

# ESTIMACIÓN DE ÍNDICES NORMALIZADOS DE LLUVIA MEDIANTE LA DISTRIBUCIÓN GAMMA GENERALIZADA EXTENDIDA

• Juan Manuel González-Camacho • Paulino Pérez-Rodríguez •  
*Colegio de Postgraduados, México*

• Pierre Ruelle •  
*Cemagref, L'Institut de Recherche en Sciences et Technologies pour  
L'Environnement, Francia*

## Resumen

La cuenca del río Drôme, localizada en el sureste de Francia, ha experimentado en las décadas recientes periodos recurrentes de baja disponibilidad hídrica y crisis severas de escasez de agua en el sector agrícola. El índice normalizado de lluvia (SPI, por sus siglas en inglés, Standardized Precipitation Index) se ha utilizado para caracterizar la sequía en términos de su frecuencia, intensidad y duración. En esta investigación se propone la aplicación de la distribución gamma generalizada extendida para calcular los índices SPI e identificar la sequía estacional en la cuenca del río Drôme con base en el análisis de registros históricos de lluvias de la estación meteorológica de Montelimar, Francia. Los parámetros de la distribución se estimaron numéricamente por el método de máxima verosimilitud. La bondad de ajuste del modelo propuesto fue probada con el estadístico de Kolmogorov-Smirnov usando *bootstrap* paramétrico. Los índices SPI fueron calculados para un año agrícola y para las épocas de riego de primavera-verano y verano. La distribución gamma generalizada extendida presentó un buen ajuste a las frecuencias de lluvias acumuladas observadas. La evolución de los índices SPI permite constatar una tendencia negativa de la lluvia estacional en primavera y verano en las dos últimas décadas en la región bajo estudio.

**Palabras clave:** sequía meteorológica, variabilidad climática, máxima verosimilitud, *bootstrap* paramétrico.

## Introducción

En las últimas dos décadas, la ocurrencia de años secos ha sido cada vez más frecuente en la cuenca del río Drôme, localizada en el sureste de Francia. En esta región mediterránea, la irrigación es un factor esencial para garantizar la producción agrícola y desde 1997 cuenta con un plan de ordenamiento y gestión del agua denominado SAGE (por sus siglas en francés, Schéma d'Aménagement et de Gestion des Eaux), para disminuir el impacto negativo sobre el río Drôme, inducido por un incremento de la demanda y de la contaminación. En este

valle, los cultivos más importantes son maíz, girasol, trigo, hortalizas y plantas aromáticas. En los años recientes, el déficit hídrico aumentó principalmente debido a la variabilidad de la lluvia y al incremento de la superficie de riego (Gleyses y Rieu, 2004). El déficit hídrico para uso agrícola en la cuenca es de 2 a 9 millones de m<sup>3</sup>; un año sobre cuatro; los caudales del río presentan un coeficiente de variación (CV) de 62% en julio y de 96% en septiembre (González-Camacho *et al.*, 2008).

Con el propósito de caracterizar las tendencias y los periodos de sequía se calcularon los índices normalizados de lluvia (SPI, por sus

siglas en inglés, Standardized Precipitation Index) propuesto por McKee *et al.* (1993). Estos índices han sido utilizados por su simplicidad de interpretación para el monitoreo de sequías a diferentes escalas de tiempo (McKee *et al.*, 1995). El cálculo de los SPI se realiza comúnmente con base en el análisis de frecuencias de lluvias mensuales acumuladas para diferentes intervalos de tiempo y en el uso de la distribución gamma de dos parámetros, los cuales se estiman mediante una aproximación analítica de la función de máxima verosimilitud; luego las probabilidades teóricas de lluvia acumulada son normalizadas mediante la función de cuantiles de la distribución normal estándar, que proporciona valores relativos entre  $-3$  y  $+3$  (Thom, 1958). Mediante esta transformación, los valores positivos de los SPI indican cantidades de lluvia superiores a la mediana y valores negativos corresponden a cantidades de lluvia inferiores a la mediana. Guttman (1999) propone el uso de la distribución Pearson tipo III o gamma de tres parámetros como una función más versátil. Vicente-Serrano (2006) utiliza esta distribución para realizar un análisis espacio-temporal de las sequías en la península ibérica. Sin embargo, la distribución gamma generalizada extendida de tres parámetros descrita por Lee y Wang (2003) es una función aún más general y más versátil para ajustar los datos de lluvia acumulada. Dos dificultades para utilizar modelos más generales y más flexibles son los procedimientos de estimación de sus parámetros y de la prueba estadística de bondad de ajuste de los mismos, que en general requieren soluciones numéricas computacionales. Sin embargo, la disponibilidad de tecnología informática de gran capacidad de cálculo y bajo costo hace factible el uso de modelos más complejos para resolver problemas prácticos, como lo es el cálculo de los índices SPI.

