

DOI: 10.24850/j-tyca-2019-03-08

Artículos

## **Investigación experimental y analítica de los efectos de las células secundarias actuales en las características del salto hidráulico en canales trapezoidales**

### **Experimental and analytical investigation of secondary current cells effects on hydraulic jump characteristics in trapezoidal channels**

Bahador Fatehi-Nobarian<sup>1</sup>

Hooman Hajikandi<sup>2</sup>

Yousef Hassanzadeh<sup>3</sup>

Saeed Jamali<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Ingeniería Civil, Facultad de Ingeniería, Islamic Azad University-Tehran Central Branch, Teherán, Irán, bahadorfn@yahoo.com

<sup>2</sup>Departamento de Ingeniería Civil, Facultad de Ingeniería, Islamic Azad University-Tehran Central Branch, Teherán, Irán, h\_hajikandi@iauctb.ac.ir

<sup>3</sup>Facultad de Ingeniería Civil, University of Tabriz, Tabriz, Irán, yhassanzadeh@tabriz.ac.ir

<sup>4</sup>Departamento de Ingeniería Civil, Facultad de Ingeniería, Islamic Azad University-Tehran Central Branch, Teherán, Iran, sae.jamali@iauctb.ac.ir

Autor para correspondencia: Hooman Hajikandi,  
h\_hajikandi@iauctb.ac.ir

#### **Resumen**

La dinámica de fluidos tiene como objetivo comprender el movimiento de líquidos y gases mediante funciones que describen la distribución de velocidades. En el presente estudio se investigan las características de las corrientes secundarias en canales trapezoidales con ángulos laterales

de 45, 60 y 75° sometidas a la influencia de cinco descargas diferentes con pruebas experimentales; los resultados se comparan con los de *Flow3D*. Los resultados obtenidos de las mediciones experimentales y la comparación de modelos numéricos de la velocidad de las corrientes secundarias en diferentes números de Froude demostraron que existe una relación opuesta entre la velocidad secundaria en la dirección perpendicular al eje de flujos ( $V_x$ ) y la velocidad en una dirección perpendicular al nivel de flujo ( $V_z$ ) en canales trapezoidales. Además, a un ángulo de 45°, ha habido una pérdida de energía notable durante el salto hidráulico. La relación del aumento en la velocidad de las corrientes secundarias en la dirección X en Froude número 10 de ángulo de 45° es mayor que la de otras dos secciones, que es igual a 71%, en comparación con el ángulo de 75° en modelos numéricos; en Froude número 9 fue de 91% durante las pruebas experimentales. Luego, la velocidad de las corrientes secundarias en la dirección Z para Froude número 2 de 75° es mayor que la de otras dos secciones, que es 88%, en comparación con el ángulo de 45° en modelos numéricos y en Froude número 1.5 fue igual a 74.5% para pruebas experimentales.

**Palabras clave:** corrientes secundarias, canal trapezoidal, salto hidráulico, tensión de cizallamiento límite.

## Abstract

Fluid dynamics aims at understanding the movement of liquids and gases by functions that describe the distribution of velocities. In the present study, the characteristics of secondary currents in trapezoidal channels with side angles of 45, 60 and 75°, subjected to the influence of five different discharges with experimental tests, are investigated and the results are compared with that of *Flow3D*. The results obtained from experimental measurements and numerical models comparison of the rate of secondary currents in different Froude numbers demonstrated that there exists an opposite relationship between the secondary velocity in the direction of perpendicular to the axis of flows ( $V_x$ ) and velocity in a direction perpendicular to the flow level ( $V_z$ ) in trapezoidal channels. Moreover, at 45° angle, there has been a remarkable energy loss during hydraulic jump. The ratio of the increase in the secondary currents velocity in X direction in Froude number 10 of 45° angle is higher than that of two other sections, which is equal to 71%, compared to 75° angle in numerical models and in Froude number 9 it was 91% during experimental tests. Then, the secondary currents velocity in Z

direction for Froude number 2 of 75° angle is higher than that of two other sections, which is 88%, compared to the 45° angle in numerical models and in Froude number 1.5 it was equal to 74.5% for experimental tests.

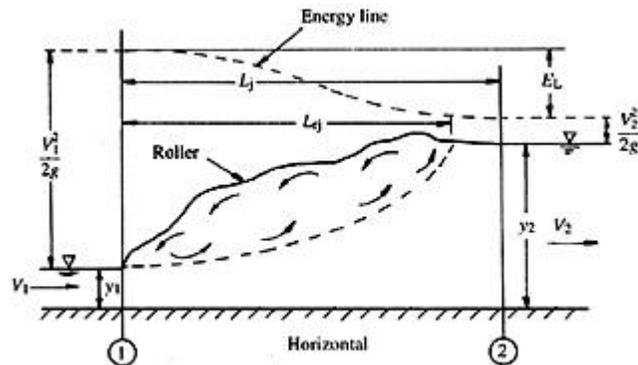
**Keywords:** Secondary currents, trapezoidal channel, hydraulic jump, boundary shear stress.

Recibido: 31/07/2018

Aceptado: 13/12/2018

## Introducción

Uno de los casos más frecuentes de flujo rápidamente variado es el fenómeno del salto hidráulico. La aplicación más importante del salto hidráulico es en la disipación de energía debajo de vertederos, vertederos, puertas, etcétera. Basado en observaciones en 3D durante pruebas experimentales, los fenómenos de flujo difieren de manera significativa del salto hidráulico clásico en canales trapezoidales y rectangulares. El caso más estudiado del salto hidráulico es en canales rectangulares horizontales, a través de discusión detallada métrica. El dibujo esquemático de un salto hidráulico típico en un canal horizontal se muestra en la Figura 1. El salto hidráulico y su estabilidad en el canal trapezoidal son especialmente importantes. Académicos como Wanoschek y Hager (1989), y Muhsun (2012) analizaron las propiedades de los canales trapezoidales a través de pruebas experimentales. Hager (1992) y Chanson (2007) estudiaron el salto hidráulico unular y describieron sus características, donde se calcularon los valores del número de Froude en el que el salto no es más que un movimiento irregular, con independencia del efecto del ancho del canal. Afzal y Bushra (2002) estudiaron la estructura del salto hidráulico turbulento en el canal trapezoidal.



**Figura 1.** Estructura de flujo de salto hidráulico.

El perfil de la superficie se aproxima como una solución universal limitante siempre que las variables estén apropiadamente no dimensionadas. Gupta, Mehta y Dwivedi (2013) investigaron la longitud relativa y la pérdida relativa de energía del salto hidráulico libre en canales prismáticos. Ohtsu (1976) clasificó los saltos hidráulicos en canales trapezoidales en cuatro tipos. El criterio implicaba la simetría de la corriente principal. Ohtsu (1976) recomendó que sólo se usen saltos hidráulicos de los tipos 1 y 2 ("el salto es casi simétrico") como disipador de energía. Kim, Choi, Park y Byeon (2015) han investigado las propiedades del salto hidráulico y su disipación de energía en aguas abajo de la compuerta. Javan y Eghbalzadeh (2013) han estudiado salto hidráulico sumergido con modelado turbulento  $K-\epsilon$ . Nezu *et al.* (1985), después de estudiar el efecto de la rugosidad en los resultados experimentales en un canal rectangular, incluso cuando las condiciones de rugosidad límite cambian, mostraron que la estructura principal de las corrientes secundarias no se modifica de forma drástica. Yaaghoubi y Givechi (2007) investigaron el efecto de las corrientes secundarias en la velocidad promedio de las secciones transversales en canales rectangulares. Después de estudiar el efecto de la rugosidad en los resultados experimentales en un canal rectangular, incluso cuando cambian las condiciones de la rugosidad de los límites, la estructura principal de las corrientes secundarias no cambia dramáticamente. Nezu, Nakagawa y Tominaga (1985), y Qin, Shao y Zhou (2016) hicieron una comparación entre dos lunares de corrección de corriente secundaria diferentes para el flujo de profundidad media de los canales serpenteantes. Otros investigadores, como Dasgupta y Tomar (2015), también investigaron la distribución de las tensiones de cizallamiento límite en canales trapezoidales prismáticos. Shokrian-Hajibehzad y

Shafai-Bejestan (2017) predijeron la relación de profundidad secuencial en el salto hidráulico en el río y encontraron que la relación de profundidad secuencial en lechos rocosos ásperos es considerablemente más pequeña que en una cama de concreto lisa. Se presentan dos nuevas ecuaciones de predicción para pendientes de lechos suaves y ásperos; los resultados mostraron que las predicciones concuerdan de forma razonable con los datos experimentales.

