

# MODELACIÓN DEL AGUA SUBTERRÁNEA A ESCALA REGIONAL CON REFINAMIENTO LOCAL DE LA MALLA. PLANTEAMIENTO Y VALIDACIÓN DEL ALGORITMO

• Eric Cabrera-Estupián •  
• Armando Hernández-Valdés •  
*Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Cuba*

## Resumen

La simulación del flujo del agua subterránea a escala regional no permite reproducir los problemas locales que provocan descensos significativos de los niveles del agua en las obras de captación. A pesar de tal afirmación, este tipo de modelos se ha utilizado para evaluar el comportamiento hidrodinámico del sistema acuífero y obras de captación a esa escala. En el presente trabajo se realiza la validación de un algoritmo que permite, a partir de un modelo regional, reproducir el comportamiento local de los niveles próximos a pozos de bombeo que por su importancia requieran de un control sistemático para ser objeto de operación en tiempo real mediante técnicas de control automático. A través de la validación con soluciones analíticas, se demuestra la importancia del refinamiento de la discretización, incluso empleando el triángulo cuadrático en el Método de los Elementos Finitos, que es el utilizado en la tecnología *AQÜIMPE*, ahora en su versión sobre *Windows*. El algoritmo propuesto permite reproducir los efectos de la no linealidad del flujo en las proximidades de los pozos de bombeo y los efectos de la penetración parcial de estos, mediante modificaciones en los valores de transmisividad de los elementos cercanos al pozo de bombeo de acuerdo con los rangos de distancia utilizados en el algoritmo numérico.

**Palabras clave:** modelación matemática, acuíferos, recursos hidráulicos, sistemas de información geográfica, método de elemento finito, refinamiento de malla.

## Introducción

En la modelación de los sistemas acuíferos a escala regional se establecen criterios para definir el tamaño de los elementos de acuerdo con el método numérico empleado y los objetivos del modelo (Reilly y Harbaugh, 2004; Hernández *et al.*, 2001; Jagelke y Barthel, 2005). Todos estos autores coinciden en que con mallas gruesas no se puede pretender representar los efectos locales de pozos y campo de pozos; pero, por otra parte, mallas muy finas complican el proceso de calibración y al no disponerse en muchas ocasiones de bases de datos que la justifiquen, se incrementa significativamente el costo de la simulación en cuanto a tiempo

de cómputo; por otra parte, se pierde la posibilidad de utilizar elementos volumétricos representativos de medios porosos equivalentes en zonas de fisuras y fracturas, como son los medios cársicos.

Hasta la fecha se han utilizado los modelos de simulación regional para evaluar políticas de explotación, conociendo que existen diferencias significativas entre las cargas simuladas y las correspondientes originadas en las obras de captación. La utilización del Método de los Elementos Finitos (MEF), con el triángulo cuadrático empleado en la tecnología *AQÜIMPE*, permite reducir el número de elementos, ya que dentro de cada triángulo se ajusta la superficie solución, pudiéndose

determinar la carga piezométrica en cada uno de sus puntos mediante una superficie cuadrática aproximada, de forma tal que exista coincidencia en los seis nodos del triángulo (Martínez, 1989). Los elementos pequeños se emplean con este método en las zonas de mayor complejidad geológica, donde las propiedades hidráulicas y geométricas del acuífero tienen gran variación, lo cual se refleja en el comportamiento de las hidroisohipsas. También se utilizan elementos pequeños en zonas de intensa explotación o recarga, y donde se quiere aumentar la información sobre las respuestas del acuífero. En ambos casos, el tamaño del elemento no debe ser inferior a la base informativa disponible (Hernández *et al.*, 2001).

Para considerar los efectos locales de los pozos de bombeo en la modelación regional se han utilizado diversos procedimientos. Según Anderson y Woessner (1992), al utilizar el Método de las Diferencias Finitas (MDF), Prickett (1967) y Trescott *et al.* (1976) propusieron emplear ecuaciones analíticas en función del tamaño y la forma de la celda para calcular las cargas en los pozos de bombeo. Si bien es cierto que con el Método de los Elementos Finitos se obtienen mejores aproximaciones de la carga cuando los nodos coinciden con pozos de bombeo, los autores discrepan de lo planteado por Anderson y Woessner (1992) en relación con que “no es necesario emplear fórmulas de corrección”, ya que siempre estará presente un Error de Refinamiento de la Discretización (ERD), como se demuestra en el presente trabajo.

Otro procedimiento empleado para considerar los efectos locales consiste en un refinamiento de la discretización del modelo regional como la realizada con la tecnología AQÜIMPE en el modelo CIRO, con la creación del modelo RUSPOLI, del campo de pozos del acueducto que abastece a la ciudad de Ciego de Ávila, en Cuba (Hernández, 1991). En este caso, la simulación se realizó suministrándole las cargas del modelo regional a los contornos del modelo local, pero en ningún caso se pudieron

simular los abatimientos que se producían en los pozos de bombeo.

Más recientemente se han realizado aportes en el campo del refinamiento de mallas para el MDF, entre los que se pueden citar las técnicas de Refinamiento de Malla Gradual (GMR), Refinamiento de Malla Local (LGR) y Refinamiento de Malla Telescópica. Todas estas técnicas han sido utilizadas con el simulador MODFLOW (Leake y Claar, 1999) y otros modelos como ZOOMQ3D (Matthew *et al.*, 2006). En este campo se continúa trabajando intensamente y se brindan nuevos métodos para mejorar los acoples necesarios entre las mallas regionales (cuadrículas más gruesas) y las locales (cuadrículas más finas) (Scott *et al.*, 2006).

En relación con el MEF, se pueden destacar los generadores de mallas flexibles que tiene el modelo FEFLOW, en donde la discretización en elementos finitos permite usar mallados complejos poco estructurados, con los cuales se logra una gran coincidencia en la representación de estructuras naturales mientras se manejan requerimientos como el tamaño del elemento, etcétera. Para grandes áreas de modelación, la generación de elementos está soportada por sofisticados algoritmos de creación automática de la malla para garantizar un trabajo eficiente. Las mallas generadas automáticamente también tienen que ser adaptadas a las estructuras geográficas internas y hasta cierto punto locales, como son los ríos y pozos de extracción (DHI-WASY, 2009).

La nueva versión de AQÜIMPE sobre Windows permite de manera directa simular las cargas que se generan en los alrededores de los pozos de bombeo sin desligar la influencia del modelo regional. Las particularidades de cada pozo en cuanto a su estructura, penetración parcial, pérdidas de carga por no linealidad del flujo, etcétera, pudieran ser calibradas modificando las propiedades de los elementos alrededor de cada pozo de bombeo de acuerdo con las cargas observadas en estos y en pozos satélites próximos a los mismos.

Estos modelos que integran los problemas locales al modelo regional permiten utilizar los datos de las propiedades obtenidas de la calibración regional y las asignaciones de la recarga y explotación difusa que influyen en el comportamiento de las obras de captación. La interferencia entre los pozos, fronteras hidrogeológicas y los efectos de las variaciones frecuentes en los caudales de explotación pudieran ser simulados y vinculados con la adquisición de datos en tiempo real para realizar modificaciones en las políticas de operación a corto plazo de los pozos y campo de pozos (Gómez, 2009).

Estas ideas pueden materializarse en el presente trabajo también gracias a la creación de la herramienta *AQTRIGEO* que es una plantilla sobre la base de *Auto CAD Map 3D 2005*, la cual tiene incluida bloques, capas, topologías, consultas a las topologías y macros en visual *Basic for Application*. Dicha plantilla es una herramienta SIG que sirve como plataforma para la producción y gestión de toda la base informativa de carácter espacial y de atributos que necesita *AQUIMPE*. Especialmente, este sistema permite la construcción por parte del especialista de la

malla numérica para el modelo regional, la cual se realiza de forma semiautomatizada, ya que el criterio del modelador en la ubicación de los nodos y triángulos es importante y se le deja a éste, quedando solamente el proceso de numeración de los nodos y elementos de la malla de forma automática (ver Cabrera, 2007). Además se realizó una nueva macro en *AQTRIGEO*, que permite captar la ubicación espacial de todos los pozos de explotación y realizarles un mallado fino a su alrededor de forma automática para posteriormente unir estas nuevas zonas entre ellas y con los triángulos del modelo regional (ver Cabrera y Escartín, 2008).