Los índices se calculan para diferentes intervalos de tiempo. Los SPI-6 y SPI-12 permiten caracterizar el comportamiento semestral y anual de la lluvia a mediano plazo; el índice SPI-3 proporciona una comparación

de la lluvia para intervalos trimestrales de la serie histórica. Esto es, un SPI-3 agosto compara la lluvia total de junio, julio y agosto de un año específico con las lluvias totales de junio a agosto de los demás años. El índice SPI-3 refleja las condiciones de humedad a corto plazo y proporciona una estimación estacional de la lluvia. En México, los índices SPI han sido utilizados para caracterizar algunas regiones áridas y semiáridas del norte de México (entre otros, Velasco *et al.*, 2004).

Por lo anterior, en la presente investigación se propone aplicar la distribución gamma generalizada extendida para calcular los índices SPI y caracterizar la sequía estacional en la cuenca del río Drôme con base en el análisis de registros históricos de lluvias de la estación meteorológica de Montélimar, Francia. Los parámetros de la distribución se estiman numéricamente por el método de máxima verosimilitud y se utiliza una técnica *bootstrap* paramétrica para calcular los valores críticos del estadístico de la prueba de Kolmogorov-Smirnov.

## Metodología

### *Registros históricos de lluvia*

Las series de lluvias mensuales se obtuvieron a partir de registros diarios de lluvia (1960-2006) de la estación de Montélimar (latitud  $44.35^\circ$  N, longitud  $4.44^\circ$  E, altitud 73 msnm), la cual es representativa de la zona de estudio. Se generaron las series de lluvia acumulada para los siguientes intervalos de tiempo: anual (octubre-septiembre), que corresponde al año agrícola; semestral (marzo-agosto), que corresponde a la época de riegos de primavera-verano, y trimestral (junio-agosto) para la época de riegos de verano (periodo estival). Se calcularon los estadísticos descriptivos media, mediana, desviación estándar y el coeficiente de variación ( $CV = \text{desviación estándar} / \text{media}$ ) expresado en por ciento, para caracterizar las series de lluvias analizadas.

### Distribución gamma generalizada extendida

Se asume que la distribución de frecuencias empíricas de lluvias para los diferentes intervalos de tiempo estudiados puede aproximarse con la función de densidad gamma generalizada extendida (GGE) descrita como sigue (Lee y Wang, 2003).

Una variable aleatoria  $X$  se dice que tiene distribución GGE  $(\alpha, \lambda, \gamma)$  si su función de densidad está dada por:

$$f_x(x; \alpha, \lambda, \gamma) = \frac{|\alpha| \gamma^\gamma \lambda^{\alpha\gamma}}{\Gamma(\gamma)} x^{\alpha\gamma-1} \exp[-\gamma(\lambda x)^\alpha],$$

$$x > 0, \quad \gamma > 0, \quad \lambda > 0, \alpha \in R \quad (1)$$

donde  $\alpha$  y  $\gamma$  son parámetros de forma;  $\lambda$  es un parámetro de escala, y  $\Gamma(\gamma)$  es la función gamma, dada por  $\Gamma(\gamma) = \int_0^\infty t^{\gamma-1} \exp\{-t\} dt$  (Abramowitz y Stegun, 1965).

La distribución GGE es bastante flexible, tiene como casos especiales la distribución gamma ( $\alpha = 1$ ), la distribución exponencial ( $\alpha = \gamma = 1$ ), Weibull ( $\alpha > 0; \gamma = 1$ ) y la lognormal cuando  $\gamma \rightarrow \infty$ , algunas de las cuales son ampliamente utilizadas en hidrología.