Jalili-Ghazizadeh, Attari y Farhadi-Rad (2017) estudiaron el salto hidráulico junto con presas. En el modelo se considera el momento de salida lateral; el modelo predice la ubicación del salto hidráulico. El presente estudio busca llenar el vacío de investigación relacionado con la investigación de células de corriente secundaria en canales trapezoidales y su efecto en el fenómeno del salto hidráulico, que debe considerarse como la novedad de la investigación.

El presente documento persigue dos objetivos principales: 1) las características y propiedades de las corrientes secundarias en el salto hidráulico para canales trapezoidales que incorporan tres diversos ángulos de inclinación lateral (ángulos laterales), que utilizan enfoques experimentales y numéricos, y 2) variación en la pérdida de energía en el salto hidráulico en relación con los cambios en los números de Froude para los análisis tanto experimentales como numéricos, así como la comparación con los hallazgos obtenidos por Hager (1992). El enfoque principal del estudio se concentra en diferentes secciones trapezoidales sometidas a varios flujos de descarga.

## **Células de corriente secundaria**

En general, las corrientes secundarias son un subconjunto de flujos en las secciones transversales o alrededor del eje perpendicular a la sección transversal del flujo. Las corrientes en las curvas se llaman corrientes secundarias fuertes, pero las que se encuentran en los canales prismáticos del plan se denominan corrientes secundarias débiles. Las corrientes secundarias y los canales abiertos son significativamente importantes en la ingeniería hidráulica debido al inmenso efecto de

estas corrientes en el campo de flujo, el impacto de la regla de fricción y la formación de formas tridimensionales en los lechos de los canales.

## Ecuaciones de corrientes secundarias

El propósito principal de hacer corrientes secundarias en un flujo longitudinal uniforme es la homogeneidad de la disparidad de tensión de Reynolds  $\gamma$ , en esencia, de sus componentes verticales. Prandtl (1904) dictó que los dos mecanismos principales conducen a flujos de rotación en la dirección del flujo, es decir: 1) desviación de las tensiones de cizallamiento principales por un gradiente de presión lateral o fuerza física; 2) inconsistencias y turbulencia fluctuante en una placa perpendicular a la del eje de rotación. La ecuación de rotación longitudinal en el flujo turbulento completamente desarrollado está subrogada (Azhdari-Moghaddam, Tajnasaj & Givech, 2013):

$$V \frac{\partial \xi}{\partial y} + W \frac{\partial \xi}{\partial z} = \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} (\bar{v}^2 - \bar{w}^2) + \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \nu w + g \left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \xi \quad (1)$$

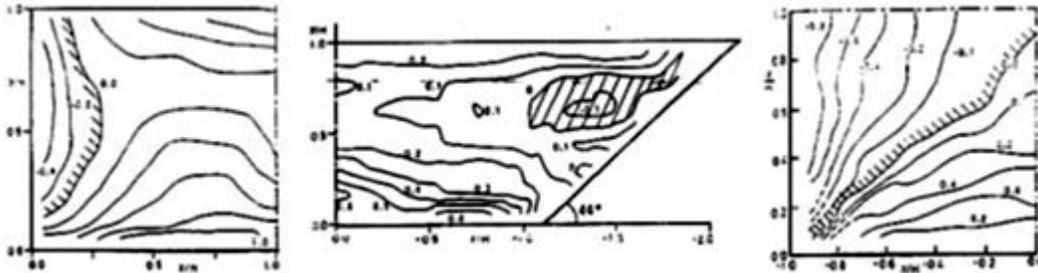
$$\xi = \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y} \quad (2)$$

Donde  $W$  y  $V$  se refieren a componentes de velocidad en dirección horizontal ( $Z$ ), y componentes de velocidad en dirección vertical ( $Y$ ), respectivamente.

De hecho, estos son los mismos componentes de la corriente secundaria, donde  $\nu$  es la viscosidad cinemática del fluido, denota el esfuerzo cortante de Reynolds y se refiere al estrés normal de Reynolds. Eso está indicado por la función de flujo:

$$v = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad w = \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (3)$$

La Figura 2 ilustra la diferencia de tensiones verticales en la estructura principal de los flujos secundarios.



**Figura 2.** Líneas no dimensionales  $(\bar{W}^2 - \bar{V}^2)/U^2_{\text{máx}}$  desde la derecha en el orden de canal cerrado, canal trapezoidal y canal rectangular.

En el presente trabajo, las variables  $Z$  e  $Y$  son del orden de  $X$  para la velocidad perpendicular al eje de flujo y  $Z$  para la velocidad perpendicular al lecho del canal. La siguiente ecuación muestra el fenómeno del salto hidráulico en el estudio actual, según se investigó, en función de la definición de los flujos de rotación, de modo que la curvatura funciona en flujo opuesto a cero:

$$\vec{\nabla} \times \vec{U} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ U_x & U_y & U_z \end{vmatrix} = \epsilon_{ijk} \partial_j v_k \neq 0 \quad (4)$$

Donde  $\vec{\nabla}$  representa el operador nabla, calculado como sigue en el sistema cartesiano.

$\vec{U}$  es componente de velocidad:

$$\vec{\nabla} = i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z} \quad (5)$$

## Modelado de flujo 3D

La resolución del problema de CFD (dinámica de fluidos computacional), por lo general consta de cuatro componentes principales: geometría y generación de cuadrícula, configuración del modelo físico, solución y el proceso posterior de los datos computados. El problema del conjunto se calcula para generar la geometría y la cuadrícula, y los datos se adquieren de una manera bien conocida. El modelado de un fenómeno implica problemas complejos que pueden resolverse desarrollando un modelo simple. Por lo tanto, aunque un modelo ideal debería introducir la cantidad mínima de complejidad en las ecuaciones de modelado, es importante ser lo más preciso posible. Para llevar a cabo un modelo numérico de las corrientes secundarias, inicialmente es necesario desarrollar un modelo numérico de las secciones indiferentes de la velocidad media para obtener los límites de un cambio de velocidad de forma adecuada.

Según Bayon, Valero, García-Bartual y López-Jiménez (2016), se suele suponer que el valor límite para las cantidades  $KT$  y  $\varepsilon T$  determinan el equilibrio local entre los procesos de producción y caída de la tensión de corte turbulenta y una regla de la velocidad de la pared perfil. En esta investigación, el modelo RNG (grupo de renormalización) se usó debido a sus métodos estadísticos para derivar ecuaciones promedio para cantidades de perturbación, como la energía cinética y su tasa de pérdida, lo que lo convierte en el mejor modelo de turbulencia para simular un salto hidráulico. El *software Flow-3D* se emplea para obtener una correlación precisa entre la solución y convergencia de respuestas, que se basan en el flujo espectral geométrico y las características del flujo (Microsoft Corporation, 2015).