En el presente trabajo se destaca el algoritmo de integración entre el modelo regional y el local, y su validación con las soluciones analíticas o teóricas.

#### *Modelo regional y modelos regional con local integrados*

En la figura 1 se muestra la discretización del modelo regional hipotético *MODER 1*, con 24 elementos, representando un acuífero de 2 000 m de ancho y 5 000 m de longitud, con 100

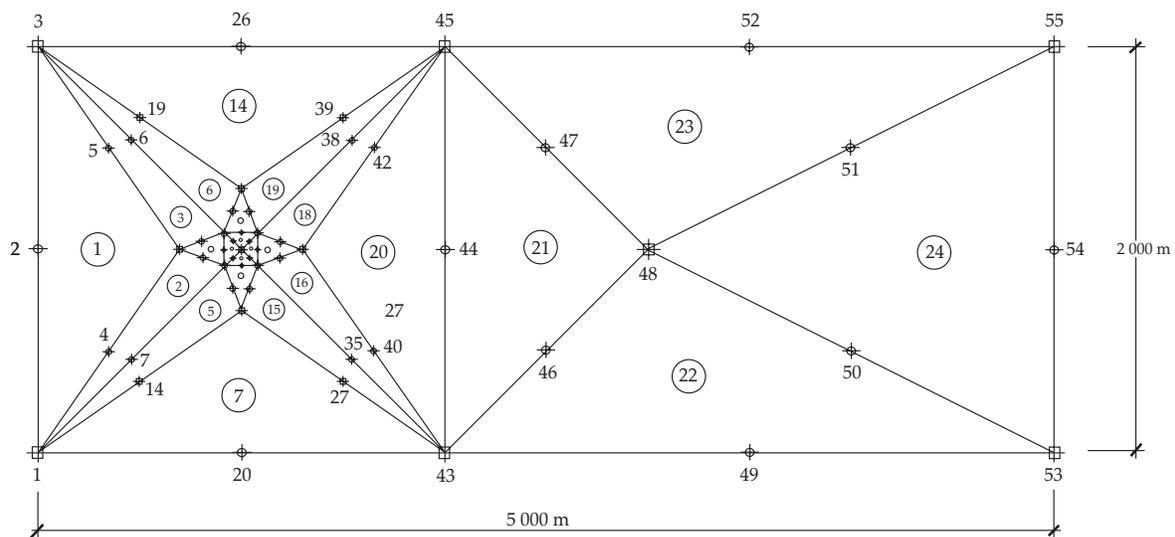


Figura 1. Discretización del modelo regional hipotético *MODER 1*.

m de espesor, 50 m/día de conductividad hidráulica de Darcy  $K_D$  y coeficiente de almacenamiento  $E = 0.2$ . El nivel estático inicial es horizontal y con cargas conocidas fijas en sus fronteras izquierda y derecha, e impermeables en la superior e inferior. Un pozo bombea a caudal constante en un punto situado a 1 000 m de la frontera izquierda e igual distancia de las fronteras superior e inferior, justo en el centroide de la cuadrícula formada por los nodos [1,43, 45 y 3]. En este modelo, el pozo se concibe como un nodo principal de la malla.

Para considerar los efectos locales de los pozos de bombeo en la modelación regional, se ha propuesto la generación de una malla alrededor de cada pozo de bombeo de interés, que parte desde el radio del pozo de bombeo

con una progresión en distancias de los nodos principales medidos desde el centro de cada pozo y siguiendo una ley exponencial del tipo  $3^n$ , donde  $n$  toma los valores  $\{-1, 0, 1, 2 \text{ y } 3\}$ . Finalmente, los nodos extremos se enlazan a nodos equivalentes de otros pozos o al modelo regional correspondiente, como se puede observar en la figura 2, con la discretización utilizada en *MODEL 1*. Aquí puede observarse que a diferencia del modelo *MODER1*, donde el pozo es simulado por un nodo del modelo, en este caso el pozo de bombeo está simulado por dos triángulos (34 y 35), que tienen aproximadamente la misma dimensión que el pozo real.

Para evaluar el error por efecto del refinamiento de la discretización, se utilizó el modelo *MODEL 2*, que se muestra en la figura

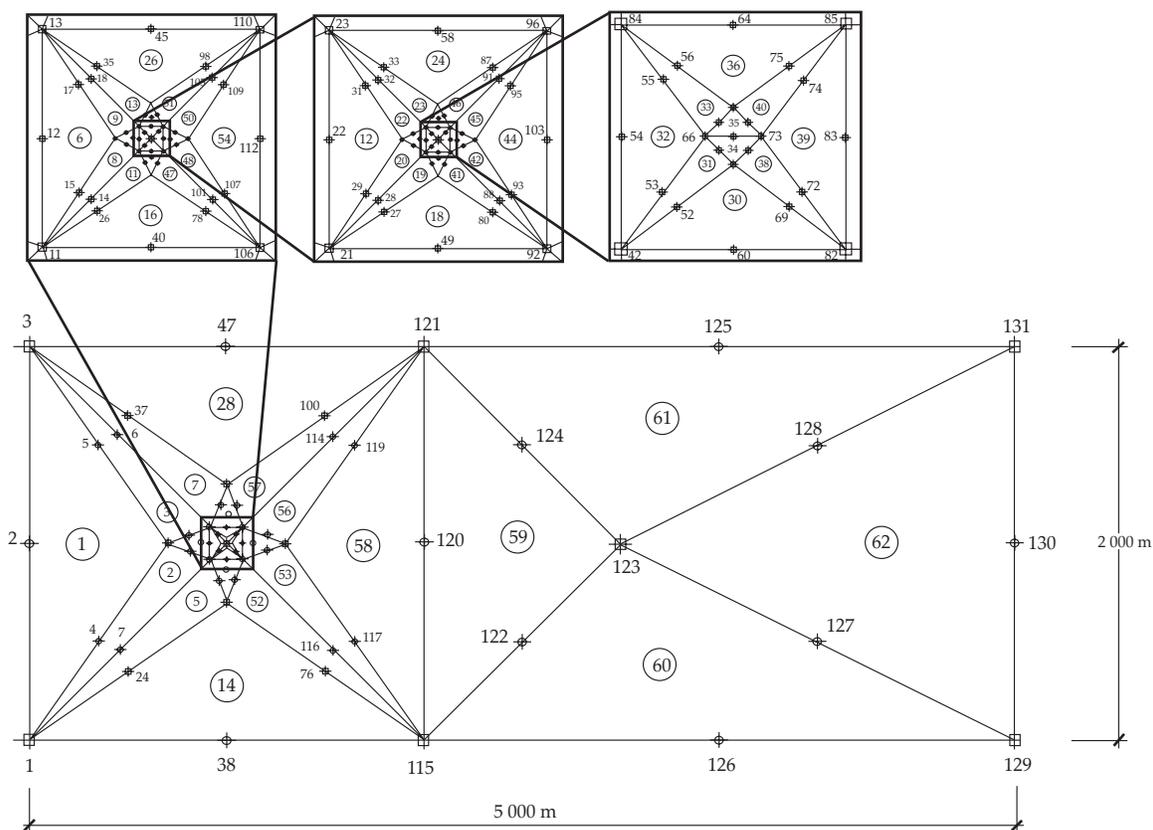


Figura 2. Discretización del modelo *MODEL 1*, con un conjunto de acercamientos graduales hasta el pozo.