La función acumulativa de probabilidades de  $X$  está dada por (Lee y Wang, 2003):

$$F_x(x; \alpha, \lambda, \gamma) = P(X \leq x)$$

$$= \begin{cases} 1 - \Gamma_U(\gamma(\lambda x)^\alpha, \gamma), & \alpha < 0 \\ \Gamma_U(\gamma(\lambda x)^\alpha, \gamma), & \alpha > 0 \end{cases} \quad (2)$$

donde  $\Gamma_U(x, \gamma) = \frac{1}{\Gamma(\gamma)} \int_0^x t^{\gamma-1} \exp\{-t\} dt$  es la función gamma incompleta (Didonato y Morris, 1986).

Los parámetros  $\alpha, \lambda$  y  $\gamma$  se estiman mediante la maximización numérica de la función de verosimilitud. Suponiendo que se tiene la muestra  $X_1, \dots, X_n$  de la distribución GGE

$(\alpha, \lambda, \gamma)$ , la función de verosimilitud que debe maximizarse es:

$$l(\alpha, \lambda, \gamma | x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n f_{x_i}(x_i; \alpha, \lambda, \gamma) \quad (3)$$

O bien una función monótona de la misma:

$$l(\alpha, \lambda, \gamma | x_1, \dots, x_n) = \log L(\alpha, \lambda, \gamma | x_1, \dots, x_n)$$

$$= \sum_{i=1}^n \log f_{x_i}(x_i; \alpha, \lambda, \gamma)$$

La maximización de la ecuación (3) se realiza mediante técnicas numéricas, cuyos algoritmos son ilustrados por Stacy y Mihram (1965); igualmente, la maximización puede realizarse con el procedimiento LIFEREG del paquete estadístico SAS® (SAS, 2008).

### Prueba de bondad de ajuste de la distribución GGE

Dado  $x_1, \dots, x_n$  (i.e. los datos de lluvia acumulada), se desea saber si el modelo GGE aproxima adecuadamente la distribución de frecuencias empíricas de lluvia. La prueba de bondad de ajuste consiste en probar las hipótesis siguientes:

$$H_0: F_x(x) = F_x(x; \alpha, \lambda, \gamma) \quad vs$$

$$H_1: F_x(x) \neq F_x(x; \alpha, \lambda, \gamma) \quad (4)$$

Existen varios estadísticos de prueba para probar el juego de hipótesis en la ecuación (4), siendo uno de los más conocidos y usados el de Kolmogorov-Smirnov (Massey, 1951). Dado  $z_i = F(x_i), x_1 \leq \dots \leq x_n$ , donde  $F(\bullet)$  es la función acumulativa de probabilidades de GGE (los parámetros desconocidos son reemplazados por sus estimadores de máxima verosimilitud), el estadístico de prueba de Kolmogorov-Smirnov es:

$$D_{calc} = \max(D^+, D^-) \quad (5)$$

donde:

$$D^+ = \max_{1 \leq i \leq n} \left( \frac{i}{n} - z_i \right), D^- = \max_{1 \leq i \leq n} \left( z_i - \frac{i-1}{n} \right)$$

La regla de decisión es rechazar  $H_0$  si  $D_{calc} > D_{tab}(\alpha)$  con  $\alpha \in (0,1)$  el nivel de significancia de la prueba. Los valores críticos de la prueba de Kolmogorov-Smirnov son válidos, siempre y cuando los parámetros de la distribución  $F$  sean completamente conocidos; en este estudio, como éstos se estiman por máxima verosimilitud, ya no son aplicables, por lo que se propone utilizar una versión *bootstrap* de la misma para obtener los valores críticos mediante el procedimiento *bootstrap* paramétrico siguiente:

