmica de velocidades, que para flujo unidireccional, turbulento, uniforme, permanente e hidráulicamente rugoso, donde la subcapa viscosa no existe, toma la siguiente forma:

$$\frac{u(y)}{U_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y}{k_s} + B_o \quad (2)$$

siendo $u(y)$ la velocidad en el sentido longitudinal del flujo; y es la coordenada transversal a la dirección del flujo; k_s define la altura de la rugosidad equivalente de Nikuradse; κ es un parámetro adimensional que, en el caso del flujo en tuberías, se adopta como una constante universal, cuyo valor numérico es 0.40 y se identifica como la constante de von Kármán. En el caso de conduccio-

nes libres, como se explicará más adelante, es impropio extrapolar la universalidad de este parámetro; U_* es la velocidad al cortante definida como $\sqrt{gRS_f}$, donde g es la aceleración debida a la gravedad, R es el radio hidráulico de la sección y S_f es la pendiente de la rasante de energía. El parámetro B_o es una constante de integración y está íntimamente relacionado con el parámetro κ , o sea, $B_o = 3.4/\kappa$ (Cabrera, 2003). En la literatura especializada referente al flujo en tuberías, Rouse (1938) y Aldama y Ocón (2002), por sólo citar algunos, se apunta que para $\kappa = 0.40$, la constante de integración $B_o = 8.48 \approx 8.50$. Nótese que para el caso de conducciones libres, dicha constante, al depender del parámetro κ , pierde su universalidad.

Una vez aclaradas las ideas referentes a los parámetros que intervienen en la ley de distribución logarítmica de velocidades es conveniente plasmar los conceptos básicos de la formulación de Keulegan (1938), citado por Chow (1959), y Aldama y Ocón (2002). Dicho investigador supuso que el perfil logarítmico de velocidades para flujo turbulento hidráulicamente rugoso es aplicable para toda la sección transversal de un canal y se dedicó a derivar esta expresión para determinar la velocidad media en el canal, con lo que obtuvo:

$$U = \frac{1}{h} \int_0^h U_* \left(\frac{1}{\kappa} \ln \frac{y}{k_s} + B_o \right) dy \quad (3)$$

donde h representa el tirante de circulación. Seguidamente, si se combina la solución de (3) con la relación

$$\frac{U_*}{U} = \sqrt{\frac{f}{8}},$$

se obtiene, después de algunas transformaciones, la expresión para el factor de fricción f :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = A \log \frac{BR}{k_s} \quad (4)$$

donde $A = 2.03$ y $B = 11.09$, según Aldama y Ocón (2002). Diversos han sido los autores que han comprobado experimentalmente que la ecuación (4) reproduce observaciones modificando los valores numéricos de los parámetros A y B presentes en dicha ecuación.

Formulación de Aldama y Ocón (2002)

Un análisis muy similar al realizado por Keulegan y que para el desarrollo de este trabajo reviste gran importancia lo presentaron Aldama y Ocón (2002). Estos autores hacen un procedimiento similar, con una ligera, pero importante modificación que puede explicar de alguna

manera la dispersión observada en los valores de B determinados empíricamente. Para conducciones forzadas y libres, plantean que es erróneo emplear el límite inferior de integración $y=0$ en la determinación de la velocidad media U de la sección transversal. En este sentido, proponen la siguiente definición para canales en los que la distribución de velocidades cumpla con la expresión (2):

$$U = \frac{1}{(h - \alpha k_s)} \int_{\alpha k_s}^h U_* \left(\frac{1}{\kappa} \ln \frac{y}{k_s} + B_o \right) dy \quad (5)$$

Obsérvese que en esta expresión, el valor de $\alpha = 0.033373269$, lo que es aproximadamente igual a $1/30$. Además, al modificar el límite inferior de integración, se cambia el área unitaria a través de la cual fluye el líquido. Al resolver la integración indicada en la ecuación (5), Aldama y Ocón (2002) se ha obtenido el siguiente resultado:

$$U = \left[-\frac{1}{\kappa(1 - \alpha k_s/h)} \left(\ln \frac{k_s}{h} + \alpha \frac{k_s}{h} \ln \alpha \right) + B_o - \frac{1}{\kappa} \right] U_* \quad (6)$$

La ecuación (6) es válida, en el sentido más estricto, para conducciones anchas. Sin embargo, se puede introducir una modificación si se tiene en cuenta el parámetro geométrico que mejor caracteriza a la conducción, en este caso el radio hidráulico R . Luego, dicha expresión puede ser reescrita como:

$$U = \left[-\frac{1}{\kappa(1 - \alpha k_s/R)} \left(\ln \frac{k_s}{R} + \alpha \frac{k_s}{R} \ln \alpha \right) + B_o - \frac{1}{\kappa} \right] U_* \quad (7)$$

De acuerdo con lo expuesto por Shames (1967) y corroborado por Cabrera (2003), la constante $B_o = 3.40/\kappa$. Para ser consecuente con la formulación de Keulegan, se adoptará en esta sección $\kappa = 0.40$. Ahora bien, si se

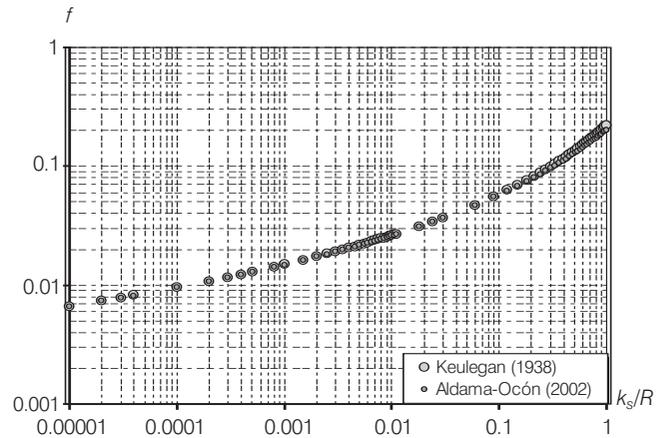
combinan (7) y la relación $\frac{U_*}{U} = \sqrt{\frac{f}{8}}$, igualmente se puede

de obtener una expresión para el factor f :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -\frac{0.8839}{\left(1 - \frac{k_s}{30R}\right)} \left(\ln \frac{k_s}{R} - \frac{k_s}{30R} \ln(30) \right) + 2.1213 \quad (8)$$

En la ilustración 1 se muestra, para un amplio rango de k_s/R , la variación que experimenta el coeficiente de fricción f , dado por las expresiones (4) y (8). Obsérvese que la convergencia obtenida entre ambas formulacio-

Ilustración 1. Comparación de los valores de f obtenidos con las ecuaciones de Keulegan (1938), y Aldama-Ocón (2002).



nes es casi perfecta. Es bien conocido en la literatura especializada (véase Chow, 1959) que Keulegan llevó a cabo un estudio de los datos experimentales de Bazin en superficies rugosas para encontrar un mejor ajuste mediante la estimación de los parámetros A y B . La solución propuesta por Aldama y Ocón (2002) demuestra que no hay necesidad de ajustar dichos parámetros para calcular el coeficiente de fricción.

Ley de resistencia específica

De acuerdo con Chow (1959), la velocidad media de circulación puede estimarse de la siguiente forma con carácter general:

$$U = \eta R^p S_f^q \quad (9)$$

donde η es un parámetro que caracteriza la resistencia al flujo, p y q son exponentes. Fischenich (2000) plantea que, en sus intentos por arribar a una expresión para la estimación de la velocidad media de circulación del agua en conducciones libres, Manning sugirió una expresión en la forma:

$$U = \eta R^p S_f^{1/2} \quad (10)$$

Para obtener el exponente p usó los datos experimentales de Bazin en canales artificiales con diferentes formas y rugosidades, tras lo que encontró que el exponente variaba en un intervalo de 0.6499 hasta 0.8395, según lo reportado por Chow (1959). Considerando dicha variación, Manning tomó como valor aproximado $2/3$ para dicho exponente. Blench (1939), citado por Chow (1959), sugiere un valor de $3/4$.