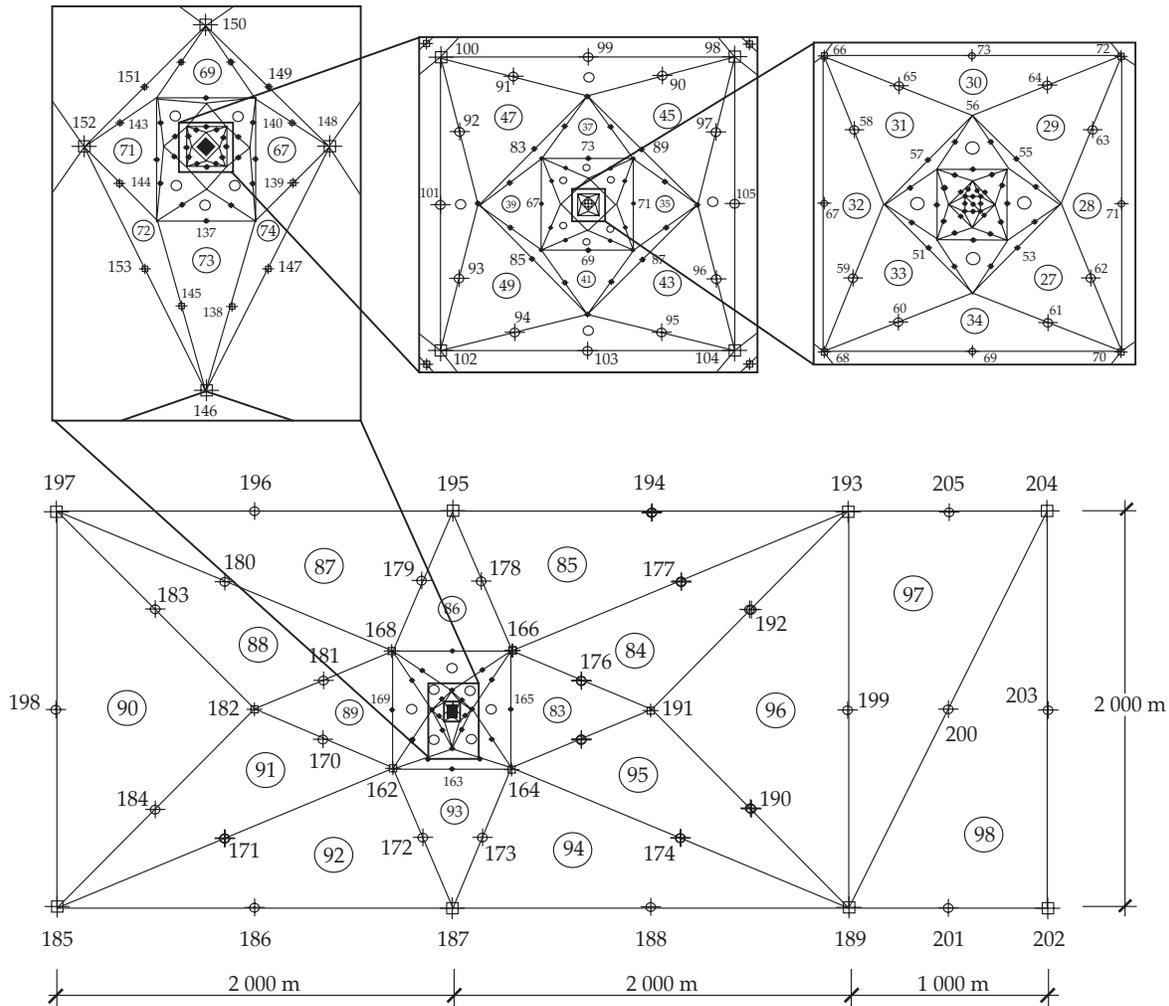


Figura 3. Discretización del modelo *MODEL 2*, con un conjunto de acercamientos graduales hasta el pozo.

3, de forma tal que una misma área de nueve hectáreas estaría discretizada en *MODER 1* con ocho elementos, *MODEL 1* con 46 elementos y *MODEL 2* con 82 elementos.

#### *Simulación del flujo no lineal*

Entre los efectos locales que provocan mayores abatimientos en los pozos de bombeo que los calculados con régimen lineal de Darcy pueden estar los efectos de la presencia de un flujo no lineal y la penetración parcial; ambos fenómenos pueden ser simulados por una

reducción de la transmisividad de Darcy en los elementos, según se aproximan al pozo de bombeo.

Para este análisis se considera importante introducir las expresiones que determinan el abatimiento en cualquier zona del acuífero, producto del bombeo en un pozo:

$$S = S_D + S_T = 0.183 \frac{Q}{T_D} \log \left( \frac{2.246 T_D t}{r^2 E} \right) + \left( \frac{Q}{2\pi T_T} \right)^2 \frac{1}{r} \quad (1)$$

$$S = 0.366 \frac{Q}{T_D} \log\left(\frac{r_0}{r}\right) + \left(\frac{Q}{2\pi T_T}\right)^2 \frac{1}{r} \quad (1a)$$

De donde  $r_0 = \left(\frac{2.246 T_D t}{E}\right)^{1/2}$  y se conoce como radio de influencia.

En las expresiones anteriores, el primer sumando de la derecha representa la componente darciana del abatimiento y el segundo término la componente turbulenta, siendo  $Q$  el caudal de bombeo;  $S$ , el abatimiento;  $T_D = mK_D$ , la transmisividad darciana;  $T_T = mK_T$ , la transmisividad turbulenta, donde  $m$  es el espesor del acuífero;  $E$ , el coeficiente de almacenamiento;  $t$ , el tiempo de bombeo;  $r$ , la distancia desde el pozo de observación al centro del pozo de bombeo.

De las expresiones anteriores y a partir de las conductividades hidráulicas darciana  $K_D = \frac{T_D}{m}$  y turbulenta  $K_T = \frac{T_T}{m}$ , y por las siguientes ecuaciones:  $K_D = \frac{gk}{v}$  y  $K_T = \frac{g\sqrt{k}}{C}$ , donde  $v$  es la viscosidad cinemática del fluido y  $g$  la aceleración de la gravedad, se pudieran obtener las propiedades hidrogeológicas características de los acuíferos: permeabilidad intrínseca o geométrica ( $k$ ) y rugosidad equivalente del medio poroso o fisurado ( $C$ ).

La diferencia de abatimientos entre dos puntos situados a distancias  $r_1$  y  $r_2$  del pozo de bombeo puede ser determinada a partir de la expresión general del abatimiento (Pérez, 2001):

$$S_1 - S_2 = \Delta S_{12} = 0.366 \frac{Q}{T_D} \log\left(\frac{r_2}{r_1}\right) + \left(\frac{Q}{2\pi T_T}\right)^2 \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} \quad (2)$$

La expresión anterior puede ser expresada en función del radio de Darcy, definido por Pérez (2001), por la ecuación:

$$r_D = \frac{Q}{0.1\pi} \left(\frac{T_D}{T_T^2}\right) \quad (3)$$

Por lo que la ecuación (2) se transforma en:

$$S_1 - S_2 = \Delta S_{12} = 0.366 \frac{Q}{T_D} \log\left(\frac{r_2}{r_1}\right) + \frac{Q}{T_D} \frac{r_D}{40\pi} \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} \quad (4)$$

La diferencia de abatimientos anterior puede ser simulada por un medio heterogéneo equivalente de transmisividad  $T'_D$  variable para cada rango de distancias  $r_1$  y  $r_2$ .

$$S_1 - S_2 = \Delta S_{12} = 0.366 \frac{Q}{T'_D} \log\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \quad (5)$$

Igualando las dos expresiones anteriores se obtiene la relación entre las dos transmisividades darcianas, expresada por:

$$T_D = \left[1 + \frac{r_D}{46} \frac{r_1 r_2}{\log\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}\right] T'_D = \alpha T'_D \quad (6)$$

La ecuación anterior permite obtener numéricamente por rangos de distancias las transmisividades de Darcy equivalentes, que producirían los mismos abatimientos que si se considerara un régimen no lineal de flujo a partir de la ecuación diferencial en régimen no lineal (Hernández, 1982), pero como medio homogéneo.

En el cuadro 1 se presentan los valores del inverso del coeficiente  $\alpha$  hallados para un conjunto de relaciones ( $r_1$  y  $r_2$ ) referidas al modelo *MODEL 1* y para distintos radios de Darcy.

De acuerdo con el rango de distancias anteriores, se asigna a los elementos que le correspondan a ellas una reducción porcentual de la conductividad hidráulica regional, según el valor estimado del radio de Darcy obtenido de las pruebas de bombeo o por un proceso de calibración.

Cuadro 1. Factores para afectar la transmisividad de Darcy a los elementos del modelo *MODEL 1*, según rango de distancias y radios de Darcy.

$r_1$ (m)	$r_2$ (m)	<i>MODEL 1</i> ( $\alpha$ )	Valores de $(1/\alpha)$ para distintos radios de Darcy			
			$r_D = 25$ m	$r_D = 50$ m	$r_D = 80$ m	$r_D = 120$ m
0.25	1	$1 + 0.108 r_D$	0.27	0.156	0.104	0.072
1	3	$1 + 0.0304 r_D$	0.568	0.397	0.291	0.215
3	9	$1 + 0.01012 r_D$	0.798	0.664	0.552	0.451
9	27	$1 + 0.00334 r_D$	0.922	0.856	0.787	0.712
27	81	$1 + 0.00112 r_D$	0.973	0.947	0.918	0.882
81	> 81	1	1	1	1	1

Cuadro 2. Factores para afectar la transmisividad de Darcy a los elementos del modelo *MODEL 2*, según rango de distancias y radios de Darcy.