1. Dadas las observaciones  $x_1, \dots, x_n$ , calcular los estimadores de máxima verosimilitud de  $\theta = (\alpha, \lambda, \gamma)$ , esto es,  $\hat{\theta} = (\hat{\alpha}, \hat{\lambda}, \hat{\gamma})$ .
2. Calcular  $D_{calc}$  utilizando la ecuación (5) y los estimadores  $\hat{\theta} = (\hat{\alpha}, \hat{\lambda}, \hat{\gamma})$ .
  - I. Generar una muestra *bootstrap* de tamaño  $n$  de  $F_x = (\hat{\alpha}, \hat{\lambda}, \hat{\gamma})$ , el algoritmo de generación de números aleatorios es descrito por Stacy y Mihram (1965).
  - II. Dada la muestra *bootstrap* generada previamente, calcular los estimadores de máxima verosimilitud de  $\theta = (\alpha, \lambda, \gamma)$ , i.e.  $\tilde{\theta} = (\tilde{\alpha}, \tilde{\lambda}, \tilde{\gamma})$ .
  - III. Calcular  $D_{calc}^*$  usando los estimadores  $\tilde{\theta} = (\tilde{\alpha}, \tilde{\lambda}, \tilde{\gamma})$  y la muestra *bootstrap*.
3. Repetir los pasos I), II) y III) mil veces para obtener  $D_{calc,j}^*$ ;  $j = 1, \dots, 1000$ .
4. Fijar el nivel de significancia de la prueba, por ejemplo  $\alpha = 0.05$  y obtener el valor de la constante crítica  $D_{tab-boot}(0.05)$  como  $D_{calc,(950)}^*$  donde  $D_{calc,(j)}^*$ ;  $j = 1, \dots, 1000$  denota los valores ordenados de  $D_{calc}^*$ .
5. Se rechaza  $H_0$  al nivel de significancia  $\alpha$  si  $D_{calc} > D_{calc,(950)}^*$ .

El *bootstrap* paramétrico se implementó en un programa IML® de SAS® (SAS, 2008), que puede obtenerse solicitándolo a cualquiera de los autores o en la dirección: [http://174.123.176.26/SAS\\_macro/](http://174.123.176.26/SAS_macro/), recuperando el archivo *gamma\_generalizada.sas*.

#### Cálculo de índices normalizados de lluvia SPI

Dado que la distribución GGE no está definida para  $x=0$  y que una distribución de lluvia puede tener valores nulos, se utiliza una distribución GGE ponderada, que se expresa por:

$$H(x) = q + (1-q)F_X(x; \alpha, \lambda, \gamma) \quad (6)$$

Donde  $q$  es la probabilidad de tener un valor igual a cero. La probabilidad  $q$  puede ser aproximada según Thom (1958) por el cociente  $q = m/n$ , donde  $m$  es el número de datos con lluvia acumulada igual a cero y  $n$  es el número total de valores acumulados de lluvia. Luego  $H(x)$  se transforma, por medio de la función de cuantiles de la distribución normal estándar a una variable  $Z$  reducida, denominada índice SPI; una aproximación de esta función está dada por Abramowitz y Stegun (1965):

$$Z = SPI = \begin{cases} -\left( t - \frac{c_0 + c_1 t + c_2 t^2}{1 + d_1 t + d_2 t^2 + d_3 t^3} \right); & \text{si } 0 < H(x) < 0.5 \\ \left( t - \frac{c_0 + c_1 t + c_2 t^2}{1 + d_1 t + d_2 t^2 + d_3 t^3} \right); & \text{si } 0.5 < H(x) < 1.0 \end{cases} \quad (7)$$

donde:

$$t = \begin{cases} \sqrt{\ln \frac{1}{H(x)}}; & \text{si } 0 < H(x) < 0.5 \\ \sqrt{\ln \frac{1}{(1-H(x))^2}}; & \text{si } 0.5 < H(x) < 1.0 \end{cases}$$

$$c_0 = 2.515517; c_1 = 0.802853; c_2 = 0.010328;$$

$$d_1 = 1.432788; d_2 = 0.189269; d_3 = 0.001308;$$

Cuadro 1. Clasificación de los índices normalizados de lluvia SPI (McKee *et al.*, 1993).

SPI	Descripción
> +2.0	Muy húmedo
de +1.99 a +1.5	Húmedo
de +1.49 a +1.0	Moderadamente húmedo
+0.99 a -0.99	Normal
de -1.0 a -1.49	Moderadamente seco
de -1.5 a -1.99	Seco
< -2.0	Muy seco

La clasificación de los SPI calculados mediante la ecuación (7) para caracterizar las lluvias acumuladas se presentan en el cuadro 1.