## Correlación de la señal ADV

Se pueden encontrar explicaciones extensas sobre los principios de operación de ADV en el Manual Operativo de Nortek (Nortek-AS, 2013). Las velocidades se estiman utilizando una técnica denominada procesamiento Doppler coherente de pulso, donde el ADV (velocímetro doppler acústico) mide el cambio en la fase de la señal de retorno a partir de dos pulsos acústicos sucesivos. El retorno acústico no es un reflejo de un solo objetivo sino una superposición de los reflejos de muchas partículas individuales contenidas en el volumen de muestreo. Se logra una coherencia de fase si todas las partículas en el volumen de muestreo mantienen sus posiciones relativas entre sí, en cuyo caso la fuerza y las fases relativas de las reflexiones individuales no cambiarían de un pulso al siguiente. Sin embargo, el ruido doppler es una parte inherente de los sistemas de retrodispersión de volumen basados en doppler, y también existen otras fuentes de ruido. Por lo tanto, la señal de retorno del segundo pulso no es una reproducción de cambio de fase del primer pulso, sino que contiene una cierta cantidad de ruido, que se puede agregar a la parte coherente de la señal de retorno (Nortek-AS, 2013):

$$S'_1 = S_1 + N_1 \quad (6)$$

$$S'_2 = S_2 + N_2 \quad (7)$$

Donde  $S_1$  'y  $S_2$ ' son las señales de retorno de dos pulsos adyacentes;  $S_1$  y  $S_2$  son las partes coherentes de la señal, y  $N_1$  y  $N_2$  representan el ruido aleatorio. En la práctica, el ADV calcula el cambio de fase entre las señales de retorno de dos pulsos sucesivos utilizando una función de autocorrelación compleja, que tiene una fase y una magnitud. La fase es proporcional a la distancia que se recorre en el tiempo entre los pulsos por dispersión y, por lo tanto, a la velocidad. La magnitud es una medida de qué tan similares son los ecos de dos señales de retorno, y la magnitud normalizada produce el coeficiente de correlación. Si los ecos de dos pulsos vecinos fueran idénticos y sólo con un cambio de fase, la correlación sería perfecta e igual a 100%. A medida que los ecos se vuelven más disímiles, la correlación disminuye. Las correlaciones bajas se asocian con flujos altamente turbulentos, burbujas de aire en el flujo,

valores bajos de SNR (relación señal/ruido), gradientes de gran velocidad dentro del volumen de muestreo, la presencia de partículas individuales grandes o interferencia desde el límite.

En flujos turbulentos, como el salto hidráulico, es razonable suponer que las partículas en el volumen de la muestra no mantendrán sus posiciones relativas entre sí, por lo que se agregará el ruido doppler de la señal de retorno. Esto descorrelatará la señal y, en este caso, las correlaciones de señal baja no significarán de forma necesaria que los datos sean indeseables. Además, si los remolinos de turbulencia son del mismo orden que el volumen de la muestra o más pequeños, la correlación cambiará aún más, lo que conducirá a un aumento del ruido en las mediciones de velocidad. El coeficiente de correlación para flujos turbulentos se tratará con más detalle en la siguiente sección.

## Estudio experimental

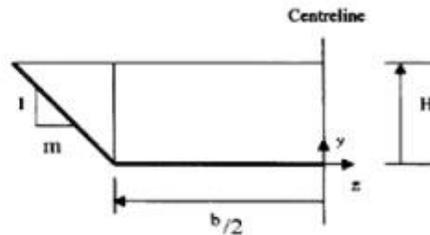
Para crear un salto hidráulico a lo largo del canal se han probado varios modos hidráulicos en el modelo de laboratorio. Estudios anteriores examinaron los saltos clásicos hechos para secciones transversales rectangulares. La configuración experimental y las propiedades del canal se presentan en la Tabla 1.

**Tabla 1.** Características geométricas del canal.

Tipo de canal	Longitud (m)	Anchura (m)	Alto de pared lateral(m)	Válvula, apertura (m)	Ubicación de la válvula(m)
$m = 1.0$	5	0.2	1	0.035	0.2
$m = 0.58$					
$m = 0.26$					

Donde  $m$  es la pendiente lateral del canal y se representa esquemáticamente en la [Figura 3](#). El valor numérico de la pendiente

lateral para los ángulos 45, 60 y 75° en esta investigación fue igual a 1.0, 0.58 y 0.26, respectivamente.

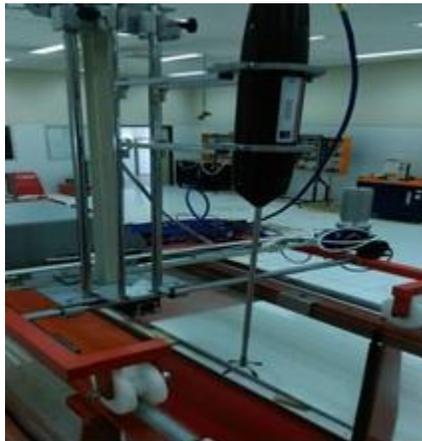


**Figura 3.** Pendiente lateral en media sección transversal.

El volumen del tanque de reserva de inicio del canal es de 3.2 m<sup>3</sup>. La Figura 4 y la Figura 5 muestran las características de geometría del canal, y la posición del ADV en el canal.



**Figura 4.** Geometría del canal trapezoidal en tres ángulos.



**Figura 5.** Especificaciones del dispositivo ADV en el canal.

Como se muestra en la Figura 5, la máquina ADV está montada en un carro, se mueve en el canal utilizando el *software* (Jog) y envía el dispositivo a la profundidad designada en la ubicación deseada. En este documento, las mediciones se llevaron a cabo a 25 Hz durante dos minutos, con un total de 3 000 impresiones para la velocidad media del punto ( $u$ ,  $v$ ,  $w$ ).

Basado en la experiencia previa, el dispositivo al inicio descansa por completo en flujo laminar, de modo que puede enviar la frecuencia dentro del flujo; luego se usó una descarga más baja para cosechar velocidades secundarias al comienzo de un salto hidráulico. Las descargas utilizadas en este estudio fueron iguales a 10, 30, 50, 70 y 90 l/s, para tres ángulos de sección geométrica, incluidos los ángulos de 45, 60 y 75° en el canal trapezoidal.

El punto que importa en la configuración del *software* *Victorina+* es que todos los valores en la configuración de prueba y error deben coincidir de manera coordinada con la obtenida para los cuatro destinatarios de que el coeficiente de correlación requiere ser mayor que 70% y la SNR debe ser mayor que 15 dB (Martin, Fisher, Millar, & Quick, 2002). En el presente estudio se obtiene el valor numérico de SNR de 23 a 24 dB.

Cabe señalar que el coeficiente de correlación es un parámetro para determinar la calidad de la medición de la velocidad en porcentaje. En cada medición, el dispositivo calcula el parámetro de correlación para cada receptor de audio. El valor de correlación de 100% indica, en el mejor de los casos, una medición de ruido bajo; una correlación cero señala el efecto de la reducción de ruido. En lo ideal, las mediciones

deben tener una correlación entre 70 y 100%. Además, la relación SNR es señal de ruido y la cantidad de este parámetro en las mediciones es indicativa de la presencia de partículas suficientes en el agua para dispersar el sonido. Si el agua es muy clara y suave, la señal de retorno a los receptores del dispositivo es débil, en comparación con el ruido existente, y el dispositivo no podrá medir la velocidad. Durante la medición de flujos turbulentos, como saltos hidráulicos, tal relación no debe ser inferior a 15. En la presente investigación, las bombas se utilizaron para determinar la descarga deseada en el canal. Con respecto a la Tabla 2, el estado de las bombas rpm está listo para la realización de diferentes descargas. Vale la pena señalar que durante la prueba se utilizaron tres bombas, de tal manera que todas las demás descargas se formaron mediante la combinación de 2 o 3 bombas, esperando los valores de las dos primeras descargas.

**Tabla 2.** El estado de las bombas ultrasónicas.

Fila	Tipo de bomba	Ronda por minuto (RPM)	Q (l/s)
1	Descarga constante	1 754	33
2	Descarga variable	4 783	90
3		3 507	70
4		2 659	50
5		1 576	30
6		896	10

El dispositivo *Vectrino* mide la velocidad del agua según el fenómeno doppler. Basado en este fenómeno, si la fuente de audio se mueve a una velocidad  $v$  a un receptor sensible, la frecuencia de audio recibida es calculada por el receptor de acuerdo con la velocidad de audio del transmisor usando la siguiente ecuación:

$$F_{\text{Doppler}} = -F_{\text{Source}} \left( \frac{v}{c} \right) \quad (8)$$

Donde  $F_{\text{Doppler}}$  está cambiando la frecuencia del sonido recibido y  $F_{\text{Source}}$  es la frecuencia de sonido del transmisor;  $v$  es la velocidad del

transmisor al receptor;  $c$  es la velocidad del sonido en el fluido, que se supone que es 1 484 m/s en el presente estudio.