$r_1$ (m)	$r_2$ (m)	<i>MODEL 2</i> ( $\alpha$ )	Valores de $(1/\alpha)$ para distintos radios de Darcy			
			$r_D = 25$ m		$r_D = 80$ m	
0.25	0.8	$1 + 0.1183 r_D$	0.2526		0.0955	
0.8	1.2	$1 + 0.05144 r_D$	0.4374		0.1955	
1.2	3	$1 + 0.02736 r_D$	0.5942		0.314	
3	5	$1 + 0.01306 r_D$	0.7538		0.4889	
5	12	$1 + 0.00667 r_D$	0.857		0.652	
12	16	$1 + 0.003625 r_D$	0.917		0.775	
16	35	$1 + 0.00217 r_D$	0.9485		0.8521	
35	40	$1 + 0.001339 r_D$	0.9676		0.9033	
40	100	$1 + 0.0008194 r_D$	0.98		0.9385	
100	> 100	1	1		1	

El cuadro 2 es similar al 1, pero referido en este caso al modelo *MODEL 2*.

La simulación se realizó para un periodo de 24 horas con pasos de tiempo de una hora.

Las corridas mostraron que tanto en régimen lineal (figura 4), como en régimen no lineal (figura 5), los abatimientos teóricos son superiores a los simulados, siendo estos últimos del orden del 90% de los teóricos en la discretización de *MODEL 1* y ligeramente superior con la discretización de *MODEL 2*, pero del orden del 50% en el modelo regional (*MODER 1*). Esto se debe al ERD. Esta tendencia se mantiene a lo largo del tiempo, aunque en los primeros pasos de tiempo se manifiesta inestabilidad numérica.

En la modelación regional de acuíferos siempre se ha afirmado que las cargas obteni-

das por un proceso de simulación sólo pueden hacerse corresponder con los valores de las cargas obtenidas en los pozos de observación alejados de la influencia directa de estos, ya que los problemas locales no pueden ser adecuadamente reproducidos precisamente por el ERD. Lo anterior se evidencia en las figuras 4 y 5, donde se observa que a medida que se refina la discretización, la solución numérica se aproxima a la analítica.

En estas figuras, (RL) y (RNL) significan régimen lineal y régimen no lineal de flujo, respectivamente.

En el cuadro 3 se puede observar que para la distancia correspondiente al pozo de bombeo en el modelo regional (*MODER 1*), la diferencia entre los abatimientos obtenidos por la expresión analítica o teórica, y los

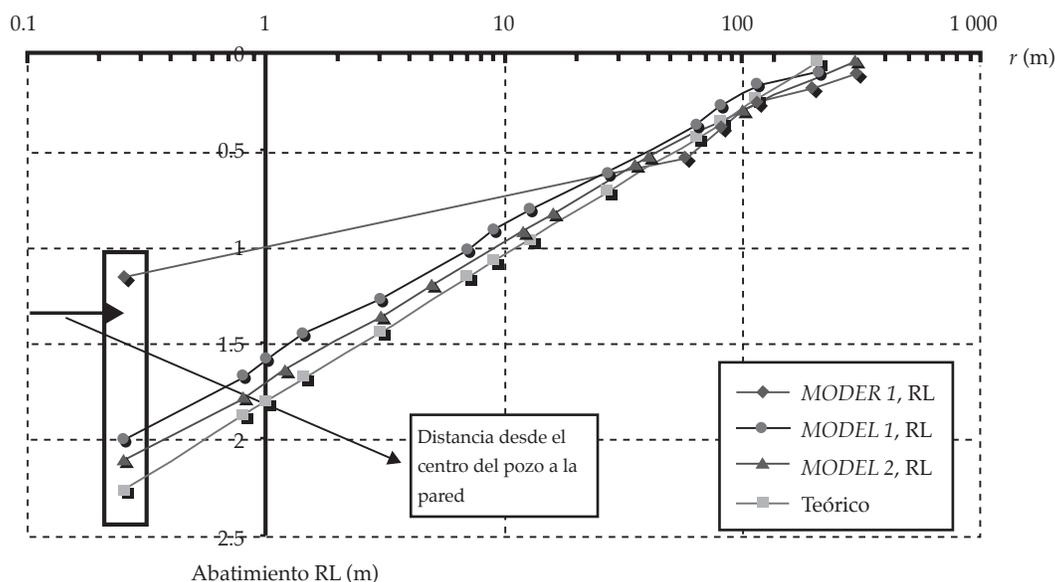


Figura 4. Abatimientos teóricos y simulados en régimen lineal para un caudal de 120 l/s.

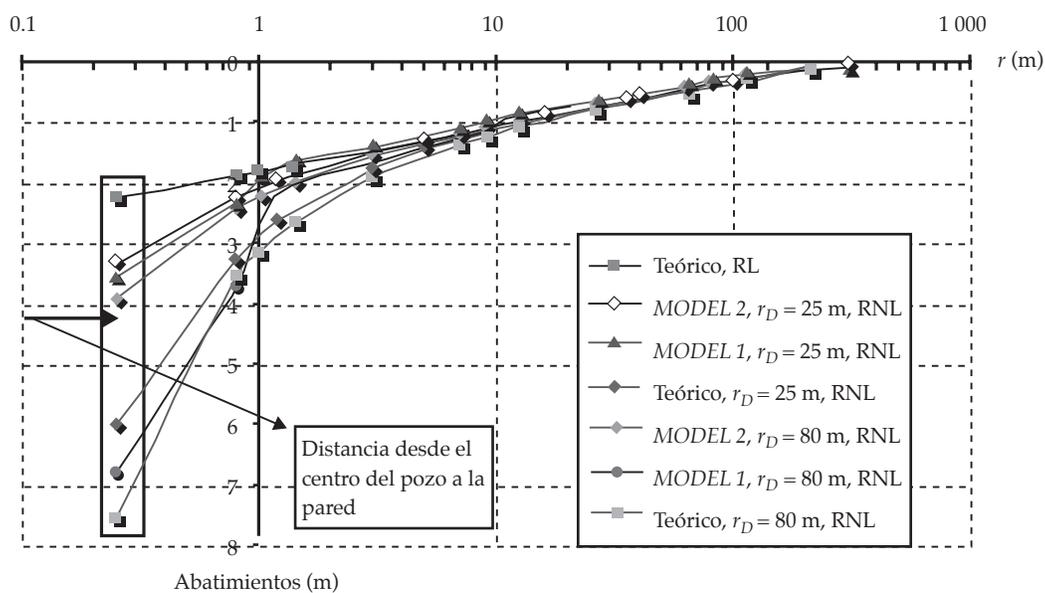


Figura 5. Abatimientos simulados en régimen no lineal y su correspondencia con los teóricos,  $Q = 120$  l/s.

diferentes modelos es muy significativa y se van reduciendo los errores a medida que se refina la malla con los modelos locales *MODEL 1* y *MODEL 2*, siendo el error prácticamente independiente de la variación del caudal de bombeo.

En la figura 5 se muestran los resultados de las corridas de *MODEL 1* y *MODEL 2* con régimen no lineal y lineal, así como la solución analítica en régimen no lineal. Se puede apreciar que el procedimiento de simular el régimen no lineal mediante un medio

Cuadro 3. Abatimientos en el pozo de bombeo en régimen lineal para los diferentes modelos y diferentes caudales.

Abatimientos en el pozo de bombeo bajo régimen lineal en (m)							
Caudal (l/s)	Teórico	Regional MODER 1	% del teórico	Local 1 MODEL 1	% del teórico	Local 2 MODEL 2	% del teórico
120	2.25	1.15	51.11	2	88.89	2.1	93.33
60	1.125	0.57	50.67	1.02	90.67	1.05	93.33
180	3.375	1.72	50.96	3.06	90.67	3.15	93.33

heterogéneo equivalente es factible, y que los ERD se manifiestan tanto en el régimen lineal como en el no lineal en la misma proporción, en dependencia del refinamiento de la malla. Sin embargo, en el modelo local *MODEL 1* hay un comportamiento más errático con las distancias al pozo de bombeo que las obtenidas del modelo local *MODEL 2*, aunque los errores cometidos desde el punto de vista práctico indican que en la modelación regional una discretización del tipo de la utilizada en *MODEL 1* para considerar los problemas locales en los alrededores de los pozos de bombeo es aceptable.