## Resultados y discusión

### *Distribución de la lluvia acumulada de octubre a septiembre (1960-2006)*

La distribución interanual de la lluvia acumulada de octubre a septiembre en el periodo 1960-2006 tiene una variabilidad interanual

(expresada por el CV) de 18%, con una media de 919+/-168 mm y una mediana de 907 mm (figura 1). El año más lluvioso se presentó en el periodo de octubre de 1976 a septiembre de 1977 con 1 388 mm, y el más seco en el periodo de octubre de 1989 a septiembre de 1990 con 544 mm. Entre 1986 y 1990 se presentaron, en cuatro años de cinco, lluvias inferiores a 800 mm, provocando periodos de déficits hídricos en la cuenca del río Drôme.

### *Distribución de la lluvia acumulada en primavera-verano y en periodo estival*

La distribución interanual de la lluvia en el periodo de primavera-verano (de marzo a agosto) muestra una fuerte variabilidad (CV = 30%). El promedio de lluvia acumulada es de 387+/-116 mm y la mediana es de 367 mm (figura 2). La lluvia acumulada durante este periodo representa aproximadamente 40% de la lluvia anual de octubre a septiembre.

La distribución interanual de la lluvia en el periodo estival (de junio a agosto) tiene un CV = 47%. La lluvia media estival es de 168+/-82 mm y la mediana es de 146 mm;

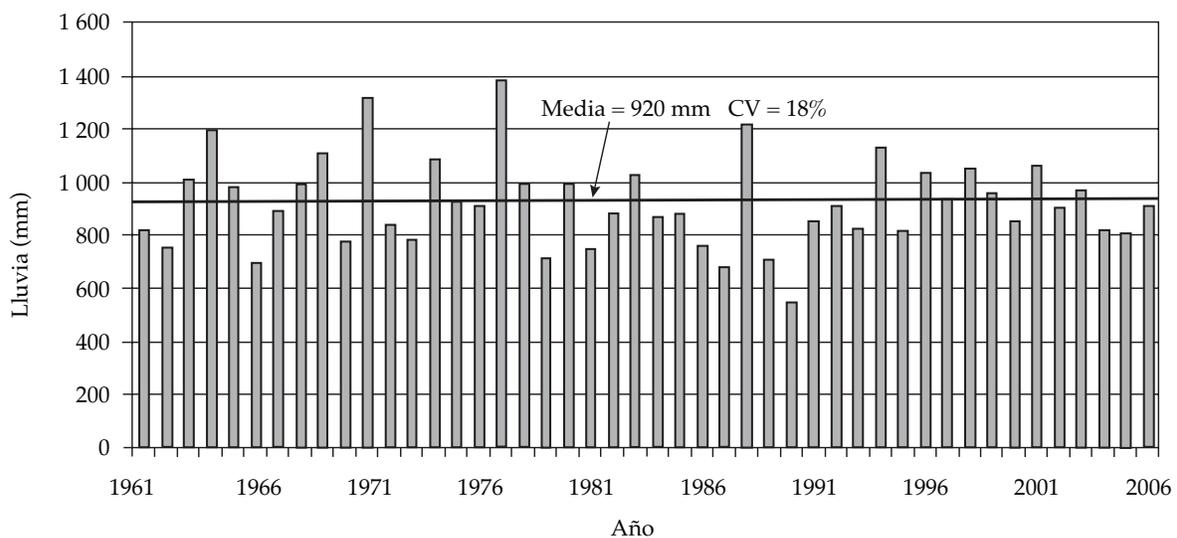


Figura 1. Distribución de la lluvia anual acumulada de octubre a septiembre (1960-2006) en Montélimar, Francia.