Una comparación entre la ecuación (10) y la conocida ecuación de Chézy, $U = C\sqrt{RS_f}$ brinda como resultado $C = \eta R^m$, siendo $m = p-1/2$. En la actualidad, es bien conocido que dicho exponente (m) no es una constante y, por ejemplo, gran aceptación ha tenido la fórmula propuesta en 1925 por Pavlovskií, que puede consultarse en la literatura especializada, en la que m depende de la resistencia al flujo y del radio hidráulico. Por lo expresado anteriormente, el presente trabajo busca proponer una expresión del tipo (10) para análisis posteriores, tomando en cuenta que el lecho de las conducciones puede ser no homogéneo, es decir, que en un tramo de conducción pueden existir diferentes materiales constituyentes, por lo que habrá que analizar cada tramo en particular, en los cuales existirá una ley de resistencia específica diferente, acorde con el valor del exponente p .

Estimación del parámetro κ para flujo a superficie libre en lechos hidráulicamente rugosos

Según Talmaza (1968), la principal insuficiencia en la determinación de la distribución de velocidades radica en la no existencia de parámetros suficientemente seguros que entren en estas ecuaciones para un amplio intervalo de variación de profundidades de circulación de flujo y rugosidades de la conducción. Luego, al considerar el empleo de las leyes logarítmicas, el principal problema radica en la determinación cuantitativa del parámetro κ , pues éste depende de la cantidad de azolves en suspensión y de la rugosidad de la conducción. Utilizando una gran cantidad de mediciones en tubos con rugosidad de arena, canales acorazados, ríos con pendientes suaves, ríos de montaña, así como datos recogidos en los ríos Rhin, Luga y Julia Hoky, Talmaza (1968) propone para la estimación de este parámetro una relación funcional con el coeficiente de Chézy, en la forma:

$$\kappa = \frac{1.5\sqrt{g}}{C} + 0.314 \quad (11)$$

En la ecuación anterior, para valores de $C/\sqrt{g} < 6.4$, el parámetro κ aumenta con el incremento de la turbulencia del flujo. Debe recordarse que $\frac{C}{\sqrt{g}} = \sqrt{\frac{8}{f}}$. Sustituyendo esta igualdad en (11) puede relacionarse el parámetro κ con el factor de fricción f , para lo cual se obtiene:

$$\kappa = 0.479\sqrt{f} + 0.314 \quad (12)$$

Ahora, es posible transformar las formulaciones (4) y (8) al sustituir (12) en las mismas, con lo que se extiende su campo de aplicación, ya que en su estado original no toman en cuenta las observaciones realizadas por Talmaza (1968) respecto a la influencia de la resistencia al flujo sobre el parámetro κ . Con lo anterior, resulta:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -1.1259 \ln \frac{k_s}{R} + 1.1276 \quad (13)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -\frac{1.1259}{\left(1 - \frac{k_s}{30R}\right)} \left(\ln \frac{k_s}{R} - \frac{k_s}{30R} \ln(30) \right) + 1.01337 \quad (14)$$

La modificación se traduce en una alteración de los coeficientes de las expresiones (4) y (8). En la ilustración 2 se evidencia que para valores de $k_s/R < 0.1$, las ecuaciones (13) y (14) son prácticamente equivalentes y, además, sus diferencias relativas respecto a (4)-(8) pueden considerarse despreciables. Esto es un indicador de que el parámetro κ , es aproximadamente constante y se encuentra en la vecindad del valor 0.40. No obstante, en el intervalo $0.1 < k_s/R < 1$, a medida que k_s/R tiende a la unidad, las diferencias relativas anteriormente mencionadas son crecientes, acentuándose dicha tendencia para valores de $k_s/R > 0.30$, lo cual está en correspondencia con las experiencias de Talmaza (1968).

Interpretación teórica del coeficiente de rugosidad n

El enfoque teórico del coeficiente de rugosidad n resulta especialmente interesante. Para el presente análisis se

emplearán las relaciones $\frac{R^{p-1/2}}{n} = \sqrt{\frac{8g}{f}}$ y (14), aunque

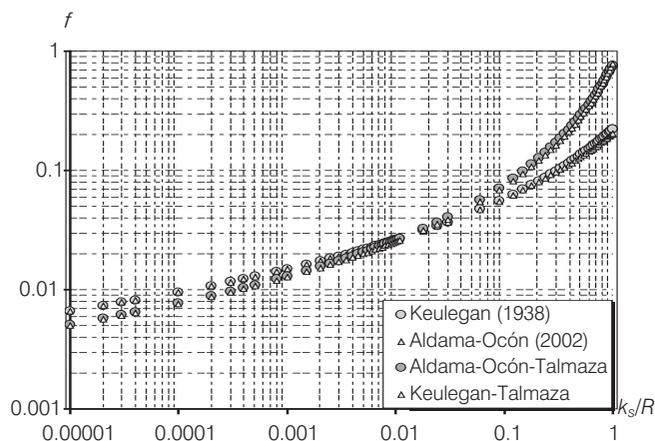
hay que mencionar que se pueden emplear de igual forma (4), (8) y (13). Sin embargo, los autores consideran que la presentada es la mejor de las posibles combinaciones. En este sistema de ecuaciones, al eliminar f se obtiene:

$$n = \phi\left(\frac{R}{k_s}, p\right) k^{p-1/2} \quad (15)$$

y la función $\phi(R/k_s, p)$ se puede escribir como:

$$\phi\left(\frac{R}{k_s}, p\right) = \frac{(R/k_s)^{p-1/2}}{-\frac{9.975}{\left(1 - \frac{k_s}{30R}\right)} \left(\ln \frac{k_s}{R} - \frac{k_s}{30R} \ln(30) \right) + 8.977} \quad (16)$$

Ilustración 2. Comparación de los valores de f obtenidos con las ecuaciones de Keulegan (1938), Aldama-Ocón (2002), y Keulegan-Talmazza; Aldama-Ocón-Talmazza.



A partir de la variación que experimenta la función $\phi(R/k_s, p)$ en un amplio intervalo de R/k_s puede utilizarse la estrategia de emplear un cierto valor medio (β), según lo propuesto por Strickler (1923), citado por Chow (1959), para reducir la expresión (15) a la forma $n = \beta k_s^{p-1/2}$. Aldama y Ocón (2002) reportan, para $p-1/2 = 1/6$ ($p = 2/3$), diferentes valores de β , entre los que pueden citarse Meyer-Peter y Müller, que sugieren usar $\beta = 0.038$. Strickler recomienda el valor $\beta = 0.04739$ y, finalmente, Lane propone $\beta = 0.04729$. Nótese que para un mismo valor de p se reportan diferentes valores de β , cuando un análisis preliminar indica que éstos se encuentran íntimamente relacionados. Esta última afirmación valida la hipótesis de que los valores de β presentados por los autores de referencia se ajustan a diferentes intervalos en estudio.