De lo anterior se puede concluir que el flujo no lineal alrededor del pozo de bombeo puede ser perfectamente simulado como un medio heterogéneo mediante la reducción de la conductividad hidráulica de Darcy de acuerdo con leyes conocidas.

De la figura 5 también se puede observar que los efectos de la no linealidad del flujo tienen su mayor incidencia en distancias muy próximas al pozo de bombeo (menores de tres metros), siendo poco significativas para distancias superiores a los diez metros, en dependencia de las propiedades del acuífero manifestadas en el radio de Darcy.

#### *Simulación de la penetración parcial de los pozos de bombeo*

Los efectos de la penetración parcial de los pozos de bombeo también pueden ser simulados por una variación en la transmisividad hidráulica, como consecuencia de la variación del espesor del acuífero. La variación de este espesor puede obtenerse

partiendo de un modelo teórico que suponga que la línea de corriente inferior que llega al pozo de bombeo sigue una trayectoria parabólica con vértice en el radio del pozo de bombeo e intercepto con el impermeable a una distancia radial aproximadamente del orden del 80% del espesor del acuífero (Hernández, 1984). Como el pozo es de pequeño diámetro, a los efectos prácticos se consideran las distancias medidas desde el centro del pozo de bombeo.

De acuerdo con lo anterior, la ecuación de la línea de corriente sigue una parábola que puede ser descrita con la ecuación aproximada (7), brindada en (Hernández, 1984):

$$Y = (m - h_s) \frac{\sqrt{r}}{9} = \frac{m}{9} (1 - F_p) \sqrt{r} \quad (7)$$

Donde  $h_s$  es la penetración del pozo de bombeo y  $F_p = \frac{h_s}{m}$  es el factor de penetración (ver figura 6).

Los espesores saturados ( $Esp$ ) para las distancias utilizadas en el modelo numérico *MODEL 1* serían:

$$r = r_p \rightarrow Esp_0 = h_s$$

$$r = 1 m \rightarrow Esp_1 = h_s + \frac{m}{9} (1 - F_p)$$

$$r = 3 m \rightarrow Esp_2 = h_s + \frac{m}{9} (1 - F_p) \sqrt{3}$$

$$r = 9 m \rightarrow Esp_3 = h_s + \frac{m}{3} (1 - F_p)$$

$$r = 27 m \rightarrow Esp_4 = h_s + \frac{m}{3} (1 - F_p) \sqrt{3}$$

$$r = 81 m \rightarrow Esp_5 = h_s + m (1 - F_p)$$



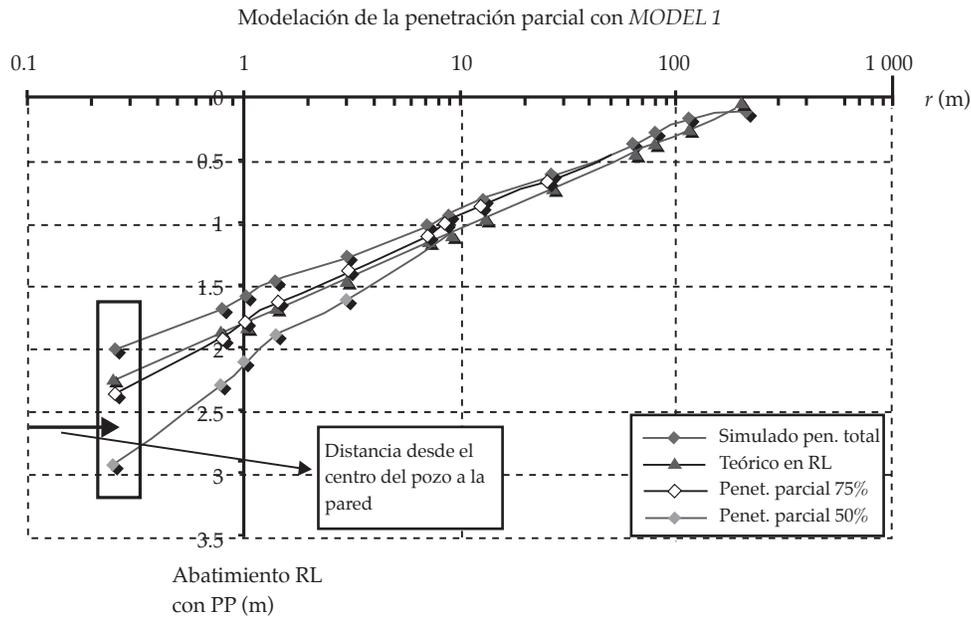


Figura 7. Variación de los abatimientos, producto de la penetración parcial del pozo de bombeo a diferentes distancias de éste en régimen lineal.

Ariguanabo es una de las ocho cuencas de máxima prioridad del país sobre la base de su complejidad económica, social, ambiental, el grado de afectación a sus recursos naturales y sus características generales. En los periodos de intensas lluvias, este territorio se inunda y dificulta el funcionamiento de estas importantes obras (Hernández *et al.*, 2001).

El área que se tiene en cuenta para la modelación abarca toda la cuenca Ariguanabo y la subcuenca Aeropuerto de la cuenca Almendares, en la provincia La Habana, Cuba, con una longitud este-oeste aproximada de 33.5 km y unos 10 km en la dirección nortesur.

En la figura 8 se puede observar la ubicación que tiene esta cuenca en el territorio cubano y además se muestra la discretización realizada de un modelo regional para *AQÜIMPE*.

Esta discretización regional del acuífero toma la esencia de la realizada en Dilla (1988), donde además se llegó a calibrar el modelo, entendiéndose obtener las propiedades  $K_D$  y  $E$  por

elementos. La diferencia fundamental radica en la inclusión de nuevos nodos (y por ende triángulos) para simular los pozos de bombeo CH2, CH3 y CH4 (ver ampliación de la figura 8).

Este último aspecto será importante, ya que en este caso de estudio se pretende evaluar la vinculación de la explotación real en cada pozo con el modelo regional. A tal efecto y usando la herramienta *AQTRIGEO* (ver Cabrera y Escartín, 2008), se creó un nuevo modelo con una discretización fina en cada uno de los tres pozos al estilo de *MODEL 1*, quedando la zona de los pozos como se muestra en la figura 9, de tal forma que en este trabajo se emplearán dos modelos diferentes en cuanto a la discretización. El primero se llamará "Modelo Regional" y es el mostrado en la figura 8; el segundo es el mostrado en la figura 9 y se llamará "Modelo Local o de Explotación".

Para la simulación de la explotación del acuífero con ambos modelos, Regional y de Explotación, se concibe un conjunto de