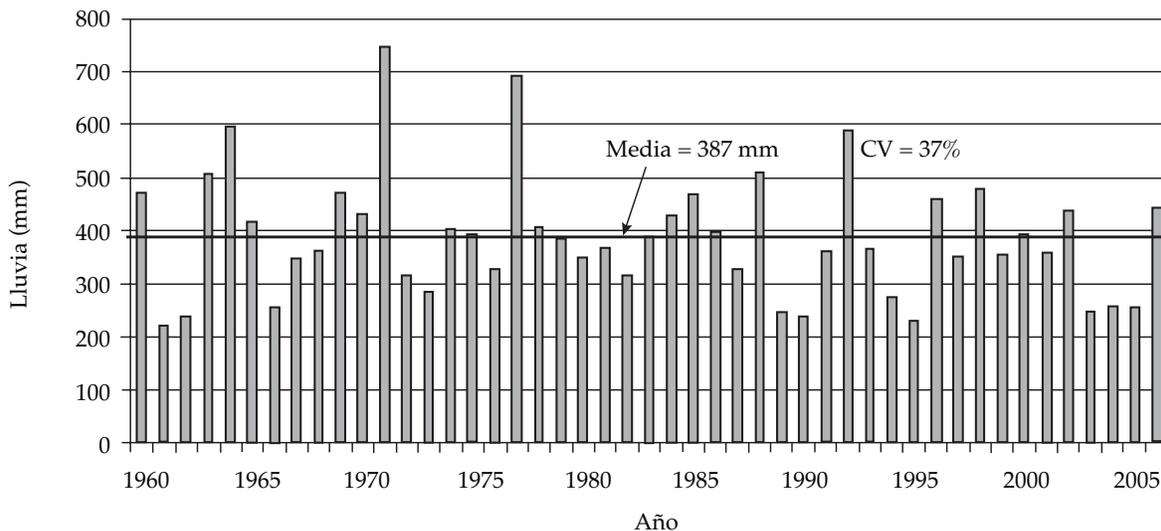


Figura 2. Distribución de la lluvia acumulada de marzo a agosto (1960-2006) en Montélimar, Francia.

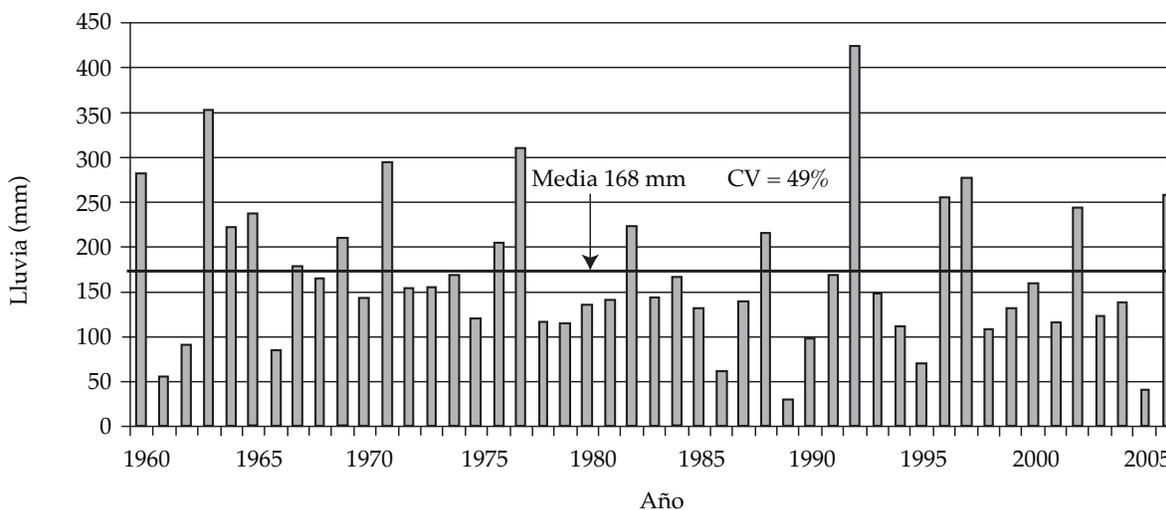


Figura 3. Distribución de la lluvia acumulada de junio a agosto (1960-2006) en Montélimar, Francia.

el valor mínimo de 29 mm sucede en 1989 y el máximo de 422 mm ocurre en 1992 (figura 3). En este periodo, el riego es esencial para cubrir las necesidades hídricas de los cultivos. Asimismo, de 1990 a 2006 se observan periodos estivales menos lluviosos que en el periodo 1960-1989.