La Figura 6 muestra cómo se coloca el dispositivo dentro de la corriente, que comienza a fluir a una descarga de 10 a 90 l/s; cada descarga se tomó durante dos minutos, y se realizó en los tres ángulos del canal.



**Figura 6.** Cómo colocar el dispositivo dentro de la corriente.

En la Figura 7, Figura 8 y Figura 9 se muestra el comienzo del salto hidráulico formado por la descarga de 90, 70 y 50 l/s a 75°.



**Figura 7.** Comienzo del salto hidráulico en 90 l/s.



**Figura 8.** Inicio del salto hidráulico en 70 l/s.



**Figura 9.** Inicio del salto hidráulico en 50 l/s.

La Tabla 3 y Tabla 4 presentan resultados experimentales y numéricos, respectivamente, e ilustran cinco descargas diferentes de 90, 70, 50, 30 y 10 l/s. Estas tablas también presentan los números de Froude antes y después del salto, la profundidad inicial y la relación de la longitud del salto a la profundidad secundaria para las tres secciones geométricas, lo que se hace para mostrar no dimensional de la longitud del salto.

**Tabla 3.** Resultados experimentales en tres secciones trapezoidales.

	$m = 1.0$			$m = 0.58$			$m = 0.26$		
	$(F_r)$	$L_j/Y_2$	Profundidad inicial (m)	$(F_r)$	$L_j/Y_2$	Profundidad inicial (m)	$(F_r)$	$L_j/Y_2$	Profundidad inicial (m)

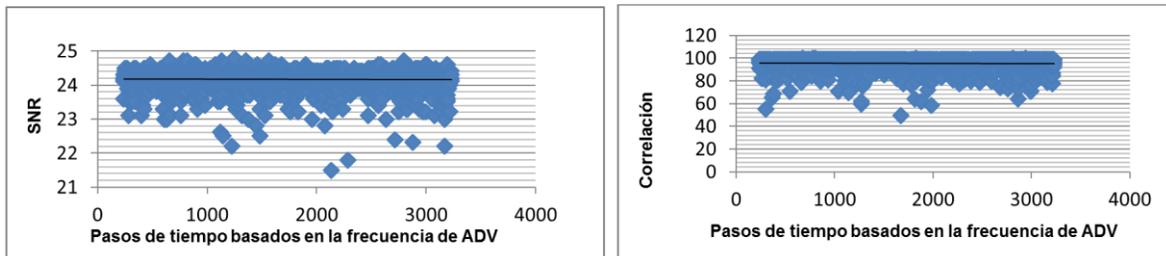
Q = 90 (l/s)	Antes del salto	8.67	6.18	0.06	12.2	6	0.073	12	5.11	0.08
	Después del salto	0.52			0.64			0.77		
Q = 70 (l/s)	Antes del salto	7.79	6.13	0.05	7	5.9	0.057	4	6	0.062
	Después del salto	0.73			0.76			0.84		
Q = 50 (l/s)	Antes del salto	3.3	5.5	0.027	2.1	5.41	0.037	2.1	5.21	0.042
	Después del salto	0.36			0.63			0.81		
Q = 30 (l/s)	Antes del salto	2	4	0.024	1.86	4.9	0.03	1.1	4.7	0.038
	Después del salto	0.28			0.31			0.38		
Q = 10 (l/s)	Antes del salto	1.2	3.1	0.025	1.1	3.72	0.031	1.2	3.81	0.033
	Después del salto	0.13			0.17			0.16		

**Tabla 4.** Resultados numéricos en tres secciones trapezoidales.

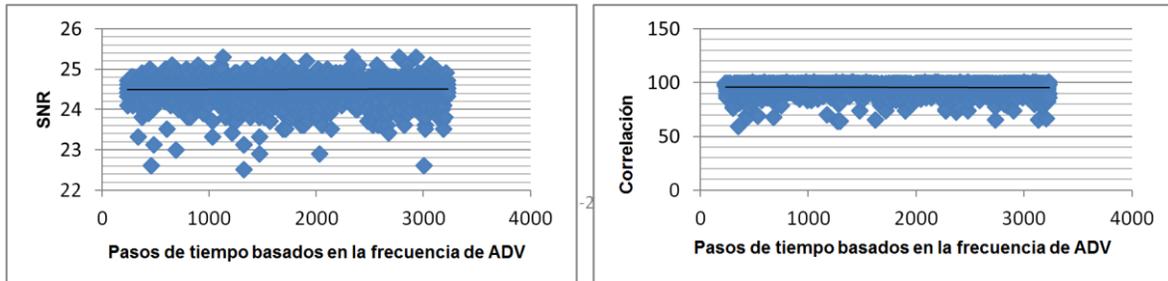
		<b>m = 1.0</b>			<b>m = 0.58</b>			<b>m = 0.26</b>		
		<b>(Fr)</b>	$L_j/Y_2$	<b>Profundidad inicial (m)</b>	<b>(Fr)</b>	$L_j/Y_2$	<b>Profundidad inicial (m)</b>	<b>(Fr)</b>	$L_j/Y_2$	<b>Profundidad inicial (m)</b>
Q = 90 (l/s)	Antes del salto	9.72	6.92	0.05	10	6.83	0.055	9.2	6.18	0.071
	Después del salto	0.73			0.87			0.87		
Q = 70 (l/s)	Antes del salto	8.12	6.92	0.041	7.6	6.78	0.049	8.13	6.13	0.052
	Después del salto	0.93			0.98			0.99		
Q = 50 (l/s)	Antes del salto	5.39	6.74	0.031	7.31	5.35	0.036	7	5.5	0.043
	Después del salto	0.97			0.59			0.33		
Q = 30	Antes del salto	2.97			4	5.25	0.026	4.7	4	0.032

(l/s)	Después del salto	0.34	5.76	0.02	0.75			0.94		
Q = 10	Antes del salto	2.48	4.9	0.021	2.62	4.4	0.033	3.76	3.1	0.039
(l/s)	Después del salto	0.2			0.93			0.5		

La Figura 10a y la Figura 10b representan la dispersión de SNR y correlación, respectivamente, en corrientes secundarias en la dirección perpendicular al eje de flujo ( $V_x$ ) en relación con el número de impresiones del dispositivo en el salto hidráulico. La Figura 11a y la Figura 11b muestran la dispersión de SNR y la correlación en corrientes secundarias en la dirección perpendicular al eje de flujo ( $V_z$ ) en relación con el número de impresiones del dispositivo en el salto hidráulico. Con respecto a la Figura 10 y la Figura 11, la distribución de la correlación a las velocidades de las corrientes secundarias en la dirección perpendicular al eje ( $V_x$ ) del flujo fue mayor que las velocidades secundarias en la dirección de la perpendicular al lecho del canal ( $V_z$ ). En altas descargas, debido a la mayor velocidad de flujo, la correlación se mitiga en la dirección perpendicular al eje de flujo ( $V_x$ ).



**Figura 10.** (a) El proceso de adquisición de datos cambia en función de los pasos de tiempo de la frecuencia de ADV en relación con la SNR en las corrientes secundarias en la dirección  $V_x$ ; (b) el proceso de adquisición de datos cambia en función de los pasos de tiempo de la frecuencia de ADV en relación con la correlación de la señal en corrientes secundarias en la dirección  $V_x$ .



**Figura 11.** (a) El proceso de adquisición de datos cambia en función de los pasos de tiempo de la frecuencia ADV en relación con el SNR en corrientes secundarias en la dirección  $V_z$ ; (b) el proceso de adquisición de datos cambia según los pasos de tiempo de la frecuencia de ADV en relación con la correlación de la señal en corrientes secundarias en la dirección  $V_z$ .