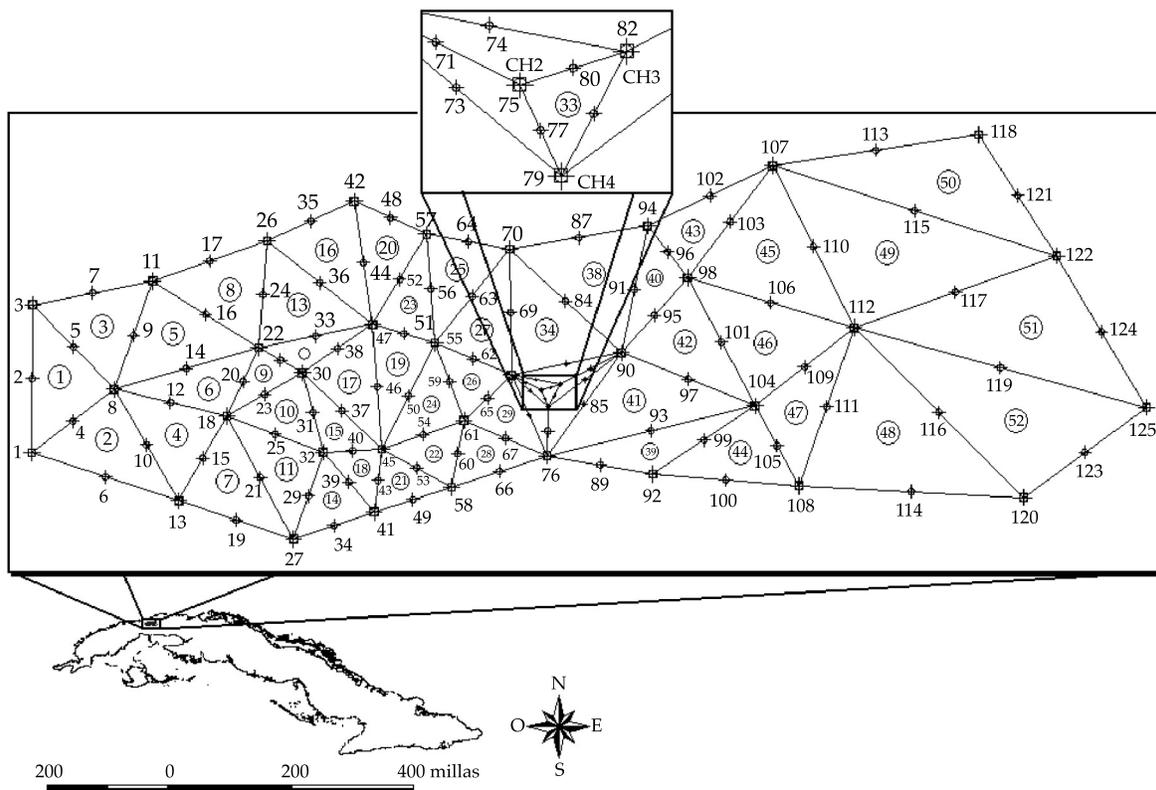


Figura 8. Ubicación de la zona de estudio y discretización del acuífero con la numeración de nodos y triángulos del modelo regional.

simplificaciones sintéticas de las características físicas reales del sistema natural en estudio con fines de aplicación práctica, dentro de las que está la de acuífero confinado con simulación bidimensional en planta, régimen impermanente con medio continuo poroso isotrópico y heterogéneo.

La simulación se realizará en un año dividido en doce intervalos de tiempos de treinta días cada uno. Los datos referentes al modelo fueron tomados de Dilla (1988) y procesados para adaptarlos al presente trabajo.

La recarga, la explotación al acuífero y los niveles referidos al estado inicial para el periodo en estudio también fueron tomadas de Dilla (1988). En este sentido, es importante destacar que se realizó una redistribución de las extracciones para garantizar que de los nodos 75, 79 y 82, asignados a los pozos CH2,

CH4 y CH3 del modelo regional, se extrajeran caudales de 200 l/s en los casos de los dos primeros pozos, y 220 l/s en el caso del CH3. Estos son los valores reales posibles a extraer en dichos pozos. De igual forma, estos caudales fueron asignados a los nodos correspondientes del Modelo de Explotación, con el fin de realizar comparaciones entre ambos modelos.

Además de la simulación numérica con *AQUÏMPE*, se decidió realizar una evaluación de las expresiones teóricas en cada pozo tanto de flujo lineal como no lineal y aplicar el procedimiento propuesto para introducir el efecto de la no linealidad mediante la variación gradual de la  $K_p$  de los elementos vecinos a los pozos.

Los resultados pueden ser observados en las ilustraciones 10, 11, 12, las cuales son comentadas a continuación.

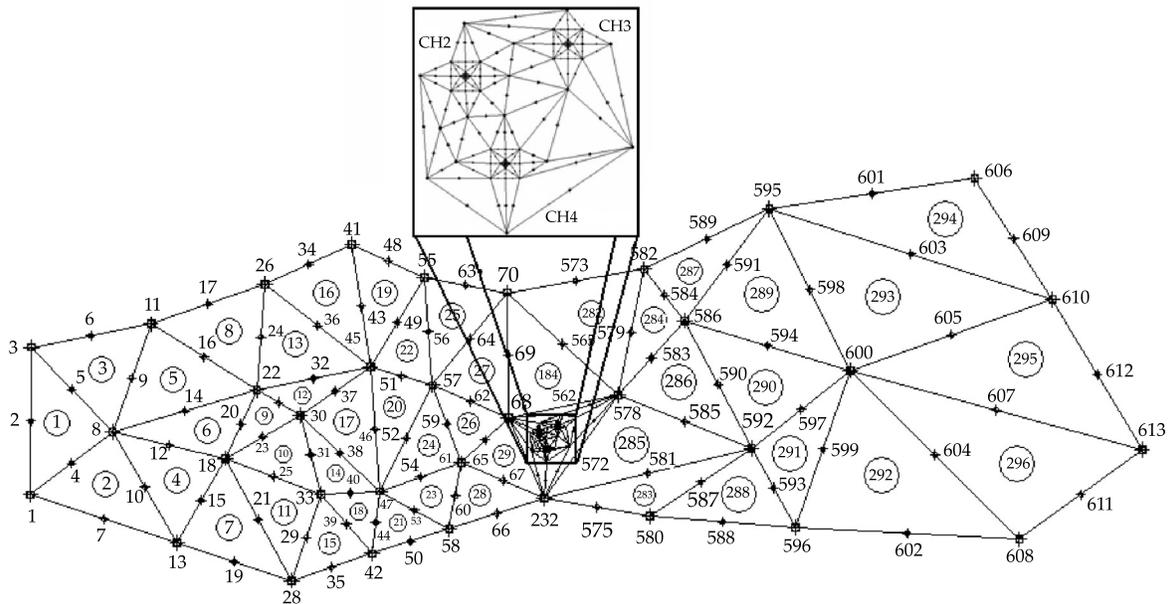


Figura 9. Discretización del “Modelo de Explotación”, donde se ubican mallados finos en los pozos CH2, CH3 y CH4.

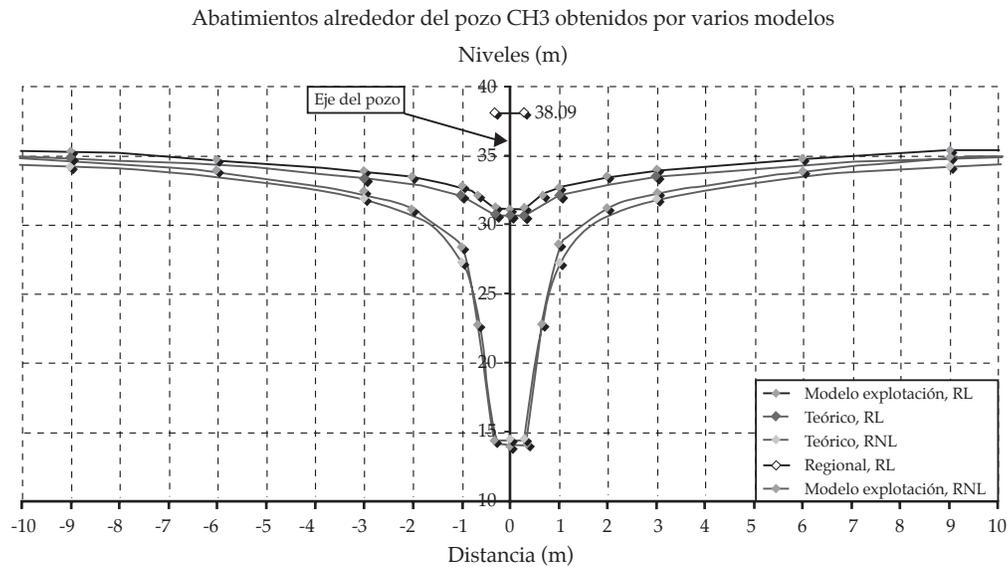


Figura 10. Conos de abatimientos en la vecindad del pozo CH3 para el tiempo # 12, considerando varios modelos para su determinación.

En la figura 10 se muestra un conjunto de series obtenidas para el pozo CH3 en el tiempo 12 o final del último mes de explotación, para una distancia de hasta 10 m desde el eje del pozo de explotación.

La serie “Regional, RL” está definida con un solo valor de cota del agua en el pozo. Este valor es 38.09 m y fue obtenido mediante la simulación con *AQUIMPE*, empleando el modelo Regional mostrado en la figura 8,

donde el pozo de referencia es modelado con un solo nodo y a su alrededor no existe un mallado fino.

La serie "Teórico, RL" fue obtenida evaluando la parte lineal o darciana de la expresión (1), utilizando una  $T_D = 2\ 500\ \text{m}^2/\text{d}$ , un  $E = 0.15$ , y un caudal de 220 l/s durante un tiempo de cuatro meses de bombeo continuo, tiempo suficiente para lograr la estabilidad. Además, esta expresión fue evaluada para diferentes radios medidos desde el eje del pozo.