Canal experimental del Centro de Investigaciones Hidráulicas (CIH)

Descripción

Dicho canal (ilustración 3) tiene una longitud de 80.50 m, 0.40 m de ancho y 0.50 m de altura, construido con bloques de hormigón, repellados y estucados con cemento, limitado por una obra hidrométrica tipo vertedor umbral ancho, con rampa de acceso al inicio, así como por tres compuertas planas verticales de arista viva en ruta, de accionar automático, ubicadas en las estaciones 0+030, 0+050 y 0+080. Además, presenta dos derivaciones en la dirección normal al eje del canal, situadas en las estaciones 0+030 y 0+050, con compuertas de iguales características de accionar mecánico. En los primeros 6.21 m del canal, el lecho está cubierto por ele-

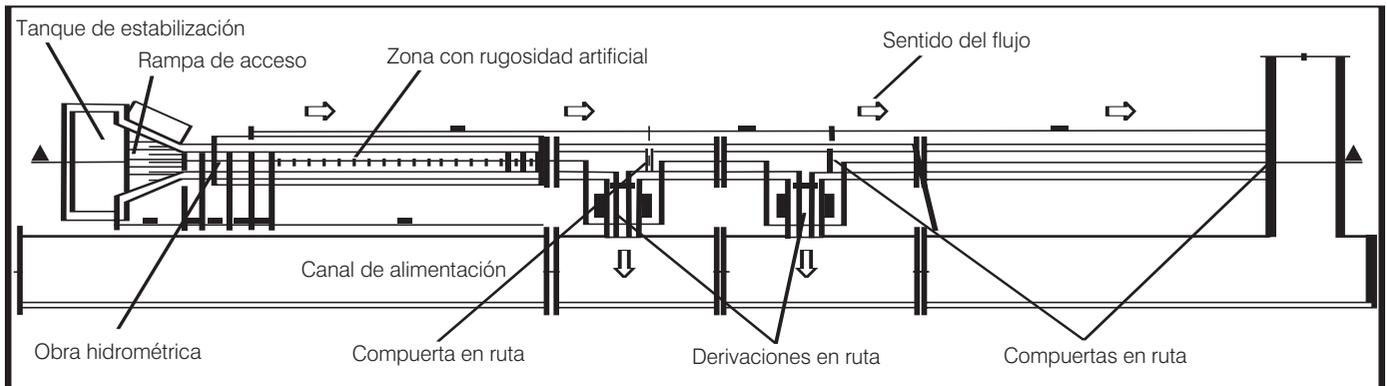
mentos de rugosidad artificial, con una altura $\Delta = 2$ cm y espaciadas a $8\Delta = 16$ cm, con una colocación a tres bolillos. Dicha rugosidad fue concebida para que el fenómeno de salto hidráulico no ocurra en zonas alejadas del inicio del canal, para garantizar una mayor uniformidad del flujo aguas abajo. Este canal tiene una pendiente de fondo variable cada cinco metros, que fue determinada haciendo una nivelación por radiación, tomando puntos sobre el eje del canal espaciados cada cinco metros, según Betancourt y Ricart (1998), citados por Luaces (1999).

Estudios precedentes

El primer estudio reportado en la literatura se debe precisamente a Arteaga (1997), quien consideró, para la instalación experimental, dos tramos: el primero de 50 m de longitud y el segundo de 30 m. Cabe destacar que sus estudios se basaron en pruebas con régimen permanente y gradualmente variado, utilizando la expresión de Manning en la estimación de la resistencia al flujo. La compuerta ubicada en la estación 0+030 permaneció totalmente abierta, mientras que su similar, ubicada en la estación 0+050, permaneció con una abertura constante de 10 cm; finalmente, la de la estación 0+080 experimentó una variación en su abertura de 18 a 10 cm para proporcionar una variación en el caudal de 106.1 a 69.4 l/s. Para su estudio utilizó dos sensores electrónicos resistivos de nivel, con una frecuencia de muestreo de 10 Hz y con una incertidumbre de ± 5 mm (que representa el 1% del intervalo de medición). Uno de ellos fue ubicado en la estación 0+010, correspondiente al primer tramo, y el siguiente en la estación 0+050, del segundo tramo. En el cuadro 1 se muestran los resultados obtenidos de la estimación del coeficiente de rugosidad n , asociados con caudales específicos y a las diferencias relativas porcentuales de los tirantes en las estaciones 0+010 y 0+050, respectivamente.

Resulta notable que en el tramo dos las diferencias relativas se incrementan en módulo, aproximadamente 2.5 veces respecto a las obtenidas para el primer tramo. Otro señalamiento de importancia radica en la gran diferencia que se observa entre los valores de n estimados para una variación de gasto poco significativa. Salvo el valor de n correspondiente al tramo dos para un caudal de 69.40 l/s, el resto no concuerda con el intervalo de valores ofrecidos en la literatura especializada para la determinación de dicho parámetro en función del tipo de canal y su descripción. El canal en estudio es de hormigón y cabe resaltar que el valor de n obtenido para el tramo dos, con un caudal de 106.10 l/s, es menor al límite inferior reportado por Chow (1959) para el caso de cana-

Ilustración 3. Canal experimental del Centro de Investigaciones Hidráulicas (CIH).



Cuadro 1. Resultados totales de la calibración realizada por Arteaga (1997).

Q (m ³ /s)	Tramo uno Est 0+010		Tramo dos Est 0+050	
	n	Dif. relativa(%) de tirantes	n	Dif. relativa (%) de tirantes
0.1061	0.0222	-0.916	0.0057	2.235
0.0694	0.0291	-1.93	0.0125	4.75

les de cristal ($n = 0.0090$). Arteaga (1997) no hace ningún comentario al respecto.

El segundo estudio sobre el canal es el de Betancourt y Ricart (1998), citado por Luaces (1999), para pruebas con régimen de flujo permanente y uniforme, e introduciendo la expresión de Manning. Ambos investigadores obtienen la variación de la resistencia en función del caudal de circulación, teniendo como valor promedio $n = 0.010$.

Posteriormente, Luaces (1999) realizó mediciones para régimen de flujo no estacionario y gradualmente variado con el empleo de la popular ecuación de Manning para la estimación de la resistencia al flujo. Utilizó un sistema automatizado compuesto por tres sensores de nivel, con iguales características que los empleados por Arteaga, ubicados en las estaciones 0+060, 0+070 y 0+080. La información de los equipos situados en los extremos era considerada como condición de frontera, mientras que las lecturas realizadas en la estación 0+070 se utilizó en la calibración manual y la validación de los esquemas en cuestión para el tramo analizado (20 m). Luaces concluyó que la solución que minimizaba los errores en las pruebas hechas obedecía a un coeficiente de resistencia igual a 0.010 para un rango de caudales de 29.7 a 107.5 l/s.

Finalmente, Martínez y Martínez (2002), utilizando las bases de datos de Luaces (1999) para régimen no esta-

cionario y gradualmente variado con el empleo de la misma ley de resistencia al flujo que su predecesor, modificaron la estrategia para la adquisición de datos para la posterior estimación de la resistencia en el canal experimental. Al utilizar la longitud total del mismo se utilizó la información de los sensores ubicados en las estaciones 0+060 y 0+070, en las etapas de calibración y validación, respectivamente, considerando la pendiente media del canal. Las ecuaciones de Saint Venant fueron resueltas por la variante de Szymkiewicz (1995) para el caso del método de los elementos finitos (MEF) y por el esquema general de Preissmann (1961), citado por Lyn y Goodwin (1987), para el caso del método de las diferencias finitas (MDF). Además, emplearon la técnica de calibración automática con un algoritmo con enfoque sistémico, sujeto a restricciones para los parámetros. Con dichas herramientas, estos autores comprobaron que los menores errores en la estimación de n se lograban cuando el MEF arrojaba un valor de $n = 0.0125$, como mejor estimación de la resistencia al flujo.

Por todo lo antes expuesto, e introduciendo la hipótesis de que en el intervalo de tiempo en que Luaces (1999) produjo las perturbaciones para desarrollar el régimen no estacionario la variación del parámetro n no es significativa, se desprende que ninguna de las calibraciones realizadas con posterioridad a la de Arteaga (1997) coincide con la de este último, lo cual parece ser evidencia, hasta este momento, de que sus resultados no son un buen indicador de la resistencia al flujo en los tramos analizados.