La tendencia de la distribución de la velocidad en la dirección horizontal ( $x$ ) fue mayor en los canales con menos pendientes de la pared lateral, como las que tienen un ángulo de  $45^\circ$ . La velocidad del flujo también es mayor en la dirección horizontal ( $x$ ), por lo tanto conduce al desarrollo de la tensión de corte en los canales y finalmente reduce la energía del salto hidráulico en la geometría del canal, que en efecto tiene un mayor efecto en descargas más altas. En línea con los objetivos de esta investigación y para estudiar las celdas de la corriente secundaria en la dirección horizontal ( $x$ ), se analizaron dos altas descargas: 90 y 70 l/s. Las descargas por debajo de estos valores no afectan de forma dramática la pérdida de energía de salto en las celdas de corriente secundarias en la dirección horizontal ( $x$ ). Con los aumentos en la velocidad de flujo a lo largo del canal ( $y$ ), la velocidad de las corrientes secundarias en la dirección  $x$  aumenta más en un ángulo de  $45^\circ$ , en comparación con los ángulos de  $60$  y  $75^\circ$ .

En contraste, la distribución del vector de velocidad de las corrientes secundarias perpendiculares a la superficie de flujo ( $z$ ) en la descarga más débil es mayor que la de las paredes laterales, debido a la baja velocidad del flujo y al predominio de la velocidad de distribución de la gravedad en el piso del canal. Este es el caso en los valores de velocidad de los flujos secundarios en cada una de las tres secciones que se muestran en la Tabla 5 asociadas con las pruebas experimentales y en la Tabla 6 relacionadas con el modelado numérico. Como se muestra en la Tabla 5 y Tabla 6, los valores de velocidad están en la dirección horizontal ( $x$ ) para altas descargas, y los valores para los ángulos de  $45$  y  $60^\circ$  están en la dirección vertical. Además, la velocidad de las corrientes secundarias en la dirección vertical ( $z$ ) para descargas bajas

en ángulos de 60 y 75° fue mayor que la de las corrientes secundarias en la dirección horizontal ( $x$ ).

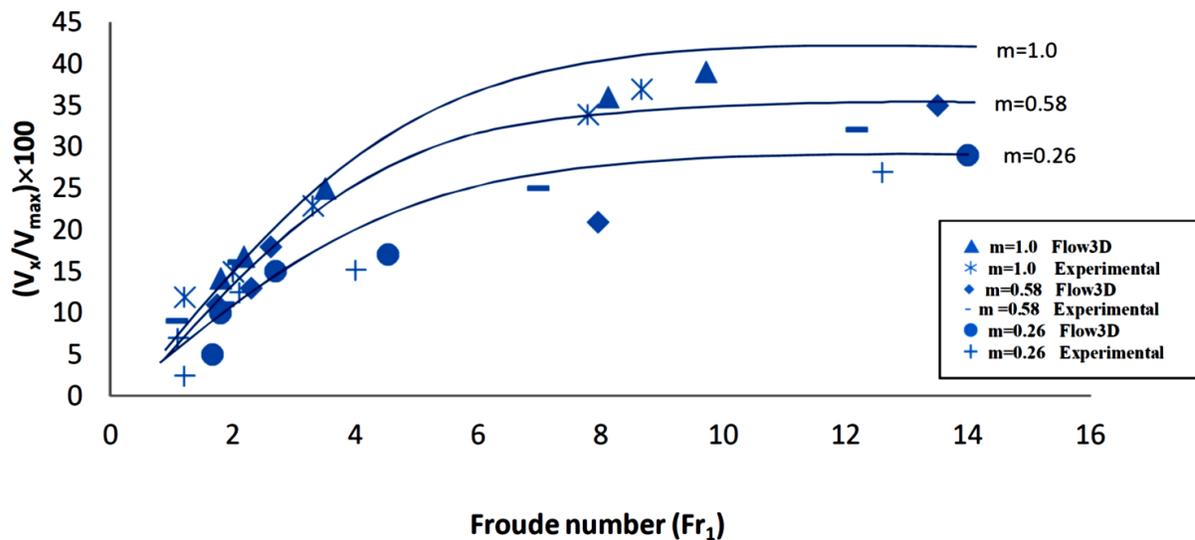
**Tabla 5.** Velocidades de flujo de corrientes secundarias experimentales en  $x$  y  $z$  directas.

Fila	Q (l/s)	$m = 1.0$	$m = 0.58$	$m = 0.26$
1	90	$V_x = 0.36$ m/s	$V_x = 0.31$ m/s	$V_x = 0.26$ m/s
		$V_z = 0.22$ m/s	$V_z = 0.25$ m/s	$V_z = 0.27$ m/s
2	70	$V_x = 0.33$ m/s	$V_x = 0.18$ m/s	$V_x = 0.15$ m/s
		$V_z = 0.26$ m/s	$V_z = 0.29$ m/s	$V_z = 0.49$ m/s
3	50	$V_x = 0.21$ m/s	$V_x = 0.16$ m/s	$V_x = 0.11$ m/s
		$V_z = 0.39$ m/s	$V_z = 0.5$ m/s	$V_z = 0.6$ m/s
4	30	$V_x = 0.14$ m/s	$V_x = 0.1$ m/s	$V_x = 0.07$ m/s
		$V_z = 0.41$ m/s	$V_z = 0.52$ m/s	$V_z = 0.81$ m/s
5	10	$V_x = 0.11$ m/s	$V_x = 0.05$ m/s	$V_x = 0.01$ m/s
		$V_z = 0.49$ m/s	$V_z = 0.61$ m/s	$V_z = 0.92$ m/s

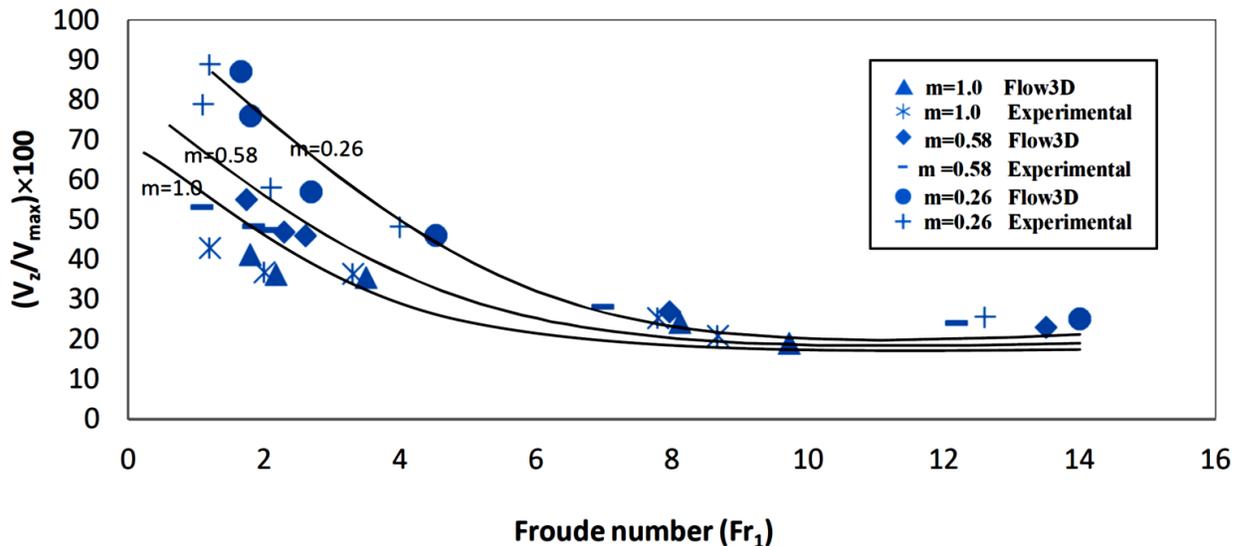
**Tabla 6.** Velocidades de flujo de corrientes secundarias numéricas en  $x$  y  $z$  directas.

