

DOI: 10.24850/j-tyca-2019-06-09

Notas

Contraste del método M5 generalizado para estimar predicciones extremas y *PMP* en 24 horas, en el estado de Zacatecas, México

Contrast of the Generalized M5 Method to estimate extreme predictions and *PMP* in 24 hours, in the state of Zacatecas, Mexico

Daniel Francisco Campos-Aranda¹

¹Profesor jubilado de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí, San Luis Potosí, México, campos aranda@hotmail.com

Autor para correspondencia: Daniel Francisco Campos-Aranda, campos_aranda@hotmail.com

Resumen

La precipitación máxima probable (PMP) es la base para la estimación de la creciente máxima probable, con la cual se dimensionan y revisan hidrológicamente las grandes obras hidráulicas. Existen dos grupos de métodos para estimar la PMP: meteorológicos y estadísticos. Los primeros son más confiables, pero requieren muchos datos que, por lo general, no están disponibles. Los métodos estadísticos son mucho más simples y sólo utilizan valores de la precipitación máxima diaria (PMD) anual. El método clásico de este grupo es el de David M. Hershfield, expuesto en 1961. Posteriormente, en Inglaterra (NERC, 1975), se desarrolló otro método estadístico basado en la predicción de duración 24 horas y periodo de retorno (Tr) de cinco años, designado M5; este enfoque permite realizar predicciones con diversos Tr. Jónas Elíasson (Elíasson, 1997; Elíasson, 2000) generalizó el método M5 en una técnica regional que sólo requiere dos parámetros estadísticos: el M5 y el coeficiente de variación (Cv). En este estudio, se contrastan en 81 localidades del estado de Zacatecas, México, los resultados del método M5 generalizado (MM5G) contra los del método de Hershfield, previamente calculados con base en los datos de PMD. El MM5G se aplicó utilizando los valores puntuales de M5 y Cv disponibles. Los



resultados orientan a recomendar el MM5G para estimar predicciones de *PMD* con *Tr* menores de 100 años en sitios sin datos dentro del estado de Zacatecas, México. También se recomienda para estimaciones de la *PMP* puntual de duración 24 horas, recordando que tal método subestima menos de 16.4% con respecto al resultado del método de Hershfield, cuando *Cv* es menor de 0.251 y sobreestima, del orden de un 38.0%, cuando *Cv* excede a 0.386.

Palabras clave: precipitación máxima probable, creciente máxima probable, predicciones extremas, error relativo, coeficiente de variación.

Abstract

Probable maximum precipitation (PMP) is the basis for the estimation of the probable maximum flood, with which large hydraulic works are dimensioned and hydrologically revised. There are two groups of methods to estimate PMP: meteorological and statistical. Meteorological methods are the most reliable, but require a lot of data that is usually not available. Statistical methods are much simpler and only use annual maximum daily precipitation (PMD) values. The classic method of this group is the David M. Hershfield method, published in 1961. Subsequently, in England (NERC, 1975) another statistical method was developed based on the prediction of duration 24 hours and return period (Tr) 5 years, designated M5; this approach allows predictions with various Tr. Jónas Elíasson (Elíasson, 1997; Elíasson, 2000) generalized the M5 method, in a regional technique that only requires two statistical parameters: the M5 and the coefficient of variation (Cv). In this study, the results of the generalized M5 method (MM5G) are compared with those of the Hershfield method, previously calculated based on the PMD data for 81 localities in the state of Zacatecas, Mexico. The MM5G was applied using the available values of M5 and Cv. Results allow the recommendation of the use of MM5G to estimate predictions of *PMD* with *Tr* less than 100 years, in no-data sites in the state of Zacatecas, Mexico. It is also recommended for estimations of PMP of 24 hours duration, remembering that such underestimates less than 16.4%, with respect to the result of the Hershfield method, when the Cv is less than 0.251 and overestimates, of the order of 38.0% when the Cv exceeds 0.386.

Keywords: Probable maximum precipitation, probable maximum flood, extreme predictions, relative error, coefficient of variation.



Recibido: 12/01/2018 Aceptado: 19/03/2019

Introducción

La estimación de la *Creciente Máxima Probable (CMP*) se emplea en el dimensionamiento hidrológico de grandes embalses o de aquellos que por su ubicación arriba de núcleos de población son altamente peligrosos. La *CMP* también permite evaluar riesgos por inundación en plantas nucleares y en centrales hidroeléctricas importantes (Jakob, 2013; Salas, Gavilán, Salas, Julien, & Abdullah, 2014). Linsley, Kohler y Paulhus (1988) consideran apropiado ubicar arriba del nivel de inundación definido por la *CMP* plantas de abastecimiento de agua potable, de tratamiento de aguas residuales y otras instalaciones públicas esenciales, como hospitales, aeropuertos y autopistas de acceso. Así, cuando ocurra la *CMP*, los daños serán cuantiosos y extensivos, pero no se acrecentarán por fallas en los sistemas vitales de la ciudad.

La *CMP* no se estima con base en los análisis hidrológicos de frecuencias (AHF) debido a que siendo el evento extremo máximo implica una extrapolación mucho más allá del límite confiable alcanzable con los registros de crecientes anuales disponibles. Además, los modelos probabilísticos actualmente utilizados en los AHF no tienen un límite superior, caso de las distribuciones log-Normal y Wakeby, así como los casos más comunes de los modelos General de Valores Extremos, Log-Pearson tipo III, y Logística y Pareto Generalizadas (Jakob, 2013; Salas *et al.*, 2014).

La estimación de la *CMP* se realiza con base en una tormenta de diseño, de duración crítica y de magnitud igual a la *PMP*, factible de ocurrir en la cuenca bajo estudio, según el conocimiento meteorológico y de los procesos hidrológicos que ocurren bajo condiciones extremas. La *CMP* tiene las siguientes tres características básicas generadas por la *PMP*: (1) es la creciente máxima teóricamente posible de ocurrir en la cuenca bajo estudio; (2) genera riesgos extremadamente altos para cualquier obra hidráulica, y (3) es factible de acontecer en tal localidad, en un



tiempo específico del año y bajo las condiciones meteorológicas modernas (WMO, 2009; Jakob, 2013).

La *PMP* se define como (WMO, 2009): en teoría, es la mayor precipitación para una duración dada, que es físicamente posible de ocurrir sobre un área de cuenca o en un área de tormenta, en una localidad geográfica específica, en un cierto tiempo del año y bajo las condiciones meteorológicas modernas.

Los métodos de estimación de la *PMP* se dividen en dos grupos: meteorológicos y estadísticos. Los primeros son los más confiables, se basan fundamentalmente en la maximización de la humedad y en la transposición de las tormentas observadas y su combinación. Su precisión depende de la cantidad y calidad de los datos disponibles (WMO, 2009). Debido a la ausencia de datos meteorológicos en muchos sitios y cuencas, los métodos estadísticos han alcanzado universalidad. El primero de ellos data del inicio de los años de 1960 (Hershfield, 1961; Hershfield, 1965); existen otros enfoques más recientes, como el de Koutsoyiannis (1999), el de Elíasson (2000), y el de Koutsoyiannis y Papalexiou (2017). Desafortunadamente, los métodos estadísticos de estimación de la *PMP*, sólo son recomendados para evaluaciones preliminares, y el desarrollo de proyectos de gran visión o de estudios de prefactibilidad.

El *objetivo* de este estudio consistió en realizar un contraste entre las predicciones y la *PMP* puntual de duración 24 horas, obtenidas con el método estadístico de Elíasson, y las mismas estimaciones calculadas previamente en 81 localidades del estado de Zacatecas, México, con base en un AHF y el método de Hershfield, procesando las series disponibles de precipitación máxima diaria (*PMD*) anual, con más de 25 datos hasta el año 2012. Se destaca que el procedimiento desarrollado por Elíasson (1997) es un método regional que permite estimaciones en sitios sin datos, con sólo obtener, de las estaciones pluviométricas cercanas, dos valores estadísticos: la *PMD* de periodo de retorno de cinco años y el coeficiente de variación (cociente entre la desviación estándar y la media).

Generalización del método M5



Generalidades

El método original M5 para estimar precipitaciones extremas y valores de la *PMP* fue propuesto por el NERC (1975) de Inglaterra, y utiliza: (1) la precipitación de duración 24 horas y periodo de retorno de cinco años, designada M5 como *variable índice*; (2) una estimación regional del coeficiente de variación (*Cv*), y (3) el valor de la variable reducida (*y*) de la distribución Gumbel o General de Valores Extremos (GVE) tipo I, cuyo parámetro de forma *k* es igual a cero. Es un *método regional* que permite realizar estimaciones en sitios sin datos, a partir del mapa de curvas de isovalores del M5 en las islas Británicas.

Elíasson (1994) indica que tanto el método de David M. Hershfield (Hershfield, 1961; Hershfield, 1965) como el M5, que estiman estadísticamente la *PMP*, son incorrectos, al emplear una distribución de probabilidades no acotada en su extremo derecho, ya que por definición la *PMP* tiene un límite físico superior. Elíasson (1994) también señala que el uso de curvas envolventes regionales de valores extremos de precipitación, a las que se les ajusta la distribución Gumbel, tiende en los periodos de retorno altos a un valor límite de la variable reducida, que se puede usar para estimar la *PMP*.