Caracterización del perfil de flujo y estimación de la resistencia al flujo

Para la caracterización del perfil de flujo en el canal experimental es necesario plantear primero, por su importancia para este trabajo, la serie de caudales con la cual se

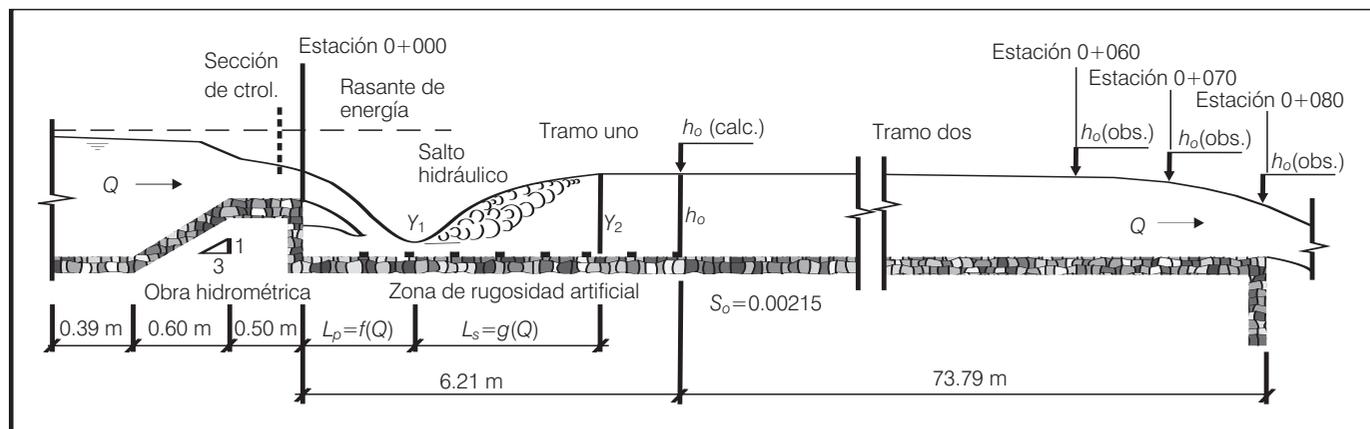
Cuadro 2. Lecturas de las profundidades de circulación en las estaciones 0+060, 0+070 y 0+080, según Luaces (1999).

Lecturas por estaciones y (m)			
Q (m ³ /s)	0+060	0+070	0+080
0.0297	0.107	0.110	0.093
0.0483	0.144	0.148	0.131
0.0655	0.170	0.177	0.154
0.0874	0.216	0.212	0.180
0.1075	0.269	0.240	0.207

Cuadro 3. Profundidades de circulación estimadas en las estaciones 0+060, 0+070 y 0+080, según Cabrera (2003).

Estimación por estaciones y (m)			
Q (m ³ /s)	0+060	0+070	0+080
0.0327	0.111	0.117	0.100
0.0511	0.151	0.153	0.131
0.0628	0.175	0.173	0.149
0.0722	0.193	0.189	0.162
0.0873	0.220	0.211	0.182
0.1024	0.246	0.233	0.201

Ilustración 4. Vista longitudinal del canal experimental CIH en operación.



trabajó. En este sentido se pueden observar los cuadros 2 y 3, pues relacionan correspondientemente los valores de caudal con tirantes observados según Luaces (1999), y estimados en las estaciones 0+060, 0+070 y 0.080, a partir de relaciones biunívocas del tipo $y(Q)$, tal y como lo ha definido Cabrera (2003).

Es necesario también conocer los fenómenos de carácter local que ocurren en el tramo de canal cubierto por rugosidad artificial (ilustración 4); es decir, la caída hidráulica y el salto hidráulico, los cuales tienen una dependencia directa del caudal de circulación. Es importante señalar que L_p es la longitud de canal que está ocupada por la caída hidráulica y L_s es la longitud de canal que está ocupada por el salto hidráulico. Para el intervalo de caudales analizados (29.7-107.5 l/s), Cabrera (2003) demostró que la obra hidrométrica tiene un régimen de vertimiento libre y el número de Froude al inicio del salto disminuye desde 3.64 hasta 2.56 con el aumento del caudal. De acuerdo con la clasificación dada por Chow (1973), y citado por Chanson (1998), el salto hidráulico es oscilante: produce ondas largas de periodo irregular. Con la presencia de la rugosidad artificial, el comportamiento del salto hidráulico varía, ya que la función de dicha rugosidad es uniformar el flujo, con lo que

se provoca una disminución porcentual en la longitud del salto. Esto último queda demostrado en las investigaciones experimentales de Mohamed (1991) bajo diferentes condiciones de flujo en un canal experimental de igual geometría y muy similares dimensiones transversales (0.53 m de ancho y 0.70 m de altura), pero con una longitud de apenas 13.92 m. Es importante destacar que la forma de los elementos de rugosidad artificial fue también diferente. Por esta razón, los resultados obtenidos en esta última referencia no pudieron ser aplicados en la presente contribución; sin embargo, se consideran de vital importancia en el análisis del problema.

La longitud del salto hidráulico fue estimada a partir de la expresión de Chertousov, citada por Agroskin (1967), y sus resultados se muestran en el cuadro 4.

En este estudio se plantea acudir a una clasificación por tramos o zonas de canal, atendiendo a las especificidades de la conducción. Tal y como se muestra en la ilustración 2, pueden identificarse dos tramos o zonas que ofrecen diferente resistencia al flujo. La longitud del tramo 2 (L_2) está bien definida y tiene una magnitud de 73.79 m; sin embargo, el tramo uno, de longitud L_1 , varía con el caudal de circulación Q y se caracteriza por presentar elementos de rugosidad artificial. La magnitud del

Cuadro 4. Longitud de la caída hidráulica y del salto hidráulico para los caudales en estudio.

Q (m ³ /s)	L_p (m)	L_s (m)
0.02970	0.4174	0.783
0.03274	0.4399	0.825
0.04827	0.5425	1.015
0.05108	0.5594	1.046
0.06278	0.6253	1.164
0.06551	0.6398	1.189
0.07222	0.6744	1.250
0.08725	0.7469	1.374
0.08737	0.7474	1.375
0.10241	0.8144	1.487
0.10752	0.8361	1.523

tramo con rugosidad artificial es constante e igual a 6.21 m. La diferencia entre este último y el tramo ocupado por los fenómenos de carácter local origina la magnitud del tramo uno, sujeta a la siguiente expresión, donde las magnitudes L_p y L_s pueden obtenerse del cuadro 4:

$$L_1(Q) = 6.21 - L_p(Q) - L_s(Q) \quad (17)$$

En el cuadro 5 se muestran las variaciones de L_1 , en correspondencia con las variaciones del caudal concedidas. La longitud de este tramo es de gran interés para posteriores análisis debido a que en esta zona se forma una curva superficial, que debe ser concebida y analizada para estimar la resistencia al flujo.

Una vez definidos los tramos de canal y sus características, los autores creen conveniente comenzar el estudio de la resistencia al flujo precisamente en el tramo dos, en el cual, independientemente de la variación de la pendiente de fondo, se desarrolla un régimen de flujo denominado en la literatura como subcrítico, permanente y gradualmente variado (RPGV), según León y Estupiñán (1989), de manera que para el estado estacionario, el perfil de flujo puede caracterizarse por las siguientes expresiones:

$$\frac{dh}{dx} = \frac{S_o - S_f}{1 - F_R^2} \quad (18)$$

$$S_f = \frac{U^2}{C^2 R^{2p}} = \frac{U^2}{C^2 R^{2m+1}} = \frac{n^2 U^2}{R^{2m+1}} \quad (19)$$

donde:

- h = profundidad o tirante de circulación.
- x = variable espacial.
- S_o = pendiente de fondo.
- S_f = pendiente de la rasante de energía.
- F_R = número de Froude.

Cuadro 5. Longitud del tramo 1 en función del caudal.

Q (m ³ /s)	L_1 (m)
0.02970	5.010
0.03274	4.945
0.04827	4.652
0.05108	4.605
0.06278	4.421
0.06551	4.381
0.07222	4.286
0.08725	4.089
0.08737	4.087
0.10241	3.909
0.10752	3.851

U = velocidad media de circulación.

R = radio hidráulico

C = parámetro relacionado con la resistencia fluida, al depender del coeficiente de rugosidad n y del exponente $m = p-1/2$.