La serie "Modelo explotación, RL" fue obtenida aplicando *AQUIMPE*, pero en este caso se utilizó la discretización del modelo de explotación, en donde todos los triángulos que se encontraban dentro del elemento definido por los nodos 68, 232 y 578 del modelo de explotación tienen las mismas propiedades  $K_D$ ,  $m$  y  $E$ , que el elemento definido por los nodos 68, 76 y 90 del modelo regional.

Hasta el momento cabe destacar la diferencia de abatimientos de alrededor de siete metros entre la serie "Regional, RL" con las obtenidas en "Teórico, RL" y en "Modelo explotación, RL", lo cual demuestra que para tratar de simular con menor error los niveles piezométricos en los pozos de bombeo no basta con considerar un esquema o discretización regional, sino que se debe realizar un mallado fino alrededor del pozo para evitar en la mayor medida posible los Errores de Refinamiento de la Discretización (ERD).

Por si esto fuera poco, cuando se evalúa la expresión (1) en su totalidad, teniendo en cuenta un radio de Darcy de 80 m, se obtiene la serie "Teórico, RNL", en la cual se puede observar que en los alrededores del pozo ocurren descensos importantes de los niveles debidos a la no linealidad del flujo en esa zona. Por esta razón hay un aumento considerable de las pérdidas energéticas, lo cual provoca que bajo estas condiciones la diferencia entre niveles en el pozo obtenidos por los modelos "Regional, RL" y "Teórico, RNL" sea de aproximadamente unos 23 m.

Para obtener la variación gradual de la  $K_D$  de los elementos vecinos a los pozos y así tener en cuenta el efecto de la no linealidad del flujo en el modelo numérico, se empleó la corrección brindada en la expresión (6). Se tomaron los valores necesarios del cuadro 1, aunque se debieron realizar algunos ajustes, ya que por ejemplo, estos tres pozos modelados tienen un radio de 30 cm.

Una vez que se afectaron las propiedades de los triángulos vecinos a cada pozo se realizó una simulación con *AQUIMPE*, teniendo en cuenta estos cambios. En las figuras 10 y 11 se puede observar que existe una buena coincidencia entre las series "Teórico, RNL" y "Modelo Explotación, RNL".

Estos resultados tienen un valor práctico muy importante: se tiene un modelo numérico que considera no sólo los efectos regionales del acuífero, sino que como producto de esta recalibración con sólo los elementos más próximos a los pozos de explotación se pueden obtener los niveles más próximos a los reales en esta zona bajo cualquier régimen de recarga-explotación. Esto permite evaluar con mayor certeza posibles fenómenos locales, como la intrusión salina, problemas de contaminación de los pozos, etcétera.

En la figura 11 se observan los mismos resultados presentados en la figura 10, pero se aumenta la distancia a la que se evalúan los modelos, llegando hasta una longitud de 81 m, medidos desde el eje del pozo CH3. En estas dos gráficas, así como en la mostrada por la figura 4, se puede observar y corroborar que el efecto de la no linealidad se desarrolla en distancias cercanas a los pozos de bombeo, unos 10 m, aproximadamente. A partir de esta distancia, todos los modelos comienzan a coincidir.

Finalmente se muestra la figura 12, que contiene la planta a), donde se muestran los niveles del agua subterránea para el tiempo 12 en la zona donde se encuentran los pozos analizados. Este mapa fue obtenido mediante la simulación, teniendo en cuenta el efecto de no linealidad, aunque éste no puede apreciarse

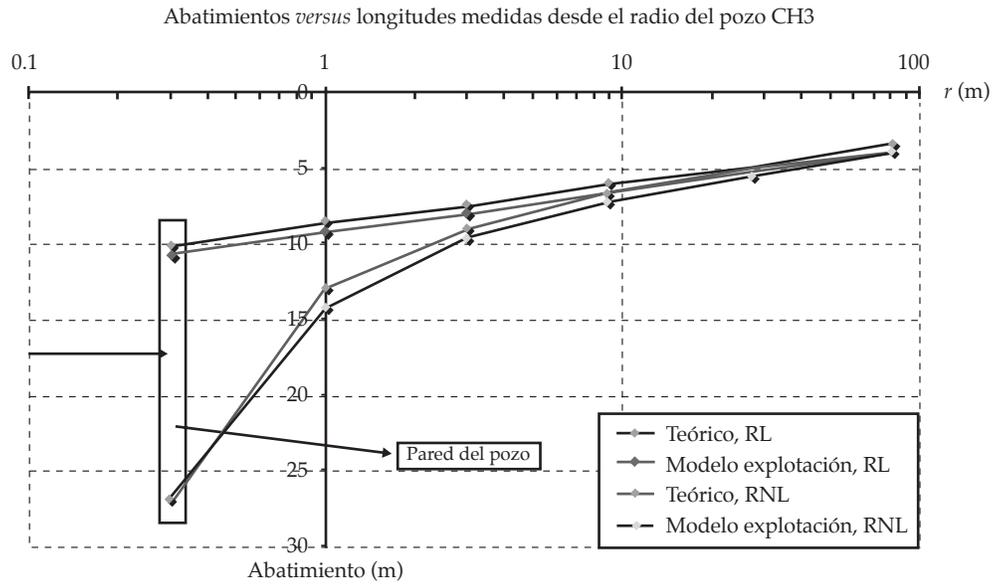


Figura 11. Abatimientos en el pozo CH3 obtenidos por varios modelos y evaluados desde el radio del pozo hasta una distancia de 81 m.

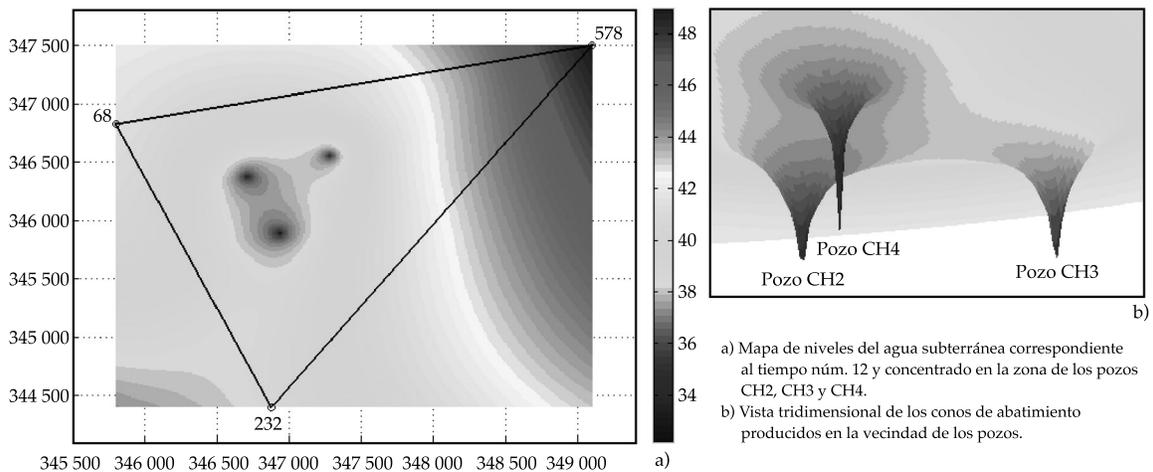


Figura 12. Mapa donde se muestran los conos de abatimiento en los pozos de bombeo CH2, CH3 y CH4.

en toda su magnitud, ya que la interpolación fue realizada con celdas regulares de 10 m por 10 m. Por tal razón se muestran las zonas de depresión en color azul. Sin embargo, los detalles de niveles que llegan a valores de

14 m en el pozo CH3 no se pueden apreciar. Simplemente es un problema de escala. También aparece la imagen b), donde se muestran de forma tridimensional los conos de abatimiento en cada uno de los pozos y con

una vista inferior, ilustrando las posibilidades gráficas que presenta esta versión del modelo de flujo AQÜIMPE desarrollado sobre *Matlab*.