Elíasson (1997) destaca que cuando la distribución Gumbel, que es una recta en el papel de probabilidad extremo, se ajusta a series de precipitación máxima diaria (*PMD*) anual, por lo general los datos quedan cercanos en la parte media de tal modelo, pero presentan desviaciones en los valores bajos y grandes. Estas desviaciones y la falta de un límite superior en el modelo Gumbel restan confiablidad al método M5 original para estimar la *PMP*.

Estimación de predicciones extremas

En la generalización del método M5, debida a Elíasson (1997), sus anomalías citadas las elimina transformando la variable aleatoria de la



distribución Gumbel y acotando la variable reducida (y_{lim}), para obtener un modelo Gumbel truncado. Ahora el método M5 depende de otro parámetro local, denominado factor de pendiente (C_i), que es función del Cv; sus ecuaciones son (Elíasson, 2000):

$$X_{Tr} = M5 \cdot [1 + C_i \cdot (y - 1.50)], \text{ con } Y \le Y_{lim}$$
 (1)

siendo:

$$C_i = \frac{0.78}{\frac{1}{Cv} + 0.72} \tag{2}$$

$$y = -\ln\left[-\ln\left(1 - 1/Tr\right)\right] \tag{3}$$

cuando $25 < M5_d < 200 \text{ mm/día, entonces:}$

$$Y_{lim} = 10.70 - 0.0071 \cdot M5_d \tag{4}$$

En las expresiones anteriores, las variables no definidas son las siguientes: X_{Tr} es una precipitación extrema en 24 horas o variable aleatoria con periodo de retorno Tr; M5, la precipitación máxima de duración 24 horas, y Tr = 5 años, es decir, con y = 1.50 y una probabilidad de 0.80 de no excedencia; en cambio, M5_d es un valor diario. El C_i tiende a un valor de 0.19, con una desviación estándar de 0.035, según la curva de C_i contra M5 para los valores procesados (Elíasson, 1997).

Estimación de la PMP

Elíasson (1997) encontró que aplicando la ecuación (4) se reproducen los valores de predicciones extremas del NERC (1975) y de *PMP* del US National Weather Service para el estado de Washington en USA, de 25.9



km² de extensión. Esta es la otra generalización del método M5; y_{lim} es un parámetro regional, y M5 y C_i son parámetros locales que tienen el mismo desempeño probabilístico que la media y el Cv en los análisis de frecuencias. La ecuación (4) define valores extremos de y_{lim} de 10.5225, con un Tr de 37 142.5 años y de 9.280 con un Tr de 10 721.9 años. Para estimar la PMP puntual de duración 24 horas, se evalúa y_{lim} con la expresión (4), después se sustituye tal valor en la ecuación (3) y se despeja el Tr respectivo, que por último se sustituye en la expresión siguiente debida a Alfnes y Förland (2006):

$$PMP = M5 \cdot \exp\{C_i \cdot [\ln(Tr) - 1.50]\} \tag{5}$$

Tópicos relativos al contraste

Predicciones extremas disponibles

Durante un estudio realizado en 2013, Campos-Aranda (2014) procesó 98 registros de precipitación máxima diaria (*PMD*) anual del estado de Zacatecas, México, cuya amplitud mínima fue de 25 años y la máxima de 68 datos. Los lapsos de tales registros variaron de los años 1943 a 2012 y las pruebas de calidad estadística detectaron que 17 series mostraban componentes determinísticas, por lo cual fueron eliminadas, quedando 81 registros por procesar. En las columnas 2 y 3 de la Tabla 1 se indican los nombres de las estaciones pluviométricas y las amplitudes de cada serie de *PMD* anual. En las columnas 5 y 6 de la Tabla 1 se citan sus valores respectivos del M5_d y del *Cv*.

Tabla 1 (primera parte). Contraste de predicciones diarias (X_{Tr}) y de la *PMP* en 24 horas, ambas en milímetros, del método M5 generalizado en 81 estaciones pluviométricas del estado de Zacatecas, México.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	
									1



Núm.	Nombre de la	n¹	FDP ²	M5 _d ³	Cv ⁴	Tr :	= 100 añ	os
	estación					PMD _{Tr} ⁵	X _{Tr} ⁶	ER ⁷
1	Achimec	50	GVE	55.5	0.324	90.3	102.6	0.5
2	Agua Nueva	43	GVE	45.5	0.335	71.9	85.0	4.6
3	Ameca La Vieja	30	GVE	54.6	0.290	83.2	97.5	3.7
4	Boca del Tesorero	44	GVE	53.6	0.302	87.0	96.9	-1.4
5	Calera de V. Rosales	51	GVE	50.2	0.295	77.8	90.1	2.5
6	Camacho	31	LP3	34.6	0.301	59.7	62.5	-7.4
7	Cañitas de Felipe P.	37	GVE	48.3	0.410	92.3	96.4	-7.6
8	Coapas	41	GVE	50.8	0.280	76.6	89.7	3.7
9	Chalchihuites	47	LP3	55.8	0.386	98.9	109.1	-2.4
10	Cedros	38	GVE	39.5	0.299	68.6	71.2	-8.2
11	Col. Glz. Ortega	37	LP3	58.8	0.417	131.4	118.0	-20.5
12	Concep. del Oro	47	LP3	49.0	0.419	87.8	98.5	-0.8
13	Corrales	33	GVE	54.9	0.387	108.9	107.4	-12.7
14	El Arenal	39	LP3	63.4	0.396	112.1	125.0	-1.3
15	El Cazadero	55	GVE	53.8	0.398	106.3	106.3	-11.5
16	El Nigromante	29	GVE	54.8	0.365	92.0	105.2	1.2
17	El Romerillo	30	GVE	57.2	0.296	89.0	102.8	2.2
18	El Salvador	25	GVE	58.6	0.361	107.0	112.1	-7.3
19	El Sauz	66	GVE	46.7	0.287	73.6	83.1	-0.1
20	Espíritu Santo	28	GVE	59.1	0.365	108.7	113.5	-7.6
21	Excamé	66	GVE	64.0	0.267	94.6	111.5	4.3
22	Felipe Ángeles (S)	26	GVE	57.1	0.345	81.5	107.6	16.8
23	Fresnillo	54	LP3	55.6	0.354	90.2	105.7	3.7
24	García de la Cadena	27	GVE	69.6	0.237	88.8	117.2	16.8
25	Genaro Codina	28	GVE	52.5	0.251	75.2	89.8	5.7
26	Gral. Gpe. Victoria	45	GVE	54.4	0.364	96.9	104.3	-4.7
27	Guadalupe	31	LP3	55.3	0.367	89.1	106.4	5.6
28	Huanusco	36	GVE	58.7	0.257	80.4	101.1	11.3
29	Huitzila	25	GVE	75.0	0.271	112.2	131.2	3.5
30	Jalpa	34	LP3	58.8	0.210	79.2	95.8	7.0
31	Jerez	42	GVE	49.5	0.286	80.3	88.0	-3.0
32	Jiménez del Teúl	40	GVE	46.6	0.361	81.5	89.1	-3.2



33	Juan Aldama	34	GVE	59.4	0.345	94.1	112.0	5.3
34	Juchipila	59	GVE	55.8	0.284	92.0	99.0	-4.8
35	La Florida	53	GVE	53.3	0.270	81.7	93.2	0.9
36	La Villita	53	LP3	62.9	0.206	85.8	101.9	5.1
37	Las Ánimas	28	LP3	52.0	0.280	75.6	91.9	7.5
38	Loreto	46	GVE	64.0	0.349	110.3	121.1	-2.8
39	Los Campos	30	GVE	60.8	0.356	110.9	115.8	-7.6
40	Luis Moya	27	GVE	65.4	0.336	103.4	122.3	4.6
41	Mesillas	30	GVE	54.7	0.351	84.7	103.7	8.3
42	Mezquital del Oro	26	GVE	68.4	0.262	118.3	118.5	-11.4
43	Momax	25	LP3	55.8	0.320	103.6	102.7	-12.3
44	Monte Escobedo	44	GVE	58.5	0.228	82.2	97.4	4.9
45	Moyahua de Estrada	31	LP3	60.1	0.240	89.3	101.5	0.6
46	Nochistlán	58	GVE	61.3	0.359	100.0	117.1	3.6
47	Nuevo Mercurio	38	LP3	44.7	0.422	92.5	90.0	-13.9
48	Ojo Caliente	50	LP3	53.6	0.380	88.8	104.3	3.9
49	Palmillas	27	LP3	55.0	0.319	88.4	104.3	1.2
50	Pinos	55	GVE	60.7	0.319	98.9	112.4	0.6
51	Pino Suárez		GVE	60.5	0.320	113.1	117.1	-8.4
		28				75.9	92.0	
52	Presa El Chique	59	GVE	53.5	0.255			7.2
53	Presa Palomas	44	GVE	58.0	0.260	90.0	100.2	-1.4
54	Presa Santa Rosa	62	GVE	50.9	0.335	90.4	95.1	-6.9
55	Puerto de San Fco.	40	LP3	51.5	0.262	80.5	89.2	-1.9
56	Purísima de Sifuentes	28	LP3	52.0	0.426	99.5	105.1	-6.5
57	Río Grande	37	GVE	53.6	0.413	104.6	107.2	-9.3
58	Sain Alto	25	GVE	56.1	0.352	105.3	106.4	-10.6
59	San Andrés	36	LP3	61.9	0.410	110.3	123.5	-0.9
60	San A. del Ciprés	37	GVE	56.3	0.314	84.6	103.0	7.8
61	San Benito	28	GVE	61.3	0.434	115.4	124.7	-4.4
62	San Gil	36	GVE	46.7	0.417	81.2	93.7	2.1
63	San Isidro de los Glz.	33	GVE	48.2	0.297	78.7	86.7	-2.5
64	San Jerónimo	30	GVE	49.5	0.307	76.3	89.9	4.3
65	S. José de Llanetes	30	LP3	46.2	0.328	86.7	85.7	-12.5
66	S. Pedro de la Sierra	25	GVE	55.5	0.310	86.1	101.1	4.0