Al considerar las variaciones de la pendiente en dicho canal, resultará un sistema de tantas ecuaciones diferenciales como tramos de pendiente existan. En el presente trabajo se adoptaron variaciones de la pendiente cada cinco metros.

Para estimar la resistencia al flujo se introduce el mismo algoritmo de calibración automática utilizado por Martínez y Martínez (2002), implementado en *MatLab* v. 5.1 para funciones de variables diversas, sujeto a restricciones de los parámetros n y m involucrados en la expresión (19). Para el caso del coeficiente de rugosidad n , el intervalo de variación se concibió entre los valores extremos ofrecidos en la literatura según el tipo de material (León y Estupiñán, 1989); mientras que para el exponente m se utilizaron las experiencias de Bazin, citado por Chow (1959), de las cuales se deduce que el exponente oscila entre 0.1499 y 0.3395. En el cuadro 6 se muestran los resultados de la calibración con el asistente matemático para el intervalo de caudales en estudio para los tramos uno y dos.

Es importante decir que los valores mostrados son los que minimizan los errores medios cuadráticos en las estaciones 0+060 y 0+070, respectivamente. Nótese que la variación de ambos parámetros en los tramos es despreciable en torno al valor medio para todo el intervalo de caudales y que esta consideración simplifica la caracterización de la resistencia al flujo.

Como se puede observar, en el tramo uno, el valor medio del parámetro m es muy superior al exponente propuesto por Manning (1/6); ello significa que si este último valor se tuviera en cuenta para la formulación, se cometería un error relativo en la estimación de m de

Cuadro 6. Variación de los parámetros m y n en los tramos analizados.

Q (m ³ /s)	Tramo 1		Tramo 2	
	$m=p-1/2$	n	$m=p-1/2$	n
0.0297	0.2485	0.0321	0.1506	0.0105
0.0327	0.248	0.032	0.1511	0.0108
0.0483	0.2482	0.0324	0.1499	0.0106
0.0511	0.247	0.0324	0.1503	0.0102
0.0628	0.2504	0.0324	0.1499	0.0107
0.0655	0.2549	0.0325	0.1500	0.0097
0.0722	0.2471	0.0325	0.1514	0.0118
0.0873	0.2459	0.0323	0.1561	0.0106
0.0874	0.2443	0.0323	0.1499	0.0107
0.1024	0.2554	0.0312	0.1518	0.0118
0.1075	0.2381	0.0297	0.1685	0.0108
Valor medio	0.248	0.032	0.153	0.0107

48.8%. Esta reflexión hace pensar que para esta zona de rugosidad artificial, la fórmula propuesta por Manning no es representativa para la estimación de la resistencia al flujo, por lo que se invalida su utilización. Para el presente tramo, la ley de resistencia toma la siguiente forma:

$$S_f = \frac{0.032^2 U^2}{R^{2 \cdot 0.248 + 1}} = \frac{1.024 \cdot 10^{-3} U^2}{R^{1.496}} \quad (20)$$

En el caso del tramo dos, el valor del parámetro m es ligeramente inferior a $1/6$, cifra que resultaría de la introducción de la ecuación de Manning, pero que no deja invalidada su utilización en dicho tramo. El coeficiente de rugosidad sólo se aleja un 1.2% del promedio de las estimaciones reportadas por Betancourt y Ricart (1998), citados por Luaces (1999), y Martínez y Martínez (2000).

Esto corrobora lo expresado acerca de la calibración realizada por Arteaga (1997). Luego, por todo lo expresado con anterioridad, se justifica la siguiente ley de resistencia:

$$S_f = \frac{0.0107^2 U^2}{R^{2 \cdot 0.153 + 1}} = \frac{1.1449 \cdot 10^{-4} U^2}{R^{1.306}} \quad (21)$$

Resulta de interés enfrentar los resultados anteriormente expuestos en lo que concierne al parámetro n , con formulaciones que le atribuyen una interpretación teórica. Para ello, los autores llevaron a cabo una investigación en torno a la resistencia al flujo en conducciones libres, que incluyó un análisis de las expresiones de Keulegan (1938), citado por Aldama y Ocón (2002), y el propio trabajo llevado a cabo por Aldama y Ocón (2002), así como transformaciones realizadas a éstas a partir de las experiencias de Talmaza (1968). Luego se estimaron los coeficientes de rugosidad a partir de la relación

$$\frac{R^m}{n} = \sqrt{\frac{8g}{f}}$$

antes mencionadas y en la ilustración 5; estos últimos se encuentran en el eje de las ordenadas como n_t . En las abscisas se colocaron las estimaciones del parámetro n obtenidas con el algoritmo de calibración automática asociado con la ecuación diferencial. Están identificadas como n_{RPGV} .

Con líneas discontinuas queda representada la recta con pendiente unitaria. En la ilustración 5a), representativa del tramo uno, obsérvese que existe un grado de dispersión elevado entre los valores de n estimados según esquemas teóricos y los resultados obtenidos con el

Ilustración 5. Valores de n con carácter teórico en relación con sus semejantes, obtenido según algoritmo de calibración automática. a) tramo 1 ; b) tramo 2.

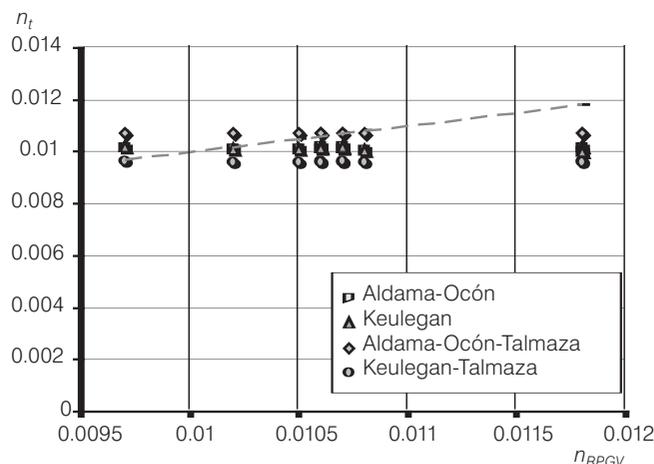
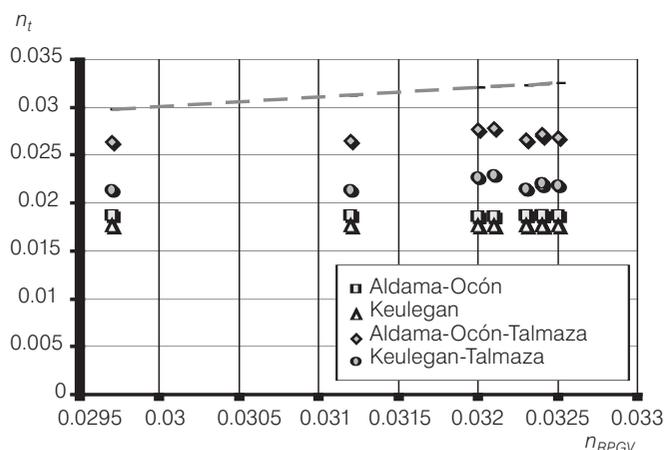
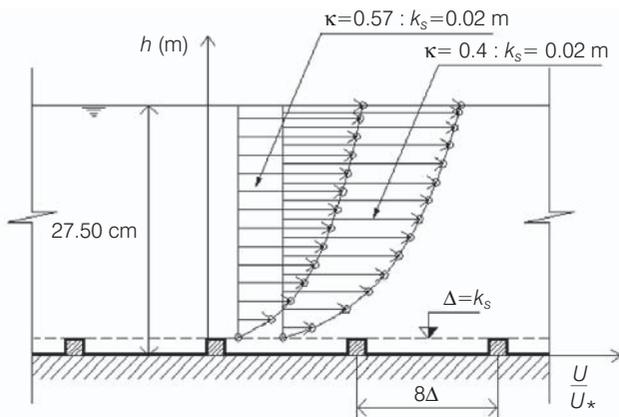
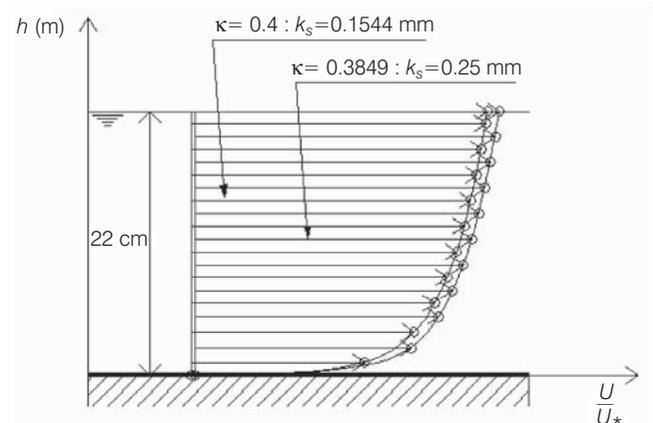