## Conclusiones

Con este ensayo numérico se ha demostrado que un refinamiento de la discretización, como el utilizado en el modelo *MODEL 1* alrededor de cada pozo de bombeo y su acople al modelo regional, es un adecuado algoritmo para simular los efectos locales que provocan abatimientos significativos en los pozos de bombeo y sus proximidades, los cuales no se manifiestan en el modelo regional, ya sea como:

- Producto de la presencia de un flujo lineal en todo el acuífero y en los alrededores del pozo de bombeo.
- Efectos de la no linealidad del flujo empleando un medio heterogéneo equivalente, afectando la transmisividad calibrada en el modelo regional por factores de acuerdo con rangos de distancias del pozo de bombeo.
- Efecto de la penetración parcial de los pozos de bombeo.

Se brinda una estrategia o procedimiento sencillo y eficaz para tener en cuenta efectos locales en los pozos de explotación, como pueden ser la presencia de flujo no lineal y la penetración parcial del pozo en el acuífero. Este procedimiento está basado en la recalibración gradual de las propiedades de los elementos vecinos al pozo de bombeo, teniendo en cuenta un mallado fino alrededor de cada pozo de explotación analizado. Estos elementos enriquecen las posibilidades que brinda la simulación matemática para el mejor entendimiento de fenómenos tan complejos como el movimiento de las aguas subterráneas.

Se aplican los procedimientos propuestos en el caso de estudio del acuífero de Ariguanabo, utilizándose tres pozos de bombeo, en los cuales se concentró la explotación.

Se aplicaron los Modelos Regional y de Explotación para analizar el comportamiento de los niveles tanto en régimen lineal como no lineal.

Recibido: 07/04/09

Aprobado: 28/07/10

## Referencias

- ANDERSON, M.P. and WOESSNER, W.W. *Applied Groundwater Modeling Simulation of Flow and Advective Transport*. London: Academic Press, Inc., 1992.
- CABRERA, E. *Simulación de acuíferos con el empleo de herramientas de los Sistemas de Información Geográfica*. Tesis en opción al título de master en Ingeniería Hidráulica. La Habana: Centro de Investigaciones Hidráulicas (CIH), Instituto Superior Politécnico "José Antonio Echeverría" (ISPJAE), 2007.
- CABRERA, E. y ESCARTÍN, E. *Propuesta para automatizar el manejo de datos espaciales del modelo bidimensional de flujo de agua subterránea (AQÜIMPE)*. VI Congreso Internacional de Geomática, La Habana, 2008.
- DILLA, F. *Modelo matemático del acuífero de Ariguanabo. Informe técnico de proyecto*. La Habana: Empresa de Hidroeconomía de la Habana, Ministerio de la Construcción, 1988.
- DHI-WASY. Why FEFLOW? [en línea]. Copyright by DHI-WASY GmbH, 2009. Disponible para *World Wide Web*: <http://www.feflow.info/74.html>.
- GÓMEZ, M. *Plataforma modular integrada para la gestión del agua subterránea como recurso*. Tesis doctoral. La Habana: Centro de Investigaciones Hidráulicas, Facultad de Ingeniería Civil, Instituto Superior Politécnico "José Antonio Echeverría", 2009.
- HERNÁNDEZ, A.O. Efectos de la penetración parcial en los pozos con régimen no lineal. *Revista Ingeniería Hidráulica*. ISPJAE. No. 2, 1984, pp. 216-228.
- HERNÁNDEZ, A.O. Flujo no lineal del agua subterránea por elementos finitos. *Coloquio Internacional de Hidrología Cárstica de la Región del Caribe. Memorias*. La Habana: Instituto de Hidroeconomía, 1982, pp. 323-331.
- HERNÁNDEZ, A.O. *La explotación de acuíferos a escala regional y la modelación matemática como su base tecnológica*. Tesis en opción del grado científico de Doctor en Ciencias Técnicas. La Habana: Instituto Superior Politécnico "José Antonio Echeverría", 1991.
- HERNÁNDEZ, A.O., MARTÍNEZ, B.J., DILLA, F. y LLANUSA, H. *Modelos de Acuíferos*. La Habana: Centro de Investigaciones Hidráulicas, Facultad de Ingeniería Civil, Instituto Superior Politécnico "José Antonio Echeverría", 2001.

- JAGELKE, J. and BARTHEL, R. Conceptualization and implementation of a regional groundwater model for the Neckar cathment in the framework of an integrated regional model. *Advances in Geosciences*. Vol. 5, 2005, pp. 105-111.
- LEAKE, S.A. and CLAAR, D.V. Procedures and computer programs for telescopic mesh refinement using MODFLOW. *U.S. Geological Survey, Open File Report*. 99-238, 1999, 53 pp.
- MARTÍNEZ, J.B. *Simulación matemática de cuencas subterráneas: flujo impermanente bidimensional*. Monografía. La Habana: Centro de Investigaciones Hidráulicas, Instituto Superior Politécnico "José Antonio Echeverría", 1989.
- MATTHEW, T., MARINKO, K., ANDREW, H. and CHRISTOPHER, J. New and Contrasting Approaches to Local Grid Refinement. *MODFLOW and More 2006: Managing Ground-Water Systems-Conference Proceedings* [en línea]. Poeter, Hill, & Zheng, 2006. Disponible para World Wide Web: [www.mines.edu/igwmc/](http://www.mines.edu/igwmc/).
- PÉREZ, D. *La explotación del agua subterránea. Un nuevo enfoque*. La Habana: Editorial Félix Varela, 2001.
- PRICKETT, T.A. Designing pumped well characteristics into electric analog models. *Ground Water*. Vol. 5, 1967, pp. 722-732.
- REILLY, T.E. and HARBAUGH, A.W. Guidelines for evaluating ground-water flow models. *U.S. Geological Survey Scientific Investigations Report*. Vol. 2004-5038, 2004, 30 pp.
- SCOTT, C.J., JESSE, E.D., STEFFEN, W.M., MARY, C.H., STANLEY, A.L., GEORGE, A.Z. and AL, E. New Ghost-Node Method for linking different models with varied grid refinement [en línea]. 2006. Disponible para World Wide Web: <http://www.osti.gov/bridge/servlets/purl/884895-LVMon8/884895.pdf>.
- TRESCOTT, P.C., PINDER, G.F. and LARSON, S.P. Finite-difference model for aquifer simulation in two dimensions with results of numerical experiments. *USGS. Techniques of Water Resources Investigation*. Book 7, 1976, 116 pp.

## Abstract

CABRERA-ESTUPIÑÁN, E. & HERNÁNDEZ-VALDÉS, A. Regional groundwater modeling with a local mesh refinement. Algorithm presentation and validation. *Water Technology and Sciences, formerly Hydraulic engineering in Mexico (in Spanish)*. Vol. II, No. 1, January-March, 2011, pp. 65-82.

Groundwater flow simulation at a regional scale cannot accurately reproduce significant drawdowns in the well fields, because in general these models have been used to assess the hydrodynamic behavior of the aquifer system and hydraulic system effects at such scale. Presently, work is being done on the validation of an algorithm which, after starting with a regional model, is able to reproduce the local behavior of levels in wells located near selected pumping wells. The pumping wells are those which require a systematic control as an operating object in real time by means of automatic control techniques. By means of validation with analytic solutions, the importance of the refinement of the discretization is demonstrated, even when using the quadratic triangle in the Finite Element Method which is the one used in the AQUIMPE technology, in its recent Windows version. The proposed algorithm allows to reproduce the effects of the non-linearity of flow in the vicinities of the pumping wells and the effects of partial penetration by introducing suitable modifications to aquifer transmissivity in the elements near to the pumping well according to the distance ranges used by the numeric algorithm.

**Keywords:** mathematical modelling, aquifers, water resources, geographic information systems, finite element method, mesh refinement.

## Dirección institucional de los autores

M.C. Eric Cabrera-Estupiñán

Facultad de Ingeniería Civil  
Centro de Investigaciones Hidráulicas  
Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría  
Calle 114, núm. 11901 entre 119 y 127, Marianao  
19390 La Habana, Cuba  
Teléfonos: +53 (7) 2663 455 y 2601 416  
ecabrerae@cih.cujae.edu.cu  
ecabrerae@gmail.com

Dr. Armando Hernández-Valdés

Facultad de Ingeniería Civil  
Centro de Investigaciones Hidráulicas  
Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría  
Calle 114, núm. 11901 entre 119 y 127, Marianao  
19390 La Habana, Cuba  
Teléfonos: +53 (7) 2601 416 y 2603 636  
Fax: +53 (7) 2672 013  
ahernandez@cih.cujae.edu.cu