67	S. P. Piedra Gorda	68	GVE	50.9	0.266	67.6	88.6	15.9
68	San Tiburcio	37	GVE	51.7	0.384	92.2	100.9	-3.1
69	Sierra Hermosa	32	GVE	61.2	0.461	128.6	127.0	-12.6
70	Sombrerete	28	GVE	49.2	0.352	83.8	93.3	-1.4
71	Tayahua	44	GVE	53.9	0.280	77.7	95.2	8.5
72	Tecomate	50	GVE	55.1	0.247	78.0	93.8	6.5
73	Teúl de Glz. Ortega	44	GVE	63.1	0.302	100.0	114.1	1.0
74	Tlachichila	25	GVE	64.7	0.266	106.3	112.6	-6.3
75	Tlaltenango	56	GVE	63.7	0.256	94.6	109.6	2.5
76	Trancoso	54	GVE	55.0	0.277	69.3	96.9	23.7
77	Vicente Guerrero	25	GVE	58.1	0.266	80.0	101.1	11.8
78	Villa de Cos	45	GVE	62.5	0.359	104.7	119.3	0.9
79	Villa García	52	GVE	60.2	0.334	93.7	112.3	6.1
80	Villa Glz. Ortega	31	GVE	51.1	0.325	81.8	94.5	2.2
81	Villa Hidalgo	43	GVE	59.3	0.372	100.1	114.6	1.3
Valor n	nínimo:	25	19LP3	34.6	0.206	59.7	62.5	-20.5
Valor M	Valor Máximo:		62GVE	75.0	0.461	131.4	127.0	23.7

Tabla 1 (segunda parte). Contraste de predicciones diarias (X_{Tr}) y de la *PMP* en 24 horas, ambas en milímetros, del método M5 generalizado en 81 estaciones pluviométricas del estado de Zacatecas, México.

1	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
Est.	Tr =	1 000 a	años	Tr =	10 000	años	PMP			
núm.	PMD _{Tr}	X _{Tr}	ER	PMD _{Tr}	X _{Tr}	ER	MH ⁸	M5 ⁹	ER	
1	114.7	132.2	2.0	137.7	161.8	4.0	344.7	381.0	10.5	
2	88.8	109.9	9.6	103.7	134.9	15.1	278.9	333.1	19.4	
3	101.1	124.1	8.7	116.5	150.7	14.5	330.0	320.9	-2.8	
4	112.7	123.9	-2.7	139.1	150.9	-4.0	309.9	333.7	7.7	
5	96.2	114.9	5.7	113.0	139.7	9.4	295.0	303.8	3.0	
6	83.7	79.9	-15.5	114.1	97.3	-24.6	196.5	220.0	12.0	
7	131.7	127.4	-14.4	177.8	158.5	-21.1	370.4	486.2	31.3	
8	92.7	113.8	8.7	106.7	137.8	14.3	293.8	286.3	-2.6	
9	133.3	143.4	-4.8	170.9	177.6	-8.0	360.6	501.8	39.2	
10	96.1	91.0	-16.3	129.9	110.7	-24.6	241.7	247.3	2.3	
11	224.9	156.3	-38.5	375.2	194.6	-54.1	449.1	597.9	33.1	



12	116.5	130.5	-0.8	145.8	162.6	-1.3	356.2	511.0	43.5
13	166.4	141.2	-24.9	244.4	175.0	-36.7	395.7	496.4	25.5
14	149.3	164.8	-2.4	188.3	204.4	-3.9	448.3	586.9	30.9
15	160.4	140.1	-22.7	231.9	173.9	-33.6	386.1	510.2	32.2
16	117.3	137.4	3.7	140.9	169.6	6.5	384.6	451.2	17.3
17	110.0	131.2	5.5	128.8	159.5	9.6	345.4	344.6	-0.2
18	150.6	146.2	-14.1	201.8	180.3	-20.9	404.3	471.5	16.6
19	92.8	105.7	0.8	111.1	128.3	2.2	271.6	273.5	0.7
20	153.1	148.2	-14.3	205.1	182.9	-21.1	421.7	483.6	14.7
21	113.1	140.6	10.0	128.6	169.7	16.8	345.4	333.2	-3.5
22	91.5	139.7	35.1	97.7	171.8	56.2	381.3	429.6	12.7
23	114.0	137.6	6.8	137.4	169.4	9.1	363.2	436.0	20.0
24	95.7	145.8	34.8	99.4	174.4	55.3	363.2	311.0	-14.4
25	88.2	112.5	12.9	98.4	135.2	21.6	288.2	256.4	-11.0
26	133.5	136.2	-9.7	175.0	168.1	-15.0	351.3	446.6	27.1
27	111.3	139.0	10.5	132.0	171.6	15.0	374.9	459.1	22.5
28	90.5	127.0	24.2	97.1	152.8	39.3	323.2	293.1	-9.3
29	135.2	165.8	8.5	154.8	200.3	14.5	416.1	392.5	-5.7
30	91.9	117.6	13.2	103.6	139.3	19.0	277.2	231.8	-16.4
31	105.0	111.9	-5.7	131.2	135.7	-8.5	289.4	287.4	-0.7
32	109.7	116.3	-6.2	140.0	143.4	-9.4	309.9	382.1	23.3
33	115.4	145.4	11.5	133.4	178.7	18.5	403.4	445.2	10.4
34	123.5	125.8	-9.9	159.4	152.5	-15.4	308.1	318.4	3.3
35	102.6	117.7	1.5	122.9	142.1	2.3	291.7	285.3	-2.2
36	100.5	124.9	9.9	114.3	147.8	14.4	282.2	241.9	-14.3
37	90.3	116.5	14.2	103.7	141.1	20.4	286.2	292.4	2.2
38	147.6	157.4	-5.6	187.4	193.6	-8.6	398.8	484.8	21.6
39	157.3	150.8	-15.2	213.1	185.8	-22.8	400.4	477.2	19.2
40	126.7	158.2	10.5	146.5	194.1	17.3	429.0	466.9	8.8
41	101.3	134.9	17.8	114.2	166.0	28.6	351.5	424.0	20.6
42	174.0	149.1	-24.1	253.0	179.7	-37.1	357.4	345.9	-3.2
43	154.3	132.2	-24.2	224.2	161.7	-36.2	370.5	376.1	1.5
44	96.0	120.7	11.3	107.2	144.0	18.8	280.6	252.9	-9.9
45	111.6	126.5	0.3	135.4	151.5	-1.0	312.7	275.5	-11.9
	i	1		i	1	i	1	1	