Ilustración 6. Comportamiento de la distribución de velocidades para $Q=107.5$ l/s.



a) Tramo 1, $\kappa=0.40$ (Aldama-Ocón), $\kappa=0.57$ (Aldama-Ocón-Talmaza).



b) Tramo 2, $\kappa=0.40$ (Aldama-Ocón), $\kappa=0.3849$ (Aldama-Ocón-Talmaza).

algoritmo de calibración automática. De todas las formulaciones teóricas, la brindada por Aldama y Ocón (2002), articulada debidamente con la propuesta de Talmaza (1968), ofrece claramente los mejores resultados. Esto era de esperar, ya que usando dicha formulación se toma en cuenta el efecto de las rugosidades artificiales que conforman el lecho de la conducción del tramo analizado. En la figura 5b), correspondiente al tramo dos, se muestra una buena aproximación, en la que nuevamente la estrategia empleada con la formulación de Aldama y Ocón ofrece los mejores resultados. Para los dos tramos en estudio se demuestra que la transformación introducida ofrece resultados satisfactorios en la estimación de la resistencia al flujo.

Resulta de interés presentar las modificaciones que sufre el diagrama de distribución de velocidades en una sección de los tramos en estudio (ver ilustración 6). El análisis se llevó a cabo para un caudal de 107.52 l/s, el máximo en el canal en estudio.

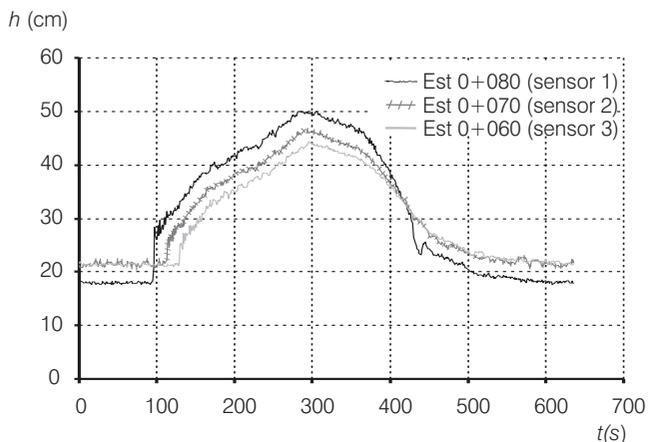
Para la estimación de k_s en cada uno de los tramos se utilizó la expresión (15), donde el valor de n escogido fue el correspondiente al obtenido de la calibración automática con el modelo de flujo permanente y gradualmente variado. Se obtuvieron los siguientes resultados:

- En el tramo uno, $k_s \cong \Delta = 0.02$ m. Esto era de esperarse, ya que en ese tramo, debido a la presencia de elementos de rugosidad artificial, coincide con la altura de los elementos de rugosidad artificial.
- En el tramo dos, los autores adoptaron el siguiente criterio para la cuantificación de k_s . Tomando los valores de n de la calibración con el modelo de flujo gra-

dualmente variado como los más representativos —y siendo consecuente con que, desde el punto de vista teórico, la formulación de Aldama y Ocón (2002) brinda los resultados más cercanos a los del algoritmo de calibración antes expuesto— entonces partiendo de una formulación con la estructura de la ecuación (15), finalmente es posible obtener el valor de k_s .

Existe un desplazamiento y contracción notable en la distribución de velocidades de ambos tramos por concebir el parámetro κ estrechamente vinculado con la resistencia al flujo y no como una constante universal extrapolada de los estudios de conducciones forzadas ($\kappa = 0.40$). Las variaciones que se muestran se traducen físicamente en una mejor estimación de la resistencia al flujo. Es posible cuantificar porcentualmente dichas variaciones a lo largo del perfil para la profundidad dada. Para el tramo uno sólo se presentarán los valores extremos de la distribución original respecto a la transformada. En la cresta del umbral que conforma la rugosidad artificial tienen lugar unas diferencias relativas de 150%, y en la superficie de circulación, que es donde se generan teóricamente las mayores velocidades, dichas diferencias descienden a 88.25%. En el tramo dos, las desviaciones son despreciables en todo el perfil, tal como se muestra en la ilustración 4. En este tramo existe la flexibilidad de poder utilizar las formulaciones teóricas en su estado original, pues aportan poca dispersión, según lo expuesto en la ilustración 5b. En este caso, la interpretación teórica brindada por Aldama y Ocón (2002), en su estado original, interpreta satisfactoriamente la resistencia al flujo.

Ilustración 7. Lecturas de los sensores electrónicos, espaciadas a un segundo aproximadamente, en las estaciones 0+060, 0+070 y 0+080.



Implementación de los resultados obtenidos para la validación de un modelo de flujo no estacionario

Luaces (1999) realizó mediciones con sensores resistivos de nivel, acoplados a una computadora personal (PC) y con una frecuencia de muestreo de 10 Hz en los últimos veinte metros del canal. Dichos sensores fueron previamente calibrados y se ubicaron en las estaciones 0+060, 0+070 y 0+080. A continuación se muestran los resultados para un gasto de 87.4 l/s aguas arriba del canal.

En el instante inicial se desarrolla una curva superficial, tal como se muestra la ilustración 8, que se obtuvo conjuntamente con la estimación de la resistencia al flujo en cada uno de los tramos preconcebidos. Para las condiciones mostradas es válido destacar que en las estaciones 0+060 y 0+070 el tirante calculado es ligeramente menor que el observado. Esto indica que los errores presentes en el estado inicial influyen en los resultados obtenidos para instantes posteriores. En el presente caso de estudio se partirá del supuesto de que para instantes de tiempo siguientes al inicial, la resistencia no se afecta por las perturbaciones características del flujo y, además, que ésta es constante en los tramos uno y dos.

Las condiciones de frontera impuestas al modelo indican que aguas arriba del canal el gasto se mantiene constante e igual a 87.4 l/s, mientras que aguas abajo dicha condición es variable en el tiempo y está dada por la lectura del sensor ubicado en la estación 0+080. A los parámetros de peso del esquema numérico le fueron impuestos los mismos valores seleccionados por Martínez

(2003) para garantizar la estabilidad y convergencia, o sea, $\omega = 0.50$ y $\theta = 2/3$. Además, el canal experimental fue subdividido en 17 elementos de magnitud variable, donde los tres primeros elementos poseen magnitudes de 4.09, 1.29 y 2.5 m, respectivamente, mientras que los 14 elementos restantes son de 5.0 metros.

En función del intervalo de tiempo para el cual fueron hechas las mediciones, se adoptó un Δt variable, cuyos valores extremos son 9.67 y 21.42 s, con un valor promedio de 11.16 s, para un total de 57 subintervalos temporales. El coeficiente de rugosidad obtenido para cada tramo, aplicando la técnica de calibración automática, se evaluó en el modelo matemático para flujo no estacionario, unidimensional y gradualmente variado, que emplea el método de los elementos finitos, sujeto a la alternativa de Szymkiewicz (1995). En la ilustración 9 se muestran las variaciones de la profundidad de circulación en el tiempo y los errores absolutos en las estaciones 0+060 y 0+070.