Fila	Q (l/s)	$m = 1.0$	$m = 0.58$	$m = 0.26$
1	90	$V_x = 0.39$ m/s	$V_x = 0.35$ m/s	$V_x = 0.29$ m/s
		$V_z = 0.19$ m/s	$V_z = 0.23$ m/s	$V_z = 0.25$ m/s
2	70	$V_x = 0.36$ m/s	$V_x = 0.21$ m/s	$V_x = 0.17$ m/s
		$V_z = 0.24$ m/s	$V_z = 0.27$ m/s	$V_z = 0.46$ m/s
3	50	$V_x = 0.25$ m/s	$V_x = 0.18$ m/s	$V_x = 0.15$ m/s
		$V_z = 0.35$ m/s	$V_z = 0.46$ m/s	$V_z = 0.57$ m/s
4	30	$V_x = 0.16$ m/s	$V_x = 0.13$ m/s	$V_x = 0.1$ m/s
		$V_z = 0.36$ m/s	$V_z = 0.47$ m/s	$V_z = 0.76$ m/s
5	10	$V_x = 0.14$ m/s	$V_x = 0.11$ m/s	$V_x = 0.05$ m/s
		$V_z = 0.41$ m/s	$V_z = 0.55$ m/s	$V_z = 0.87$ m/s

La Figura 12 ilustra la variación en la velocidad de la corriente secundaria en la dirección del eje de flujo vertical ( $V_x$ ), que se representa con cambios en los números de Froude. La velocidad de las celdas de la corriente secundaria para la sección transversal del ángulo de  $45^\circ$  en la dirección  $x$  a diferentes tasas de número de Froude (Figura 12) fue mayor que la velocidad de otras secciones en las pruebas experimentales y en el modelado numérico. Se puede concluir que la tensión de corte creada en las paredes laterales de esta sección es mayor que la tensión de corte creada en las otras secciones, lo que conduce el flujo hacia las paredes laterales. La Figura 12 ilustra la variación en la velocidad de las corrientes secundarias como se muestra en la dirección vertical ( $V_z$ ) con respecto al número de Froude. Los resultados muestran que la tendencia es opuesta a la dirección horizontal ( $V_x$ ). La Figura 13 ilustra los cambios en la velocidad de las corrientes secundarias, como se muestra en la dirección vertical ( $V_z$ ) con respecto al número de Froude. Los resultados muestran que la tendencia es opuesta a la dirección horizontal ( $V_x$ ).



**Figura 12.** Comparación de la velocidad de las corrientes secundarias en horizontal directo ( $V_x$ ) con la función de  $F_1$  para varias  $m$  en Flow 3D y pruebas experimentales.



**Figura 13.** Comparación de la velocidad de la corriente secundaria en directa vertical ( $V_z$ ) con la función de  $F_1$  para varias  $m$  en el caudal *Flow3D* y pruebas experimentales.

De acuerdo con los resultados de la Figura 12, las ecuaciones que rigen el proceso de variación de la velocidad de las corrientes secundarias en la dirección horizontal ( $V_x$ ) frente al número de Froude para cada una de las tres secciones siguen las siguientes relaciones:

Por

$$m = 1.0 \quad (V_x/V_{max}) \times 100 = 13.6 \ln(Fr1) + 7.1 \quad (9)$$

$$m = 0.58 \quad (V_x/V_{max}) \times 100 = 9.6 \ln(Fr1) + 6.6 \quad (10)$$

$$m = 0.26 \quad (V_x/V_{max}) \times 100 = 9.4 \ln(Fr1) + 3.4 \quad (11)$$

Además, de acuerdo con los resultados de la Figura 13, las ecuaciones que rigen el proceso de variación de la velocidad de las corrientes

secundarias en la dirección vertical ( $V_z$ ) frente al número de Froude para cada una de las tres secciones siguen las siguientes relaciones:

Por

$$m = 1.0 \left( \frac{V_z}{V_{max}} \right) \times 100 = -11 \ln(Fr1) + 46.4 \quad (12)$$

$$m = 0.58 \left( \frac{V_z}{V_{max}} \right) \times 100 = -14 \ln(Fr1) + 57.7 \quad (13)$$

$$m = 0.26 \left( \frac{V_z}{V_{max}} \right) \times 100 = -24.8 \ln(Fr1) + 86.8 \quad (14)$$

La velocidad aumenta en direcciones horizontales cuando la sección transversal cambia de ángulos de 75 a 45°, en números altos de Froude. También es posible aumentar la velocidad vertical ( $V_z$ ) cambiando la sección transversal de ángulos de 45 a 75°, en números bajos de Froude. Con base en los datos presentados por la Figura 12 y Figura 13, y la Tabla 5 y Tabla 6, se pueden obtener tasas de crecimiento aproximadas del 33 y 28.9% en una dirección horizontal ( $V_x$ ) de ángulos de 75 a 60° en pruebas experimentales, y en la misma situación en el modelado numérico, respectivamente; mientras que se puede obtener aproximadamente 44% en ángulos de 60 a 45° en las pruebas experimentales, y 32.6% en la misma situación en el modelado numérico. Las corrientes de velocidad secundarias en direcciones verticales ( $V_z$ ) aumentaron en un 22.5% desde ángulos de 45 a 60° durante las pruebas experimentales; mientras que las corrientes aumentaron en un 28% durante el modelado numérico, y subieron en un 42% desde 60 a 75° ángulos durante pruebas experimentales. Además, las corrientes se incrementaron en un 47% durante el modelado numérico. Los resultados de los datos de la Tabla 5 y Tabla 6 se compararon utilizando el error cuadrático medio (RMSE) y el coeficiente de determinación (DC), que se calcula utilizando las siguientes dos relaciones. Los resultados se dan en la Tabla 7. Se puede deducir que el efecto máximo de la velocidad de la corriente secundaria emergió en la dirección horizontal ( $V_x$ ) a 45°, y el efecto máximo de la

velocidad de la corriente secundaria fue en la dirección vertical ( $V_z$ ) en ángulo de  $75^\circ$ :

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} (\sum S_n - \hat{S}_n)^2} \quad (15)$$

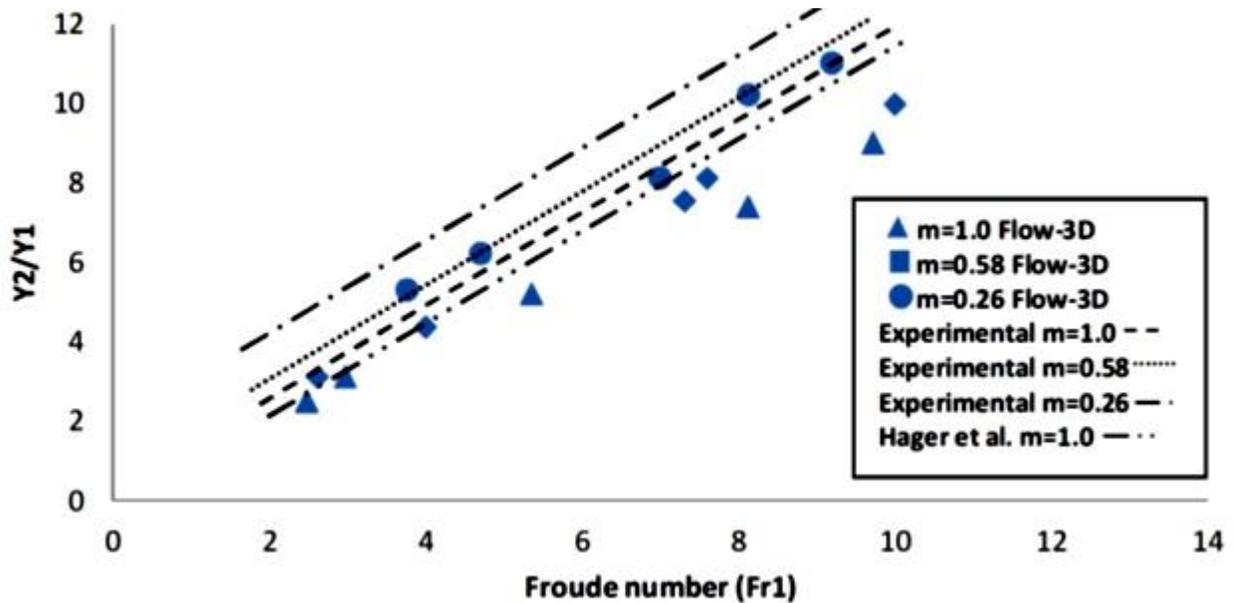
$$DC = 1 - \frac{\sum (S_n - \hat{S}_n)^2}{\sum (S_n - \bar{S}_n)^2} \quad (16)$$