46 125.0 152.6 8.0 147.2 188.1 13.1 391.4 485.9 24.4 47 142.7 119.5 -25.9 210.6 148.8 -37.5 349.9 475.5 35.9 48 113.0 136.8 7.1 136.3 169.2 9.9 365.1 471.8 29.2 49 113.4 130.2 1.6 139.4 159.1 1.0 341.5 369.5 8.2 50 125.7 145.0 2.1 151.1 177.5 4.0 370.9 417.4 12.5 51 161.9 153.3 -16.2 220.7 189.5 -24.0 418.6 513.2 22.6 52 88.2 115.4 15.8 97.8 138.8 25.6 278.7 266.2 -4.5 53 114.2 126.1 -2.3 138.9 151.9 -3.2 306.4 294.1 -4.0 54 125.9 123.0 -13.6		1050	1.50.6			1001	10.1		1000	
48 113.0 136.8 7.1 136.3 169.2 9.9 365.1 471.8 29.2 49 113.4 130.2 1.6 139.4 159.1 1.0 341.5 369.5 8.2 50 125.7 145.0 2.1 151.1 177.5 4.0 370.9 417.4 12.5 51 161.9 153.3 -16.2 220.7 189.5 -24.0 418.6 513.2 22.6 52 88.2 115.4 15.8 97.8 138.8 25.6 278.7 266.2 -4.5 53 114.2 126.1 -2.3 138.9 151.9 -3.2 306.4 294.1 -4.0 54 125.9 123.0 -13.6 167.7 150.9 -20.4 327.8 369.6 12.8 55 104.7 112.3 -5.1 132.2 135.3 -9.4 256.5 265.7 3.6 55 104.7 112.8 191.2	46	125.0	152.6	8.0	147.2	188.1	13.1	391.4	486.9	24.4
49 113.4 130.2 1.6 139.4 159.1 1.0 341.5 369.5 8.2 50 125.7 145.0 2.1 151.1 177.5 4.0 370.9 417.4 12.5 51 161.9 153.3 -16.2 220.7 189.5 -24.0 418.6 513.2 22.6 52 88.2 115.4 15.8 97.8 138.8 25.6 278.7 266.2 -4.5 53 114.2 126.1 -2.3 138.9 151.9 -3.2 306.4 294.1 -4.0 54 125.9 123.0 -13.6 167.7 150.9 -20.4 327.8 369.6 12.8 55 104.7 112.3 -5.1 132.2 135.3 -9.4 256.5 265.7 3.6 56 141.6 139.6 -12.8 191.2 174.0 -19.5 365.6 554.8 51.8 57 152.9 141.9 -17.9	47	142.7	119.5	-25.9	210.6	148.8	-37.5	349.9	475.5	35.9
50 125.7 145.0 2.1 151.1 177.5 4.0 370.9 417.4 12.5 51 161.9 153.3 -16.2 220.7 189.5 -24.0 418.6 513.2 22.6 52 88.2 115.4 15.8 97.8 138.8 25.6 278.7 266.2 -4.5 53 114.2 126.1 -2.3 138.9 151.9 -3.2 306.4 294.1 -4.0 54 125.9 123.0 -13.6 167.7 150.9 -20.4 327.8 369.6 12.8 55 104.7 112.3 -5.1 132.2 135.3 -9.4 256.5 265.7 3.6 56 141.6 139.6 -12.8 191.2 174.0 -19.5 365.6 554.8 51.8 57 152.9 141.9 -17.9 211.9 176.5 -26.3 400.2 541.2 35.2 58 161.7 138.5 -24.2	48	113.0	136.8	7.1	136.3	169.2	9.9	365.1	471.8	29.2
51 161.9 153.3 -16.2 220.7 189.5 -24.0 418.6 513.2 22.6 52 88.2 115.4 15.8 97.8 138.8 25.6 278.7 266.2 -4.5 53 114.2 126.1 -2.3 138.9 151.9 -3.2 306.4 294.1 -4.0 54 125.9 123.0 -13.6 167.7 150.9 -20.4 327.8 369.6 12.8 55 104.7 112.3 -5.1 132.2 135.3 -9.4 256.5 265.7 3.6 56 141.6 139.6 -12.8 191.2 174.0 -19.5 365.6 554.8 51.8 57 152.9 141.9 -17.9 211.9 176.5 -26.3 400.2 541.2 35.2 58 161.7 138.5 -24.2 241.2 170.5 -37.5 354.3 435.7 23.0 59 146.3 163.3 -1.2 </td <td>49</td> <td>113.4</td> <td>130.2</td> <td>1.6</td> <td>139.4</td> <td>159.1</td> <td>1.0</td> <td>341.5</td> <td>369.5</td> <td>8.2</td>	49	113.4	130.2	1.6	139.4	159.1	1.0	341.5	369.5	8.2
52 88.2 115.4 15.8 97.8 138.8 25.6 278.7 266.2 -4.5 53 114.2 126.1 -2.3 138.9 151.9 -3.2 306.4 294.1 -4.0 54 125.9 123.0 -13.6 167.7 150.9 -20.4 327.8 369.6 12.8 55 104.7 112.3 -5.1 132.2 135.3 -9.4 256.5 265.7 3.6 56 141.6 139.6 -12.8 191.2 174.0 -19.5 365.6 554.8 51.8 57 152.9 141.9 -17.9 211.9 176.5 -26.3 400.2 541.2 35.2 58 161.7 138.5 -24.2 241.2 170.5 -37.5 354.3 435.7 23.0 59 146.3 163.3 -1.2 183.3 203.1 -1.9 461.4 608.1 31.8 60 100.2 132.3 16.9 <td>50</td> <td>125.7</td> <td>145.0</td> <td>2.1</td> <td>151.1</td> <td>177.5</td> <td>4.0</td> <td>370.9</td> <td>417.4</td> <td>12.5</td>	50	125.7	145.0	2.1	151.1	177.5	4.0	370.9	417.4	12.5
53 114.2 126.1 -2.3 138.9 151.9 -3.2 306.4 294.1 -4.0 54 125.9 123.0 -13.6 167.7 150.9 -20.4 327.8 369.6 12.8 55 104.7 112.3 -5.1 132.2 135.3 -9.4 256.5 265.7 3.6 56 141.6 139.6 -12.8 191.2 174.0 -19.5 365.6 554.8 51.8 57 152.9 141.9 -17.9 211.9 176.5 -26.3 400.2 541.2 35.2 58 161.7 138.5 -24.2 241.2 170.5 -37.5 354.3 435.7 23.0 59 146.3 163.3 -1.2 183.3 203.1 -1.9 461.4 608.1 31.8 60 100.2 132.3 16.9 112.3 161.6 27.3 341.0 369.4 82.0 61 158.9 165.9 -7.6 </td <td>51</td> <td>161.9</td> <td>153.3</td> <td>-16.2</td> <td>220.7</td> <td>189.5</td> <td>-24.0</td> <td>418.6</td> <td>513.2</td> <td>22.6</td>	51	161.9	153.3	-16.2	220.7	189.5	-24.0	418.6	513.2	22.6
54 125.9 123.0 -13.6 167.7 150.9 -20.4 327.8 369.6 12.8 55 104.7 112.3 -5.1 132.2 135.3 -9.4 256.5 265.7 3.6 56 141.6 139.6 -12.8 191.2 174.0 -19.5 365.6 554.8 51.8 57 152.9 141.9 -17.9 211.9 176.5 -26.3 400.2 541.2 35.2 58 161.7 138.5 -24.2 241.2 170.5 -37.5 354.3 435.7 23.0 59 146.3 163.3 -1.2 183.3 203.1 -1.9 461.4 608.1 31.8 60 100.2 132.3 16.9 112.3 161.6 27.3 341.0 369.0 8.2 61 158.9 165.9 -7.6 205.2 207.0 -10.7 493.3 664.1 34.6 62 104.4 124.2 5.2 <td>52</td> <td>88.2</td> <td>115.4</td> <td>15.8</td> <td>97.8</td> <td>138.8</td> <td>25.6</td> <td>278.7</td> <td>266.2</td> <td>-4.5</td>	52	88.2	115.4	15.8	97.8	138.8	25.6	278.7	266.2	-4.5
55 104.7 112.3 -5.1 132.2 135.3 -9.4 256.5 265.7 3.6 56 141.6 139.6 -12.8 191.2 174.0 -19.5 365.6 554.8 51.8 57 152.9 141.9 -17.9 211.9 176.5 -26.3 400.2 541.2 35.2 58 161.7 138.5 -24.2 241.2 170.5 -37.5 354.3 435.7 23.0 59 146.3 163.3 -1.2 183.3 203.1 -1.9 461.4 608.1 31.8 60 100.2 132.3 16.9 112.3 161.6 27.3 341.0 369.0 8.2 61 158.9 165.9 -7.6 205.2 207.0 -10.7 493.3 664.1 34.6 62 104.4 124.2 5.2 125.6 154.5 8.9 350.0 485.1 38.6 63 102.6 110.7 -4.5	53	114.2	126.1	-2.3	138.9	151.9	-3.2	306.4	294.1	-4.0
56 141.6 139.6 -12.8 191.2 174.0 -19.5 365.6 554.8 51.8 57 152.9 141.9 -17.9 211.9 176.5 -26.3 400.2 541.2 35.2 58 161.7 138.5 -24.2 241.2 170.5 -37.5 354.3 435.7 23.0 59 146.3 163.3 -1.2 183.3 203.1 -1.9 461.4 608.1 31.8 60 100.2 132.3 16.9 112.3 161.6 27.3 341.0 369.0 8.2 61 158.9 165.9 -7.6 205.2 207.0 -10.7 493.3 664.1 34.6 62 104.4 124.2 5.2 125.6 154.5 8.9 350.0 485.1 38.6 63 102.6 110.7 -4.5 127.6 134.6 -6.6 285.4 295.4 3.5 64 92.0 115.2 10.9	54	125.9	123.0	-13.6	167.7	150.9	-20.4	327.8	369.6	12.8