Tal como se muestra en las ilustraciones 9a y 9b, las diferencias entre los tirantes registrados y calculados tienen un comportamiento oscilante, producto de las perturbaciones con carácter aleatorio que pueden estar asociadas con fenómenos locales como flujo recirculatorio, viento, etcétera. También debe considerarse la influencia de la pared que experimenta el flujo, en contraposición con el efecto de la superficie libre que provoca un decaimiento de los esfuerzos turbulentos; en estas condiciones, el flujo experimenta corrientes secundarias que pueden alterar las hipótesis de unidireccionalidad del flujo, acorde con lo reportado por Carrasco y Vionnet (2000) de sus experiencias en canales prismáticos con anchos de fondo entre 0.60 y 0.98 m, y caudales de 34.17 y 80.00 l/s. Sin duda alguna, tal comportamiento

Ilustración 8. Estado inicial del flujo en el canal experimental.

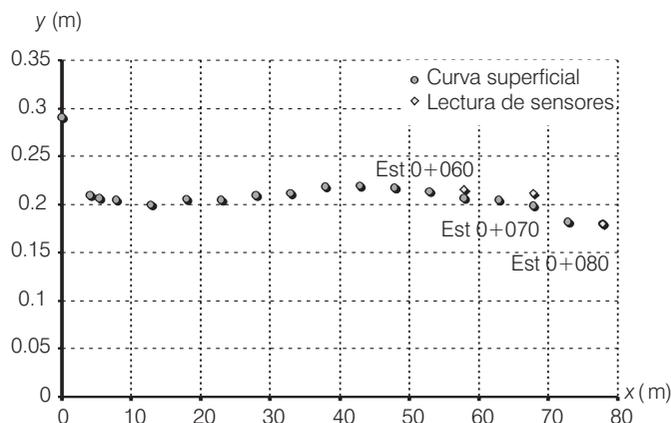
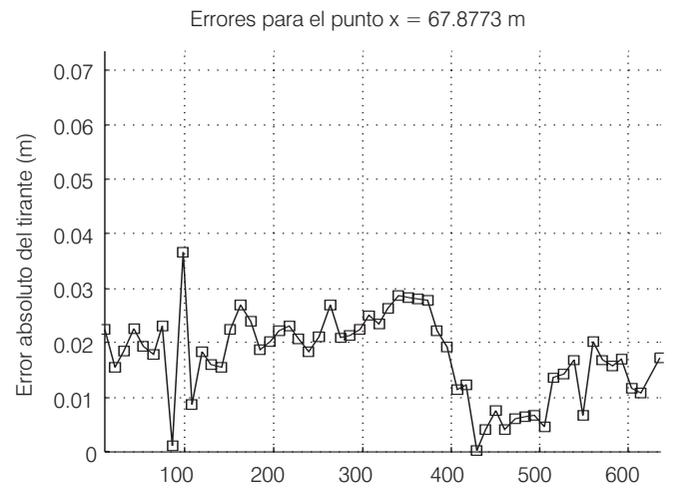
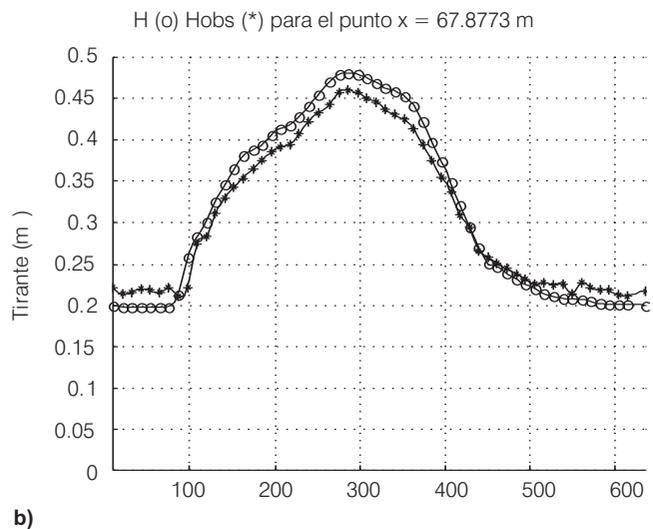
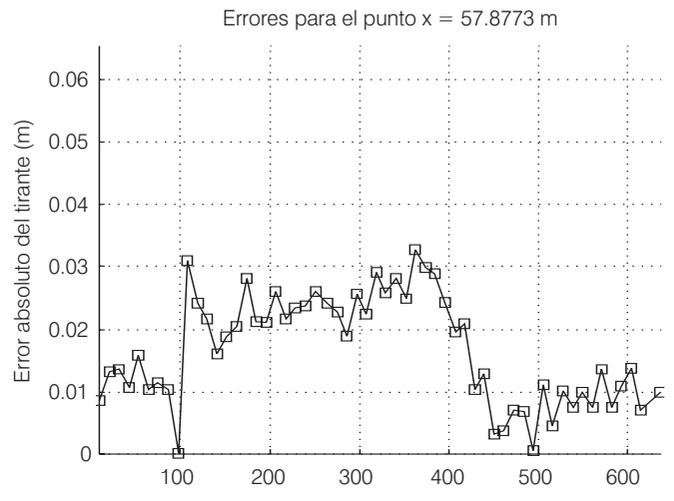
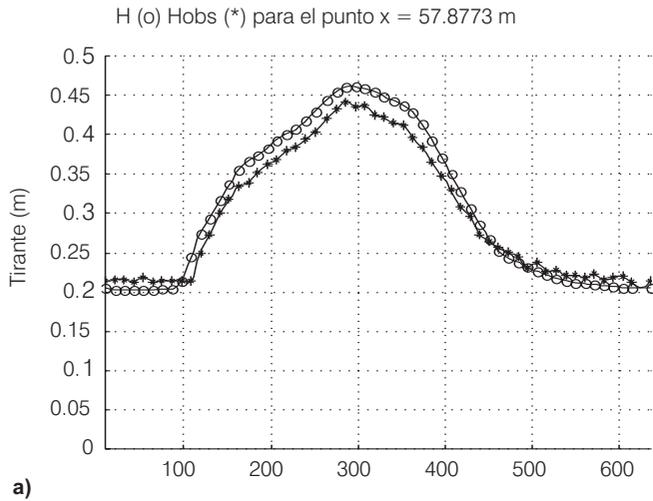


Ilustración 9. Distribución temporal de la profundidad de circulación y errores absolutos; a) en la estación 0+060, b) en la estación 0+070.



influye en la magnitud de los errores absolutos que son detectados en las estaciones 0+060 y 0+070. El tiempo de cómputo registrado por el asistente matemático *MatLab*, para la variante mostrada resultó ser de 18.73 min.

Haciendo un análisis de todos los errores obtenidos para cada instante de tiempo se detecta, en sentido general, que las mayores diferencias modulares se encuentran en el intervalo de 100 a 400 s para las estaciones analizadas. En todos los casos se observó un aumento súbito del error absoluto (en el intervalo de 3 a 4 cm) en el instante $t = 100$ s, debido al pequeño desfase existente entre las observaciones y los resultados aportados por el modelo, que además coincide con el comienzo de la perturbación provocada por la compuerta deslizante de la estación 0+080.

Conclusiones

La introducción de los trabajos relacionados con los conceptos modernos de la mecánica de los fluidos para cuantificar la resistencia al flujo en conducciones libres ha posibilitado a los autores, desde el punto de vista teórico, expresar ideas referidas a la estimación de parámetros que intervienen en la distribución logarítmica de velocidades. En este caso, la contribución de Talmaza juega un importante papel, lo que evidencia que para valores de $0.1 < k_s/R < 1$, la resistencia al flujo ofrecida por el lecho de la conducción se incrementa considerablemente, para lo cual resulta impropio adoptar en las citadas expresiones de Keulegan, y de Aldama y Ocón el valor de $\kappa = 0.40$ como constante universal.