**Tabla 7.** Resultados de RMSE y DC para tres secciones de geometría.

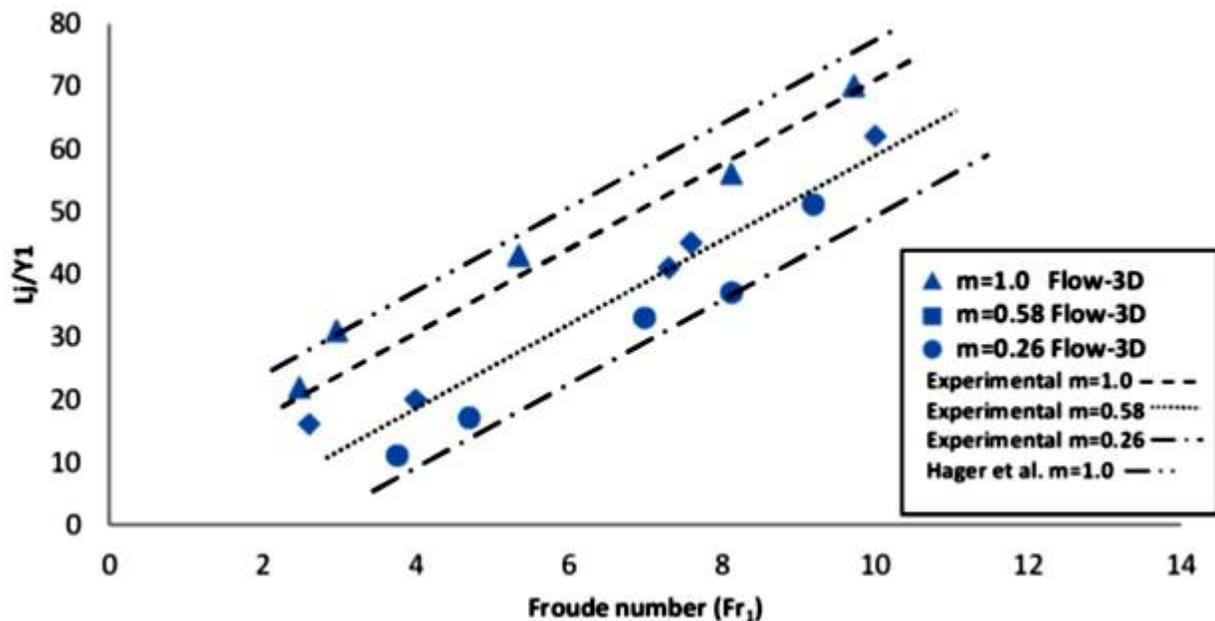
Tipo de canal trapezoidal	$V_z$		$V_x$	
	DC	RMSE	DC	RMSE
$m = 1.0$	0.77	0.098	<b>0.91</b>	<b>0.067</b>
$m = 0.58$	0.89	0.084	0.82	0.08
$m = 0.26$	<b>0.95</b>	<b>0.08</b>	0.85	0.07

El rango de la DC está entre 0 y 1; a medida que su valor se aproxima a 1, la situación se vuelve deseable. El valor de la RMSE está más cerca del número 0 tal como está. Por lo tanto, los números 0.91 y 0.067 para la velocidad de las corrientes secundarias en la dirección horizontal ( $V_x$ ), y 0.95 y 0.08 para la velocidad de las corrientes secundarias en la dirección vertical ( $V_z$ ) son los mejores valores posibles para alcanzar los resultados deseados. La Figura 14 muestra la relación de profundidades secuenciales  $Y2/Y1$  como funciones de  $F_1$  para varios ( $m$ ) tanto en el modelado numérico como en las pruebas experimentales que se compararon con los resultados experimentales obtenidos por Hager (1992). La Figura 15 ilustra la comparación de la longitud de salto hidráulico  $Lj/Y1$  en función de  $F_1$  para varios ( $m$ ) en el trabajo actual y se comparó con los resultados experimentales de Hager (1992). La Figura 16 muestra las variaciones de la pérdida relativa de energía en un volcán hidráulico. En la Figura 16, la pérdida de energía en los modelos realizados se muestra debajo de los cambios en el número de Froude. Es evidente que tanto en el modelado numérico como en las pruebas experimentales la pérdida de energía en las secciones trapezoidales con un ángulo lateral de  $45^\circ$  fue significativa, en comparación con las otras dos secciones con el aumento del número de

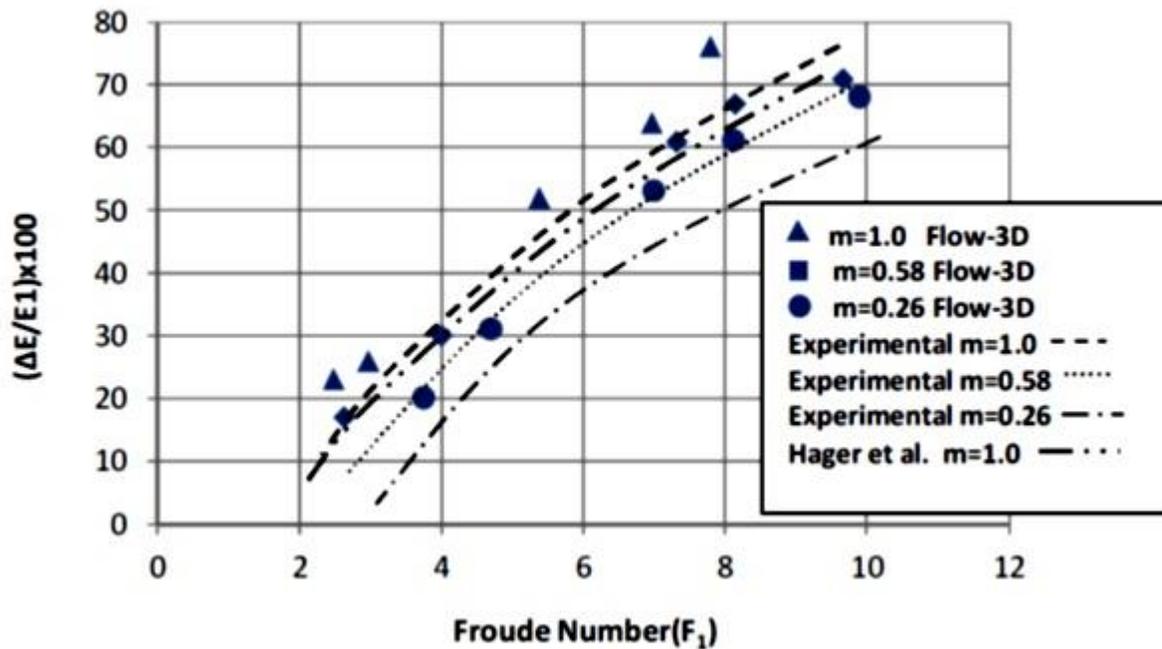
Froude. Los resultados obtenidos se compararon con los de Hager (1992) para una mejor validación de los datos para este gráfico de pérdida de energía en cada una de las tres secciones de este estudio.



**Figura 14.** Secuencia de profundidad de secuencia ( $Y_2/Y_1$ ) como funciones de  $F_1$  para varias  $m$  en *Flow 3D* y pruebas experimentales.



**Figura 15.** La relación entre la longitud del salto hidráulico y la profundidad inicial ( $L_j/Y_1$ ) como una función de  $F_1$  para varios  $m$  en *Flow 3D* y pruebas experimentales.



**Figura 16.** Comparación de la pérdida de energía relativa en el salto hidráulico en función de  $F_1$  para varios  $m$  en modelos *Flow3-D* y pruebas experimentales.

Con respecto a la Figura 15, la longitud del salto hidráulico en ambos modelos numéricos y pruebas experimentales a un ángulo de  $45^\circ$  se ha incrementado con el aumento en el número de aterrizaje, en comparación con las otras dos secciones.