57 152.9 141.9 -17.9 211.9 176.5 -26.3 400.2 541.2 35.2 58 161.7 138.5 -24.2 241.2 170.5 -37.5 354.3 435.7 23.0 59 146.3 163.3 -1.2 183.3 203.1 -1.9 461.4 608.1 31.8 60 100.2 132.3 16.9 112.3 161.6 27.3 341.0 369.0 8.2 61 158.9 165.9 -7.6 205.2 207.0 -10.7 493.3 664.1 34.6 62 104.4 124.2 5.2 125.6 154.5 8.9 350.0 485.1 38.6 63 102.6 110.7 -4.5 127.6 134.6 -6.6 285.4 295.4 3.5 64 92.0 115.2 10.9 105.1 140.5 18.3 310.3 317.1 2.2 65 130.6 110.6 -25.0	55	104.7	112.3	-5.1	132.2	135.3	-9.4	256.5	265.7	3.6
58 161.7 138.5 -24.2 241.2 170.5 -37.5 354.3 435.7 23.0 59 146.3 163.3 -1.2 183.3 203.1 -1.9 461.4 608.1 31.8 60 100.2 132.3 16.9 112.3 161.6 27.3 341.0 369.0 8.2 61 158.9 165.9 -7.6 205.2 207.0 -10.7 493.3 664.1 34.6 62 104.4 124.2 5.2 125.6 154.5 8.9 350.0 485.1 38.6 63 102.6 110.7 -4.5 127.6 134.6 -6.6 285.4 295.4 3.5 64 92.0 115.2 10.9 105.1 140.5 18.3 310.3 317.1 2.2 65 130.6 110.6 -25.0 191.8 135.5 -37.5 308.5 327.5 6.2 67 74.3 111.7 33.0	56	141.6	139.6	-12.8	191.2	174.0	-19.5	365.6	554.8	51.8
59 146.3 163.3 -1.2 183.3 203.1 -1.9 461.4 608.1 31.8 60 100.2 132.3 16.9 112.3 161.6 27.3 341.0 369.0 8.2 61 158.9 165.9 -7.6 205.2 207.0 -10.7 493.3 664.1 34.6 62 104.4 124.2 5.2 125.6 154.5 8.9 350.0 485.1 38.6 63 102.6 110.7 -4.5 127.6 134.6 -6.6 285.4 295.4 3.5 64 92.0 115.2 10.9 105.1 140.5 18.3 310.3 317.1 2.2 65 130.6 110.6 -25.0 191.8 135.5 -37.5 308.5 327.5 6.2 66 105.0 129.8 9.4 121.1 158.3 15.7 356.6 357.4 0.2 67 74.3 111.7 33.0 <t< td=""><td>57</td><td>152.9</td><td>141.9</td><td>-17.9</td><td>211.9</td><td>176.5</td><td>-26.3</td><td>400.2</td><td>541.2</td><td>35.2</td></t<>	57	152.9	141.9	-17.9	211.9	176.5	-26.3	400.2	541.2	35.2
60 100.2 132.3 16.9 112.3 161.6 27.3 341.0 369.0 8.2 61 158.9 165.9 -7.6 205.2 207.0 -10.7 493.3 664.1 34.6 62 104.4 124.2 5.2 125.6 154.5 8.9 350.0 485.1 38.6 63 102.6 110.7 -4.5 127.6 134.6 -6.6 285.4 295.4 3.5 64 92.0 115.2 10.9 105.1 140.5 18.3 310.3 317.1 2.2 65 130.6 110.6 -25.0 191.8 135.5 -37.5 308.5 327.5 6.2 66 105.0 129.8 9.4 121.1 158.3 15.7 356.6 357.4 0.2 67 74.3 111.7 33.0 78.3 134.7 52.3 262.7 267.9 2.0 68 124.4 132.5 -5.7	58	161.7	138.5	-24.2	241.2	170.5	-37.5	354.3	435.7	23.0
61 158.9 165.9 -7.6 205.2 207.0 -10.7 493.3 664.1 34.6 62 104.4 124.2 5.2 125.6 154.5 8.9 350.0 485.1 38.6 63 102.6 110.7 -4.5 127.6 134.6 -6.6 285.4 295.4 3.5 64 92.0 115.2 10.9 105.1 140.5 18.3 310.3 317.1 2.2 65 130.6 110.6 -25.0 191.8 135.5 -37.5 308.5 327.5 6.2 66 105.0 129.8 9.4 121.1 158.3 15.7 356.6 357.4 0.2 67 74.3 111.7 33.0 78.3 134.7 52.3 262.7 267.9 2.0 68 124.4 132.5 -5.7 158.4 164.1 -8.3 368.3 464.2 26.0 69 196.2 170.1 -23.3 <t< td=""><td>59</td><td>146.3</td><td>163.3</td><td>-1.2</td><td>183.3</td><td>203.1</td><td>-1.9</td><td>461.4</td><td>608.1</td><td>31.8</td></t<>	59	146.3	163.3	-1.2	183.3	203.1	-1.9	461.4	608.1	31.8
62 104.4 124.2 5.2 125.6 154.5 8.9 350.0 485.1 38.6 63 102.6 110.7 -4.5 127.6 134.6 -6.6 285.4 295.4 3.5 64 92.0 115.2 10.9 105.1 140.5 18.3 310.3 317.1 2.2 65 130.6 110.6 -25.0 191.8 135.5 -37.5 308.5 327.5 6.2 66 105.0 129.8 9.4 121.1 158.3 15.7 356.6 357.4 0.2 67 74.3 111.7 33.0 78.3 134.7 52.3 262.7 267.9 2.0 68 124.4 132.5 -5.7 158.4 164.1 -8.3 368.3 464.2 26.0 69 196.2 170.1 -23.3 283.3 213.1 -33.4 507.0 737.2 45.4 70 110.3 121.4 -2.6 <t< td=""><td>60</td><td>100.2</td><td>132.3</td><td>16.9</td><td>112.3</td><td>161.6</td><td>27.3</td><td>341.0</td><td>369.0</td><td>8.2</td></t<>	60	100.2	132.3	16.9	112.3	161.6	27.3	341.0	369.0	8.2
63 102.6 110.7 -4.5 127.6 134.6 -6.6 285.4 295.4 3.5 64 92.0 115.2 10.9 105.1 140.5 18.3 310.3 317.1 2.2 65 130.6 110.6 -25.0 191.8 135.5 -37.5 308.5 327.5 6.2 66 105.0 129.8 9.4 121.1 158.3 15.7 356.6 357.4 0.2 67 74.3 111.7 33.0 78.3 134.7 52.3 262.7 267.9 2.0 68 124.4 132.5 -5.7 158.4 164.1 -8.3 368.3 464.2 26.0 69 196.2 170.1 -23.3 283.3 213.1 -33.4 507.0 737.2 45.4 70 110.3 121.4 -2.6 137.4 149.5 -3.7 320.9 386.4 20.4 71 90.4 120.8 18.2 <	61	158.9	165.9	-7.6	205.2	207.0	-10.7	493.3	664.1	34.6
64 92.0 115.2 10.9 105.1 140.5 18.3 310.3 317.1 2.2 65 130.6 110.6 -25.0 191.8 135.5 -37.5 308.5 327.5 6.2 66 105.0 129.8 9.4 121.1 158.3 15.7 356.6 357.4 0.2 67 74.3 111.7 33.0 78.3 134.7 52.3 262.7 267.9 2.0 68 124.4 132.5 -5.7 158.4 164.1 -8.3 368.3 464.2 26.0 69 196.2 170.1 -23.3 283.3 213.1 -33.4 507.0 737.2 45.4 70 110.3 121.4 -2.6 137.4 149.5 -3.7 320.9 386.4 20.4 71 90.4 120.8 18.2 100.1 146.3 29.3 290.9 302.4 4.0 72 90.8 117.3 14.4 <t< td=""><td>62</td><td>104.4</td><td>124.2</td><td>5.2</td><td>125.6</td><td>154.5</td><td>8.9</td><td>350.0</td><td>485.1</td><td>38.6</td></t<>	62	104.4	124.2	5.2	125.6	154.5	8.9	350.0	485.1	38.6
65 130.6 110.6 -25.0 191.8 135.5 -37.5 308.5 327.5 6.2 66 105.0 129.8 9.4 121.1 158.3 15.7 356.6 357.4 0.2 67 74.3 111.7 33.0 78.3 134.7 52.3 262.7 267.9 2.0 68 124.4 132.5 -5.7 158.4 164.1 -8.3 368.3 464.2 26.0 69 196.2 170.1 -23.3 283.3 213.1 -33.4 507.0 737.2 45.4 70 110.3 121.4 -2.6 137.4 149.5 -3.7 320.9 386.4 20.4 71 90.4 120.8 18.2 100.1 146.3 29.3 290.9 302.4 4.0 72 90.8 117.3 14.4 100.8 140.8 23.6 280.0 263.0 -6.1 73 125.6 145.9 2.8 <	63	102.6	110.7	-4.5	127.6	134.6	-6.6	285.4	295.4	3.5