Es válido señalar que las rugosidades para una relación $k_s/R = 1$ son macro rugosidades. En conducciones hidráulicamente anchas, $h = R$, resulta que para la relación de k_s/R , las rugosidades serían del mismo orden de magnitud que la profundidad de circulación, lo que las convierte en obstrucciones al flujo donde deberían identificarse otro tipo de parametrizaciones para tomar en cuenta su efecto en el flujo. De hecho, en los resultados de Aldama y Ocón (2002) se determina un valor mucho menor del límite superior del intervalo de aplicación de la ecuación de Manning.

La interpretación teórica de la resistencia al flujo ha sido analizada, articulada con una ley de resistencia específica que incluye como caso particular las expresiones comúnmente utilizadas en la práctica ingenieril en conducciones libres (fórmulas de Manning, Chézy, etcétera). Sin embargo, deberá tenerse en cuenta que las expresiones presentadas para la estimación del factor de fricción f , que surgen de la integración del perfil logarítmico de velocidades, sólo capturan efectos asociados con la capa límite y no necesariamente con los producidos por elementos macro rugosos.

Sobre la base del análisis crítico y cronológico de los estudios realizados en el canal experimental del Centro de Investigaciones Hidráulicas, los autores han permitido validar la propuesta de una ley específica para la estimación de la resistencia al flujo en toda la longitud del canal, ya que se demuestra que en el tramo con presencia de elementos de rugosidad artificial, la popular ecuación de Manning deja de ser efectiva.

Paralelamente, se demuestra que la introducción de las experiencias de Talmaza (1968) —que presuponen una transformación a importantes expresiones teóricas, como la de Aldama y Ocón (2002)— repercute directamente en la calidad de la estimación de la resistencia al flujo en el canal experimental del CIH y arroja, además, resultados satisfactorios, en contraposición con la calibración de tipo automática efectuada. Finalmente, fue posible validar un modelo de flujo no estacionario y unidireccional con la aplicación del método de los elementos finitos. Para futuras investigaciones deberá tomarse en cuenta que el esquema numérico presentado tiene parámetros de peso. Los valores introducidos garantizan la estabilidad numérica y convergencia, pero no garantizan que se minimicen los errores, por lo que se recomienda su optimización.

Recibido: 23/02/2005
Aprobado: 30/03/2006

Referencias

- AGROSKIN, I. J. *Hidráulica*, T-II. México, D.F: Limusa, 1967.
- ALDAMA, A.A., OCÓN, R.A. Resistencia al flujo en canales y límites de aplicabilidad de la fórmula de Manning. *Ingeniería hidráulica en México*. Vol. 17, núm. 1, 2002, pp. 107-114.
- ARTEAGA, E.R. *Análisis y verificación de modelos matemáticos para el régimen impermanente en canales de riego*. Tesis de doctorado en ciencias técnicas. La Habana, Cuba: Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Centro de Investigaciones Hidráulicas, 1997.
- CABRERA, E. *Estudio integral del flujo unidimensional a superficie libre en el Canal Experimental del Centro de Investigaciones Hidráulicas*. Tesis de Diploma. La Habana, Cuba: Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Centro de Investigaciones Hidráulicas, 2003.
- CARRASCO, A. y VIONNET, C.A. *Sobre corrientes secundarias en canales prismáticos y otras geometrías*. Córdoba, Argentina: XIX Congreso Latinoamericano de Hidráulica, 2000.
- CHANSON, H. *Hidráulica del flujo en canales abiertos*. McGraw Hill Interamericana, S.A., 1998.
- CHOW, V.T. *Open channel hydraulics*. McGraw Hill, 1959.
- CHOW, V.T., MAIDMENT, D.R. y MAYS, L.W. *Hidrología aplicada*. Colombia: McGrawHill, 1994.
- FISCHENICH, C. *Robert Manning (A historical perspective)*. EMRRP Technical Notes Collection (ERDC TN-EMRRP-SR-10). Vicksburg, MS: U.S. Army Engineering Research and Development Center, 2000. [En línea] www.wes.army.mil/el/emrrp.
- LEÓN-MÉNDEZ, A. y ESTOPIÑÁN, A. *Hidráulica de canales*. La Habana, Cuba: Editorial Pueblo y Educación, 1989.
- LUACES-SOCARRÁS, C.A. *Estudio comparativo de las diferentes soluciones para régimen impermanente en canales*. Tesis de maestría en ciencias. La Habana, Cuba: Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Centro de Investigaciones Hidráulicas, 1999.
- LYN, D.A. y GOODWIN, P. Stability of a general Preissmann scheme, *J.Hydr. Engrg.* Vol. 113, núm.1, 1987.
- MARTÍNEZ-GONZÁLEZ, Y. y MARTÍNEZ-PÉREZ, L. *Calibración con ayuda de asistente matemático Matlab para un modelo de flujo impermanente unidimensional gradualmente variado*. La Habana, Cuba: XX Congreso Latinoamericano de Hidráulica, 2002.
- MARTÍNEZ-GONZÁLEZ, Y. Solución numérica de las ecuaciones del flujo impermanente unidimensional. *Ingeniería hidráulica en México*. Vol. 18, núm. 4, 2003, pp. 73-86.
- MOHAMED-ALI, H.S. Effect of roughened-bed stilling basin on length of rectangular hydraulic jump. *Journal of Hydraulic Engineering*. Vol. 117, núm. 1, 1991.
- ROUSE, H. *Fluids mechanics for hydraulic engineers*. Dover Publications, Inc., 1938.

SHAMES, I.H. La mecánica de los fluidos. Ediciones del Castillo, S.A., 1967.

SZYMKIEWICZ, R. Method to solve 1D unsteady transport and flow equations. *J. Hydr. Engrg.* Vol. 121, núm. 5, 1995, pp. 396-403.

TALMAZA, B.F. *Características hidráulicas de los flujos torrenciales* (original en ruso). Ereván, Armenia: X Conferencia pansoviética sobre torrentes, 1968.

Abstract

MARTÍNEZ-GONZÁLEZ, Y. & CABRERA-ESTUPIÑÁN, E. Considerations on fluid resistance in open channels. Case study: CIH experimental channel. Hydraulic engineering in Mexico (in Spanish). Vol. XXI, no. 4, October-December, 2006, pp. 87-101.

A hydrodynamic study of the experimental channel functioning at the Center for Hydraulic Research (CIH), in Cuba, is presented. Special attention is paid to the fluid resistance of the conduction in order to study different expressions that estimate the average flow velocity in open channels. Such expressions are based on the classical Fluids Mechanics for open channel flow, with empirical and theoretical basis, such as the Manning (1891) and Keulegan (1938) formulae mentioned by Chow (1959), as well as the generalization developed by Aldama-Ocón (2002); all of them considering a logarithmic distribution of velocities. The authors' approach found the correct estimation of parameter k as the main problem, which they solved using the results of Talmaza (1968) as the better way to estimate the fluid resistance. A potential formula for the average flow velocity, that includes the Manning formula, is proposed by the authors. A model for unsteady flow was validated in these facilities, based on the Saint Venant equations, mentioned by Chow et al. (1994) and solved through the method of the finite elements, according to the strategy of Szymkiewicz (1995).

Keywords: Saint Venant, fluid resistance, open channel, velocity distribution.

Dirección institucional de los autores:

Yoel Martínez-González
Eric Cabrera-Estupiñán

Centro de Investigaciones Hidráulicas,
Facultad de Ingeniería Civil,
Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría,
Calle 114 núm. 11901 e/. 119 y 127,
Marianao, Ciudad de la Habana, Cuba,
teléfonos: (537) 260 3636 / 260 1416,
fax: (537) 267 2013,
ymarq@cih.cujae.edu.cu,
ecabrerae@cih.cujae.edu.cu