Como se muestra en la Figura 16, la pérdida de energía en el salto hidráulico en un ángulo de sección transversal de  $45^\circ$  durante las pruebas experimentales mostró un aumento de 4%, en comparación con los resultados de Hager. Además, durante el modelado numérico en un ángulo de  $45^\circ$ , se observó un aumento de 9% en comparación con los resultados de Hager. En términos generales, estos resultados indican la verificación de las pruebas numéricas y experimentales. De acuerdo con la comparación realizada entre los resultados del modelado numérico y las pruebas experimentales, existe un acuerdo deseable entre los

resultados de estos dos modelos en las tres secciones geométricas. De modo que, a un ángulo de  $45^\circ$  en los modelos numéricos hay un aumento de 5%, en comparación con las pruebas experimentales, y a un ángulo de  $60^\circ$  en los modelos numéricos hay un incremento de 11% en comparación con las pruebas experimentales, y también a un ángulo de  $75^\circ$  en los modelos numéricos hay un aumento de 14%, en comparación con las pruebas experimentales. Así que el mayor incremento puede atribuirse a la sección de  $45^\circ$ .

## Conclusiones

1. Las condiciones de contorno utilizadas en este estudio son muy efectivas para determinar los límites de los cálculos y las sensibilidades.
2. La velocidad de las corrientes secundarias perpendiculares al eje de flujo ( $V_x$ ) en Froude número 10 de un ángulo de  $45^\circ$  es mayor que las otras dos secciones, que es de 71%, en comparación con el ángulo de  $75^\circ$  en modelos numéricos y en Froude número 9. Fue de 91% en pruebas experimentales.
3. La velocidad de las corrientes secundarias en la dirección vertical de la superficie de flujo ( $V_z$ ) en el número 2 de Froude de  $75^\circ$  es mayor que las otras dos secciones, que es de 88%, en comparación con el ángulo de  $45^\circ$  en modelos numéricos y en número de Froude 1.5 fue de 74.5% en pruebas experimentales.
4. Los resultados demostraron la existencia de una relación inversa entre la velocidad de la corriente secundaria en la dirección del eje vertical del flujo ( $V_x$ ) y la velocidad secundaria en la dirección de la superficie del flujo ( $V_z$ ) durante ambos modelos numéricos y pruebas experimentales.

## Conflicto de intereses

Los autores declaran que no tienen ningún conflicto de intereses.

## Nomenclatura

$b$	es el ancho de la base (m).
$Q$	es descarga (l/s).
$L_j$	es longitud de salto hidráulico (m).
$W$	es componentes de velocidad en dirección horizontal (m/s).
$V$	es componentes de velocidad en dirección vertical (m/s).
$\vartheta$	es la viscosidad cinemática (m <sup>2</sup> /s).
$\overline{V^2}$	denota la tensión normal de Reynolds (vertical).
$\overline{W^2}$	denota la tensión normal de Reynolds (horizontal).
$V_x$	es la velocidad de las corrientes secundarias en dirección horizontal (m/s).
$V_z$	es la velocidad de las corrientes secundarias en dirección vertical (m/s).
$\vec{\nabla}$	es el operador de la nebulosa.
$i, j, k$	son vectores de coordenadas de unidad.
$U$	es la velocidad en la función de rizo.
$\hat{S}_1, \hat{S}_2$	son señales de retorno de dos pulsos adyacentes.
$S_1, S_2$	son parte coherente de la señal.
$N_1, N_2$	son ruido aleatorio.
$m$	es cotangente de pendiente lateral.
$Fr_1$	es el número de Froude antes del salto hidráulico.
$Y_2$	es la profundidad secundaria del salto hidráulico (m).
SNR	es la relación de ruido de la señal.
$Y_2/Y_1$	es la relación de profundidad <i>Sequent</i> .
$E_1/\Delta E$	es la pérdida relativa de energía del salto hidráulico.
RMSE	<i>Root-Mean-Square-Error</i> .
DC	es el coeficiente de determinación.
$c$	es la velocidad del sonido (m/s).
$v$	es la velocidad del transmisor al receptor (m/s).
$\psi$	es función de flujo.
$F_{Doppler}$	está cambiando la frecuencia del sonido recibido.

$F_{Source}$  es la frecuencia de sonido del transmisor.

## Referencias

- Afzal, N., & Bushra, A. (2002). Structure of the turbulent hydraulic jump in a trapezoidal channel. *Journal of Hydraulic Research*, 40(2), 205-214.
- Azhdari-Moghaddam, M., Tajnasaj, M., & Givech, M. (2013). Using computational fluid dynamic in numerical modeling of secondary currents in trapezoidal channels. *Journal of Civil Engineering-Ferdowsi* (in Persian), 25(1), 15-28.
- Bayon, A., Valero, D., García-Bartual, R., & López-Jiménez, P. A. (2016). Performance assessment of OpenFOAM and FLOW-3D in the numerical modeling of a low Reynolds number hydraulic jump. *Environmental Modelling & Software*, 80, 322-335.
- Chanson, H. (2007). Bubbly flow structure in hydraulic jump. *European Journal of Mechanics B, Fluids*, 26(3), 367-384.
- Nortek-AS. (2013). *Comprehensive manual*. Vangskroken, Norway: Nortek-AS.
- Dasgupta, R., & Tomar, G. (2015). Viscous undular hydraulic jumps of moderate Reynolds Number Flow. *Procedia IUTAM*, 15, 300-304.
- Gupta, S. K., Mehta, R. C., & Dwivedi, V. K. (2013). Modeling of relative length and relative energy loss of free hydraulic jump in horizontal prismatic channel. *Procedia Engineering*, 51, 529-537.
- Hager, W. H. (1992). *Energy dissipators and hydraulic jump* (Vol. 8). Berlin, Germany: Springer Science & Business Media.
- Jalili-Ghazizadeh, M., Attari, J., & Farhadi-Rad, S. (January, 2017). Study of flow and hydraulic jump alongside weirs. In: *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Water Management*, 171(3), 134-142, Thomas Telford Ltd.
- Javan, M., & Eghbalzadeh, A. (2013). 2D numerical simulation of submerged hydraulic jumps. *Applied Mathematical Modelling*, 37(10-11), 6661-6669.
- Kim, Y., Choi, G., Park, H., & Byeon, S. (2015). Hydraulic jump and energy dissipation with sluice gate. *Water*, 7(9), 5115-5133.
- Martin, V., Fisher, T. S. R., Millar, R. G., & Quick, M. C. (2002). ADV data analysis for turbulent flows: Low correlation problem. In:

*Hydraulic Measurements and Experimental Methods Specialty Conference (HMEM) 2002* (pp. 1-10), DOI: 10.1061/40655(2002)101

Microsoft Corporation. (2015). *GDI Generic. Flow-3D User Manual Version 11.1.1*. Washington, DC, USA: Microsoft Corporation.

Muhsun, S. S. (2012). Characteristics of the hydraulic jump in trapezoidal channel section. *Journal of Environmental Studies*, 9, 53-62.

Nezu, I., Nakagawa, H., & Tominaga, A. (1985). Secondary currents in a straight channel flow and the relation to its aspect ratio. In: *Turbulent Shear Flows 4* (pp. 246-260). Springer, Berlin, Heidelberg.

Ohtsu, I. (1976, February). Free hydraulic jump and submerged hydraulic jump in trapezoidal and rectangular channels. In: *Proceedings of the Japan Society of Civil Engineers*, 1976(246), 57-72, Japan Society of Civil Engineers.

Prandtl, L. (1904). On fluid motions with very small friction. *Verhldg*, 3, 484-491.

Qin, C., Shao, X., & Zhou, G. (2016). Comparison of two different secondary flow correction models for depth-averaged flow simulation of meandering channels. *Procedia Engineering*, 154, 412-419.

Shokrian-Hajibehzad, M., & Shafai-Bejestan, M. (2017, January). Predicting the sequent depth ratio of a BF hydraulic jump on a river-bed rock chute. In: *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Water Management*, 171(3), 143-151, Thomas Telford Ltd.

Wanoschek, R., & Hager, W. H. (1989). Hydraulic jump in trapezoidal channel. *Journal of Hydraulic Research*, 27(3), 429-446.

Yaaghoubi, M., & Givechi, M. (2007). The effect of secondary currents on the estimation of moderate depth in rectangular channels. In: *Water Resources Conference*, Conference Held at University of Sistan and Baluchestan, Zahedan, Iran.