66 105.0 129.8 9.4 121.1 158.3 15.7 356.6 357.4 0.2 67 74.3 111.7 33.0 78.3 134.7 52.3 262.7 267.9 2.0 68 124.4 132.5 -5.7 158.4 164.1 -8.3 368.3 464.2 26.0 69 196.2 170.1 -23.3 283.3 213.1 -33.4 507.0 737.2 45.4 70 110.3 121.4 -2.6 137.4 149.5 -3.7 320.9 386.4 20.4 71 90.4 120.8 18.2 100.1 146.3 29.3 290.9 302.4 4.0 72 90.8 117.3 14.4 100.8 140.8 23.6 280.0 263.0 -6.1 73 125.6 145.9 2.8 149.7 177.7 5.0 366.7 387.7 5.7 74 144.3 141.9 -13.0 <td< td=""><td>64</td><td>92.0</td><td>115.2</td><td>10.9</td><td>105.1</td><td>140.5</td><td>18.3</td><td>310.3</td><td>317.1</td><td>2.2</td></td<>	64	92.0	115.2	10.9	105.1	140.5	18.3	310.3	317.1	2.2
67 74.3 111.7 33.0 78.3 134.7 52.3 262.7 267.9 2.0 68 124.4 132.5 -5.7 158.4 164.1 -8.3 368.3 464.2 26.0 69 196.2 170.1 -23.3 283.3 213.1 -33.4 507.0 737.2 45.4 70 110.3 121.4 -2.6 137.4 149.5 -3.7 320.9 386.4 20.4 71 90.4 120.8 18.2 100.1 146.3 29.3 290.9 302.4 4.0 72 90.8 117.3 14.4 100.8 140.8 23.6 280.0 263.0 -6.1 73 125.6 145.9 2.8 149.7 177.7 5.0 366.7 387.7 5.7 74 144.3 141.9 -13.0 189.4 171.3 -20.0 333.4 334.9 0.5 75 114.6 137.6 6.3 <t< td=""><td>65</td><td>130.6</td><td>110.6</td><td>-25.0</td><td>191.8</td><td>135.5</td><td>-37.5</td><td>308.5</td><td>327.5</td><td>6.2</td></t<>	65	130.6	110.6	-25.0	191.8	135.5	-37.5	308.5	327.5	6.2
68 124.4 132.5 -5.7 158.4 164.1 -8.3 368.3 464.2 26.0 69 196.2 170.1 -23.3 283.3 213.1 -33.4 507.0 737.2 45.4 70 110.3 121.4 -2.6 137.4 149.5 -3.7 320.9 386.4 20.4 71 90.4 120.8 18.2 100.1 146.3 29.3 290.9 302.4 4.0 72 90.8 117.3 14.4 100.8 140.8 23.6 280.0 263.0 -6.1 73 125.6 145.9 2.8 149.7 177.7 5.0 366.7 387.7 5.7 74 144.3 141.9 -13.0 189.4 171.3 -20.0 333.4 334.9 0.5 75 114.6 137.6 6.3 132.4 165.5 10.6 325.9 314.6 -3.5 76 73.4 122.7 47.9	66	105.0	129.8	9.4	121.1	158.3	15.7	356.6	357.4	0.2
69 196.2 170.1 -23.3 283.3 213.1 -33.4 507.0 737.2 45.4 70 110.3 121.4 -2.6 137.4 149.5 -3.7 320.9 386.4 20.4 71 90.4 120.8 18.2 100.1 146.3 29.3 290.9 302.4 4.0 72 90.8 117.3 14.4 100.8 140.8 23.6 280.0 263.0 -6.1 73 125.6 145.9 2.8 149.7 177.7 5.0 366.7 387.7 5.7 74 144.3 141.9 -13.0 189.4 171.3 -20.0 333.4 334.9 0.5 75 114.6 137.6 6.3 132.4 165.5 10.6 325.9 314.6 -3.5 76 73.4 122.7 47.9 75.2 148.5 74.7 304.8 303.8 -0.3 77 90.1 127.5 25.2 96.7 153.8 40.7 334.4 303.3 -9.3 78 <t< td=""><td>67</td><td>74.3</td><td>111.7</td><td>33.0</td><td>78.3</td><td>134.7</td><td>52.3</td><td>262.7</td><td>267.9</td><td>2.0</td></t<>	67	74.3	111.7	33.0	78.3	134.7	52.3	262.7	267.9	2.0
70 110.3 121.4 -2.6 137.4 149.5 -3.7 320.9 386.4 20.4 71 90.4 120.8 18.2 100.1 146.3 29.3 290.9 302.4 4.0 72 90.8 117.3 14.4 100.8 140.8 23.6 280.0 263.0 -6.1 73 125.6 145.9 2.8 149.7 177.7 5.0 366.7 387.7 5.7 74 144.3 141.9 -13.0 189.4 171.3 -20.0 333.4 334.9 0.5 75 114.6 137.6 6.3 132.4 165.5 10.6 325.9 314.6 -3.5 76 73.4 122.7 47.9 75.2 148.5 74.7 304.8 303.8 -0.3 77 90.1 127.5 25.2 96.7 153.8 40.7 334.4 303.3 -9.3 78 134.0 155.6 2.8 16	68	124.4	132.5	-5.7	158.4	164.1	-8.3	368.3	464.2	26.0
71 90.4 120.8 18.2 100.1 146.3 29.3 290.9 302.4 4.0 72 90.8 117.3 14.4 100.8 140.8 23.6 280.0 263.0 -6.1 73 125.6 145.9 2.8 149.7 177.7 5.0 366.7 387.7 5.7 74 144.3 141.9 -13.0 189.4 171.3 -20.0 333.4 334.9 0.5 75 114.6 137.6 6.3 132.4 165.5 10.6 325.9 314.6 -3.5 76 73.4 122.7 47.9 75.2 148.5 74.7 304.8 303.8 -0.3 77 90.1 127.5 25.2 96.7 153.8 40.7 334.4 303.3 -9.3 78 134.0 155.6 2.8 161.7 191.8 5.0 400.9 495.7 23.6	69	196.2	170.1	-23.3	283.3	213.1	-33.4	507.0	737.2	45.4
72 90.8 117.3 14.4 100.8 140.8 23.6 280.0 263.0 -6.1 73 125.6 145.9 2.8 149.7 177.7 5.0 366.7 387.7 5.7 74 144.3 141.9 -13.0 189.4 171.3 -20.0 333.4 334.9 0.5 75 114.6 137.6 6.3 132.4 165.5 10.6 325.9 314.6 -3.5 76 73.4 122.7 47.9 75.2 148.5 74.7 304.8 303.8 -0.3 77 90.1 127.5 25.2 96.7 153.8 40.7 334.4 303.3 -9.3 78 134.0 155.6 2.8 161.7 191.8 5.0 400.9 495.7 23.6	70	110.3	121.4	-2.6	137.4	149.5	-3.7	320.9	386.4	20.4
73 125.6 145.9 2.8 149.7 177.7 5.0 366.7 387.7 5.7 74 144.3 141.9 -13.0 189.4 171.3 -20.0 333.4 334.9 0.5 75 114.6 137.6 6.3 132.4 165.5 10.6 325.9 314.6 -3.5 76 73.4 122.7 47.9 75.2 148.5 74.7 304.8 303.8 -0.3 77 90.1 127.5 25.2 96.7 153.8 40.7 334.4 303.3 -9.3 78 134.0 155.6 2.8 161.7 191.8 5.0 400.9 495.7 23.6	71	90.4	120.8	18.2	100.1	146.3	29.3	290.9	302.4	4.0
74 144.3 141.9 -13.0 189.4 171.3 -20.0 333.4 334.9 0.5 75 114.6 137.6 6.3 132.4 165.5 10.6 325.9 314.6 -3.5 76 73.4 122.7 47.9 75.2 148.5 74.7 304.8 303.8 -0.3 77 90.1 127.5 25.2 96.7 153.8 40.7 334.4 303.3 -9.3 78 134.0 155.6 2.8 161.7 191.8 5.0 400.9 495.7 23.6	72	90.8	117.3	14.4	100.8	140.8	23.6	280.0	263.0	-6.1
75 114.6 137.6 6.3 132.4 165.5 10.6 325.9 314.6 -3.5 76 73.4 122.7 47.9 75.2 148.5 74.7 304.8 303.8 -0.3 77 90.1 127.5 25.2 96.7 153.8 40.7 334.4 303.3 -9.3 78 134.0 155.6 2.8 161.7 191.8 5.0 400.9 495.7 23.6	73	125.6	145.9	2.8	149.7	177.7	5.0	366.7	387.7	5.7
76 73.4 122.7 47.9 75.2 148.5 74.7 304.8 303.8 -0.3 77 90.1 127.5 25.2 96.7 153.8 40.7 334.4 303.3 -9.3 78 134.0 155.6 2.8 161.7 191.8 5.0 400.9 495.7 23.6	74	144.3	141.9	-13.0	189.4	171.3	-20.0	333.4	334.9	0.5
77 90.1 127.5 25.2 96.7 153.8 40.7 334.4 303.3 -9.3 78 134.0 155.6 2.8 161.7 191.8 5.0 400.9 495.7 23.6	75	114.6	137.6	6.3	132.4	165.5	10.6	325.9	314.6	-3.5
78 134.0 155.6 2.8 161.7 191.8 5.0 400.9 495.7 23.6	76	73.4	122.7	47.9	75.2	148.5	74.7	304.8	303.8	-0.3
	77	90.1	127.5	25.2	96.7	153.8	40.7	334.4	303.3	-9.3
79 113.5 145.3 13.3 129.6 178.2 21.7 381.8 429.3 12.5	78	134.0	155.6	2.8	161.7	191.8	5.0	400.9	495.7	23.6
	79	113.5	145.3	13.3	129.6	178.2	21.7	381.8	429.3	12.5



80	101.8	121.9	6.0	119.8	149.2	10.2	336.1	354.7	5.5
81	128.4	149.9	3.3	155.1	185.2	5.7	391.1	499.5	27.7
mín	73.4	79.9	-38.5	75.2	97.3	-54.1	196.5	220.0	-16.4
Máx	224.9	170.1	47.9	375.2	213.1	74.7	507.0	737.2	51.8

Simbología:

- número de años (datos) procesados.
- función de distribución de probabilidades adoptada.
- predicción diaria de Tr = 5 años, en milímetros.
- coeficiente de variación, adimensional.
- precipitación máxima diaria del *Tr* indicado, en milímetros.
- 6 predicción en 24 horas del método M5 del *Tr* indicado, en mm.
- ⁷ error relativo en porcentaje.
- 8 PMP estimada con el método de David M. Hershfield, en mm.
- ⁹ *PMP* estimada con el método M5 de Jónas Elíasson, en milímetros.

El procesamiento probabilístico de las 81 series de *PMD* anual, con base en las distribuciones General de Valores Extremos (GVE) y Log-Pearson tipo III (LP3), adoptando (columna 4) la que reportó un menor error estándar de ajuste (Kite, 1977), condujo a las predicciones extremas diarias de Tr = 100, 1 000 y 10 000 años, mostradas en las columnas 7, 10 y 13 de la Tabla 1, procedentes de Campos-Aranda (2014). Al multiplicar por 1.13 las predicciones de *PMD* se obtienen las de duración de 24 horas (Weiss, 1964; WMO, 2009).

Precipitación Máxima Probable (PMP) en 24 horas

La *PMP* puntual de 24 horas de duración del estado de Zacatecas, México, se estimó con base en el método estadístico de David M. Hershfield (Hershfield, 1961; Hershfield, 1965; Campos-Aranda, 1998a; Campos-Aranda, 1998b; WMO, 2009), cuyos resultados se tienen en la columna 16 de la Tabla 1, para las 81 series de *PMD* anual procesadas, tales valores proceden de Campos-Aranda (2014).

Medida cuantitativa del contraste

Se adoptó como indicador básico de los contrastes el *error relativo* (ER) en porcentaje, calculado con la ecuación:

$$ER = \frac{X_{Tr} - 1.13 \cdot PMD_{Tr}}{1.13 \cdot PMD_{Tr}} 100 \tag{6}$$

en la cual X_{Tr} es la predicción de 24 horas de duración y periodo de retorno (Tr) en años, estimada con la ecuación (1) del método M5 generalizado por Jónas Elíasson y PMD_{Tr} es la predicción extrema diaria de igual Tr. Ambas predicciones se expresan en milímetros. Cuando se contrasta la PMP, la ecuación anterior se transforma en la siguiente:

$$ER = \frac{PMP_{\text{M5}} - PMP_{\text{MH}}}{PMP_{\text{MH}}} 100 \tag{7}$$

siendo PMP_{M5} la precipitación máxima probable puntual en 24 horas, estimada con la ecuación (5) y PMP_{MH} la calculada con el método de Hershfield de duración de 24 horas; ambas en milímetros. En las expresiones (6) y (7), cuando las estimaciones del método M5 exceden a las predicciones calculadas previamente en el estado de Zacatecas, México (Campos-Aranda, 2014), se obtienen errores relativos positivos. Cuando las predicciones del método M5 son menores, los ER son negativos.

Discusión de resultados

Respecto a predicciones de Tr = 100 años



Todos los contrastes realizados se analizaron con base en el *ER*, considerando que cuando tal indicador es menor de 10.0% se logró una estimación bastante aproximada. Para el caso de las predicciones de *Tr* = 100 años, según se observa en la columna 9 de la Tabla 1, únicamente en 15 estaciones pluviométricas o series de *PMD* anual se tuvieron *ER* mayores de 10.0%; por lo cual, en 81.5% de los registros procesados se logró una predicción bastante aproximada con el método M5 generalizado. En los 15 registros que se tienen las mayores dispersiones con las predicciones de los modelos GVE o LP3, nueve fueron por defecto y seis por exceso, con valores máximos de -20.6% y de 23.7%, mostrados en los dos últimos renglones de la última columna de la Tabla 1 (primera parte).

Tomando en cuenta que la predicción de Tr=100 años extrapola la mayoría de los registros procesados, inicialmente se buscó relacionar los 15 ER mayores de 10.0% con los registros cortos, pero tal dependencia no ocurre de manera generalizada. Lo que sí se puede observar es que los ER positivos ocurren cuando el Cv de la series de PMD anual es menor o cercano a 0.260, y los ER negativos se presentan en Cv mayores de 0.320; las anomalías de lo anterior se tienen en las estaciones Felipe Ángeles y Mezquital del Oro, ambas con registros cortos de 26 años.

Respecto a las predicciones de Tr < 100 años

Con base en los ER de las predicciones de Tr = 100 años (columna 9 de la Tabla 1) se seleccionaron las tres estaciones con ER máximos negativos, con ER mínimos y con ER máximos positivos. En tales estaciones se realizó un contraste de sus predicciones de Tr de 2, 5, 10, 25, 50 y 100 años, el cual se muestra en la Tabla 2. Se observa que todos los ER son menores en tales predicciones y próximos a cero, o bien menores de 10% en los Tr de 5, 10 y 25 años, excepto en Trancoso (estación núm. 76). Por lo anterior, se concluye que el método M5 generalizado reproduce de bastante manera aproximada las predicciones de Tr < 100 años.

Tabla 2. Contraste de predicciones (X_{Tr}) en milímetros del método M5 generalizado en nueve estaciones pluviométricas del estado de Zacatecas, México.

Est.	ER	FDP	Predicción		Periodo	de ret	orno (<i>T</i>	r) en añ	os
núm.	(%) M5 _d	Cv	ER (%)	2	5	10	25	50	100
11	-20.5	LP3	PMD_{Tr}	42.2	58.8	72.3	92.8	110.8	131.4
-	58.8	0.417	X _{Tr}	47.6	66.4	78.9	94.7	106.4	118.0
-	-	-	ER	-0.2	-0.1	-3.4	-9.7	-15.0	-20.5
47	-13.8	LP3	PMD_{Tr}	31.7	44.7	54.6	68.6	80.0	92.5
-	44.7	0.422	X_{Tr}	36.1	50.5	60.1	72.2	81.1	90.0
-	-	-	ER	0.8	-0.0	-2.6	-6.9	-10.3	-13.9
69	-12.6	GVE	PMD_{Tr}	41.8	61.2	75.4	95.2	111.3	128.6
-	61.2	0.461	X_{Tr}	48.0	69.2	83.2	100.9	114.0	127.0
-	-	-	ER	1.6	0.1	-2.3	-6.2	-9.4	-12.6
1	0.5	GVE	PMD_{Tr}	42.1	55.5	64.2	74.9	82.7	90.3
-	55.5	0.324	X_{Tr}	48.1	62.7	72.4	84.5	93.6	102.6
-	-	-	ER	1.1	0.0	-0.2	-0.2	0.2	0.5
19	-0.1	GVE	PMD_{Tr}	36.4	46.7	53.3	61.6	67.7	73.6
-	46.7	0.287	X_{Tr}	41.7	52.8	60.1	69.4	76.3	83.1
-	-	-	ER	1.4	0.1	-0.2	-0.3	-0.0	-0.1
59	-0.9	LP3	PMD_{Tr}	44.0	61.9	73.7	88.6	99.5	110.3
-	61.9	0.410	X_{Tr}	50.4	69.9	82.9	99.3	111.4	123.5
-	-	-	ER	1.4	-0.1	-0.5	-0.8	-0.9	-0.9
24	16.8	GVE	PMD_{Tr}	57.5	69.6	75.7	82.0	85.7	88.8
-	69.6	0.237	X_{Tr}	64.6	78.6	88.0	99.7	108.5	117.2
-	-	-	ER	-0.6	-0.1	2.9	7.6	12.0	16.8
22	16.8	GVE	PMD_{Tr}	43.3	57.1	64.6	72.4	77.3	81.5
-	57.1	0.345	X_{Tr}	48.8	64.5	75.0	88.1	97.9	107.6
-	-	-	ER	-0.3	-0.0	2.7	7.7	12.1	16.8
76	23.7	GVE	PMD_{Tr}	44.4	55.0	60.0	64.7	67.3	69.3
-	55.0	0.277	X _{Tr}	49.5	62.1	70.6	81.2	89.0	96.9
-	-	-	ER	-1.3	-0.1	4.1	11.1	17.0	23.7

Simbología: igual a la de la Tabla 1.



Respecto a predicciones extremas

En las predicciones de Tr de 1 000 y 10 000 años del método M5 generalizado se reducen notablemente los ER menores de 10.0%, con sólo 34.6% de los registros en Tr mayor, según columna 15 de la Tabla 1. Además, los valores máximos de tales ER aumentan de manera considerable, siendo de -54.1 y 74.7%, en las predicciones extremas de $Tr = 10\,000$ años.

Un estudio puntual de cada registro con *ER* negativo llevó a detectar que ocurren en series de *PMD* anual que tienen valores máximos dispersos (*outliers*), y que debido a ello se ajustan a la distribución GVE con parámetro de forma (*k*) negativo o modelo Fréchet. Por el contrario, los *ER* positivos se presentan cuando los registros siguen al modelo Weibull o distribución GVE con *k* positivo, ya que ahora se tiene un límite superior. En resumen, el método M5 generalizado no puede reproducir las predicciones extremas elevadas de la distribución Fréchet ni acotar o limitar a las del modelo Weibull.

Por limitaciones del espacio no se mencionan las estaciones pluviométricas con ER negativos máximos ni se citan sus valores de k respectivos, pero ocurren en los números 11, 42, 47, 43, 65, 58 y 69, con k variando de -0.24 a -0.11. En cambio, los ER positivos máximos se tienen en las estaciones 76, 22, 24, 67, 77 y 28, con k fluctuando de 0.35 a 0.17.

Respecto a la PMP

De acuerdo con los *ER* mostrados en la columna final de la Tabla 1, en 36 registros se tienen *ER* menores de 10.0%, lo cual corresponde a un 44.4% de las 81 series de *PMD* anual, procesadas. Además, en otros 40 registros, la *PMP* estimada con el método M5 generalizado condujo a *ER* positivos, es decir, que sobreestima el valor de la *PMP* obtenido con el método de Hershfield. Por último, en los cinco registros faltantes se



obtuvieron ER negativos, con un valor máximo de -16.4%. Lo anterior, se considera en general una aproximación excelente de un método que permite realizar estimaciones de la PMP en 24 horas en sitios sin datos, con base únicamente en dos parámetros regionales: MS_d y Cv.

Respecto a las cinco subestimaciones de la *PMP*, éstas ocurren cuando el *Cv* de la serie de *PMD* anual es menor de 0.251; en cambio, las sobreestimaciones importantes, consideradas las de un *ER* mayor del 30.0%, en general se asocian con valores mayores a 0.386 del *Cv*.

Respecto a los análisis regionales

En su estudio, Campos-Aranda (2014) realiza dos análisis regionales: uno en la Región Hidrológica Núm. 12 Parcial (Río Santiago) en la cuenca del río Juchipila, el cual incluyó 13 estaciones; y otro en la Región Hidrológica Núm. 37 (El Salado), que abarcó 19 registros. Seleccionando de la Tabla 1 los renglones de las estaciones que pertenecen a cada región hidrológica, se integraron dos tabulaciones. Se observó en ambas tabulaciones que ahora sus valores tienden a ser semejantes; es decir, presentan menor dispersión. Lo anterior fue verificado en sus renglones finales de valores mínimo y máximo, los cuales mostraron menor amplitud o rango. Lo anterior genera confianza en los resultados de la aplicación del método M5 generalizado, en áreas o zonas geográficas de una región hidrológica. Por limitaciones de espacio, sólo se expone en la Tabla 3 la porción final de las estaciones de la cuenca del río Juchipila, que son Excamé, Huanusco, Huitzila, Jalpa, Juchipila, La Villita, Los Campos, Mezquital del Oro, Moyahua de Estrada, Nochistlán, Teúl de González Ortega, Tlachichila y Tlaltenango.

Tabla 3. Valores de la Tabla 1 (segunda parte) en las 13 estaciones pluviométricas de la cuenca del río Juchipila del estado de Zacatecas, México.

1	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Est.	Tr =	1 000 a	ños	Tr = 3	10 000	años			
,							_	_	
nům.	PMD_{Tr}	X_{Tr}	ER	PMD_{Tr}	X _{Tr}	ER	MH ⁸	M5 ⁹	ER



28	90.5	127.0	24.2	97.1	152.8	39.3	323.2	293.1	-9.3
29	135.2	165.8	8.5	154.8	200.3	14.5	416.1	392.5	-5.7
30	91.9	117.6	13.2	103.6	139.3	19.0	277.2	231.8	-16.4
34	123.5	125.8	-9.9	159.4	152.5	-15.4	308.1	318.4	3.3
36	100.5	124.9	9.9	114.3	147.8	14.4	282.2	241.9	-14.3
39	157.3	150.8	-15.2	213.1	185.8	-22.8	400.4	477.2	19.2
42	174.0	149.1	-24.1	253.0	179.7	-37.1	357.4	345.9	-3.2
45	111.6	126.5	0.3	135.4	151.5	-1.0	312.7	275.5	-11.9
46	125.0	152.6	8.0	147.2	188.1	13.1	391.4	486.9	24.4
73	125.6	145.9	2.8	149.7	177.7	5.0	366.7	387.7	5.7
74	144.3	141.9	-13.0	189.4	171.3	-20.0	333.4	334.9	0.5
75	114.6	137.6	6.3	132.4	165.5	10.6	325.9	314.6	-3.5
mín	90.5	117.6	-24.1	97.1	139.3	-37.1	277.2	231.8	-16.4
Max	157.3	165.8	24.2	253.0	200.3	39.3	416.1	486.9	24.4

Conclusiones

Con base en los 81 contrastes puntuales concentrados en la Tabla 1, realizados en el estado de Zacatecas, México, se recomienda la aplicación del método M5 generalizado por Elíasson, para estimar predicciones de precipitación máxima diaria (PMD), con periodos de retorno (Tr) menores a 100 años, en localidades sin datos dentro de tal estado. La estimación de sus dos parámetros estadísticos requeridos, la predicción diaria de Tr=5 años (MS_d) y el coeficiente de variación (Cv) se realizará a partir de los valores disponibles en las estaciones pluviométricas cercanas, de su región hidrológica o zona geográfica del sitio en estudio.

También se recomienda el método M5 generalizado para llevar a cabo estimaciones estadísticas de la precipitación máxima probable (PMP) puntual de duración 24 horas en sitios sin datos de PMD dentro del estado de Zacatecas, México, teniendo en cuenta que tal método subestima valores cuando Cv es menor de 0.251 y que sobreestima magnitudes cuando Cv es mayor de 0.386, sin importar el valor del M5_d.



Se sugiere contrastar el método M5 generalizado en otros estados o regiones geográficas del país, para ir verificando su universalidad e intentar acotar sus estimaciones de *PMP* en relación con el *Cv*, como se realizó en este trabajo para el estado de Zacatecas, México.

Agradecimientos

Se agradecen los comentarios y correcciones sugeridas por el árbitro anónimo, las cuales permitieron una mejor descripción de los datos y resultados contrastados, así como una presentación más clara de los métodos involucrados.

Referencias

- Alfnes, E., & Förland, E. J. (2006). *Trends in extreme precipitation and return values in Norway 1900-2004* (Report No. 2, Climate). Oslo, Norway: Norway Meteorological Institute.
- Campos-Aranda, D. F. (1998a). Estimación estadística de la precipitación máxima probable en San Luis Potosí. *Ingeniería hidráulica en México*, 13(3), 45-66.
- Campos-Aranda, D. F. (1998b). Inciso 4.10.5: Método estadístico de estimación de la PMP. En: *Procesos del ciclo hidrológico* (pp. 4.85-4.94). San Luis Potosí, México: Editorial Universitaria Potosina.
- Campos-Aranda, D. F. (2014). Predicciones extremas de lluvia en 24 horas en el estado de Zacatecas, México. *Tecnología y ciencias del agua*, 5(5), 199-225.
- Elíasson, J. (1994). Statistical estimates of *PMP* values. *Hydrology Research*, 25(4), 301-312.
- Elíasson, J. (1997). A statistical model for extreme precipitation. *Water Resources Research*, 33(3), 449-455.
- Elíasson, J. (2000). Design values for precipitation and floods from M5 values. *Hydrology Research*, 31(4-5), 357-372.
- Hershfield, D. M. (1961). Estimating the probable maximum precipitation. *Journal of Hydraulics Division*, 87(HY5), 99-106.
- Hershfield, D. M. (1965). Method for estimating probable maximum rainfall. *Journal of American Water Works Association*, 57(8), 965-972.
- Jakob, D. (2013). Nonstationarity in extremes and engineering design. Chapter 13. In: AghaKouchak, A., Easterling, D., Hsu, K.,



- Schubert, S., & Sorooshian, S. (eds.). *Extremes in a changing climate* (pp. 363-417). Dordrecht, The Netherlands: Springer.
- Kite, G. W. (1977). Chapter 12: Comparison of frequency distributions. In: *Frequency and risk analyses in hydrology* (pp. 156-168). Fort Collins, USA: Water Resources Publications.
- Koutsoyiannis, D. (1999). A probabilistic view of Hershfield's method for estimating probable maximum precipitation. *Water Resources Research*, 35(4), 1313-1322.
- Koutsoyiannis, D., & Papalexiou, S. M. (2017). Extreme rainfall: Global perspective. Chapter 74. In: Singh, V. P. (ed.). *Handbook of applied hydrology* (2nd ed.) (pp. 74.1-74.16). New York, USA: McGraw-Hill Education..
- Linsley, R. K., Kohler, M. A., & Paulhus, J. L. (1988). Chapter 13: Probability in hydrology: A basis for planning. In: *Hydrology for engineers* (3rd ed.) (pp. 343-373). London, UK: McGraw-Hill Book Co.
- NERC, Natural Environment Research Council. (1975). Meteorological Studies. Vol. II. In: *Flood studies report*. London, UK: Natural Environment Research Council.
- Salas, J. D., Gavilán, G., Salas, F. R., Julien, P. Y., & Abdullah, J. (2014). Uncertainty of the PMP and PMF. Chapter 28. In: Eslamian, S. (ed.). *Handbook of engineering hydrology. Modeling, climate change and variability* (pp. 575-603). Boca Raton, USA: CRC Press.
- Weiss, L. L. (1964). Ratio of true to fixed-interval maximum rainfall. Journal of Hydraulics Division, 90(HY1), 77-82.
- WMO, World Meteorological Organization. (2009). Chapter 4: Statistical Estimates. *Manual on Estimation of Probable Maximum Precipitation (PMP)* (3rd ed.) (pp. 65-73) (WMO-No. 1045). Geneva, Switzerland: World Meteorological Organization.