### Estimación de los parámetros de la función de densidad GGE

Los parámetros de la función GGE estimados por máxima verosimilitud para las diferentes series de lluvia estudiadas se presentan en el cuadro 2.

Cuadro 2. Parámetros de máxima verosimilitud de la distribución gamma generalizada extendida, de lluvias acumuladas de doce, seis y tres meses.

Parámetros* de la distribución GGE	$\alpha$	$\lambda$	$\gamma$
Lluvia SPI-12 septiembre	0.28173	0.0010998	389.923
Lluvia SPI-6 agosto	-0.61714	0.0027651	32.322
Lluvia SPI-3 agosto	1.27854	0.0057849	2.624

\*  $\alpha$  y  $\gamma$  son parámetros de forma, y  $\lambda$  es un parámetro de escala de la distribución gamma generalizada extendida (GGE) (Lee y Wang, 2003).

### Prueba de bondad de ajuste de la función de distribución GGE

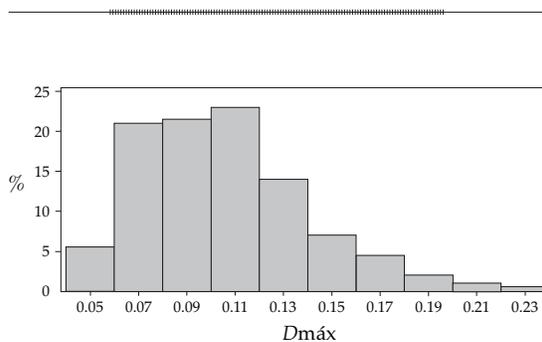
A partir de la función de densidad GGE (ecuación (1)) se calcularon las distribuciones de probabilidades teórica y empírica. La prueba de bondad de ajuste fue realizada utilizando la versión *bootstrap* de la prueba de Kolmogorov-Smirnov para la distribución GGE. Para un nivel de probabilidad  $\alpha = 0.05$ , las distribuciones teóricas de probabilidades de lluvia acumulada no son diferentes de la distribuciones de frecuencias de lluvias para las series estudiadas. Los resultados de las pruebas estadísticas para los tres intervalos de tiempo estudiados se presentan en el cuadro 3.

En la figura 4 se muestra la distribución del estadístico  $D_{m\acute{a}x}$  de Kolmogorov-Smirnov obtenido con el procedimiento *bootstrap* paramétrico, para los datos de lluvias acumuladas de octubre a septiembre (1960-2006).

Cuadro 3. Prueba de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov para la distribución gamma generalizada extendida.

	Lluvia SPI-12 octubre-septiembre	Lluvia SPI-6 marzo-agosto	Lluvia SPI-3 junio-agosto
$D_{calc}$	0.0513	0.1047	0.1065
$D_{critico}^{bootstrap}$	0.19	0.21	0.24
$H_0$ : GGE = empírica	No rechazo	No rechazo	No rechazo

Se rechaza  $H_0$ : GGE = empírica; si  $D_{calc} > D_{critico}^{bootstrap}$  con un nivel de probabilidad  $\alpha = 0.05$ .

Figura 4. Distribución *bootstrap* de  $D_{m\acute{a}x}$  SPI-12 septiembre, Montélimar, Francia.

Además, en la figura 5 se muestra la bondad de ajuste entre la distribución empírica de frecuencias de lluvia acumulada y la distribución GGE ajustada para la serie de lluvias acumuladas de octubre a septiembre (1960-2006).

### Índices normalizados de lluvia SPI

La distribución interanual de los índices SPI-12 septiembre (figura 6) muestra una disminución de años muy húmedos a húmedos (SPI entre 1 y 2.5) en el periodo 1990-2006 con respecto al periodo 1960-1989 (SPI entre 0 y 1). En cambio, para los mismos periodos, los años son menos secos (SPI entre 0 y -1.0) en el último periodo que en el anterior (SPI entre -0.5 y -1.5). El año 1990 fue extremadamente seco (SPI = -2.5). Igualmente, se observa en todo el periodo estudiado una frecuencia alta de años normales (SPI entre -0.99 y +0.99). Sin embargo,

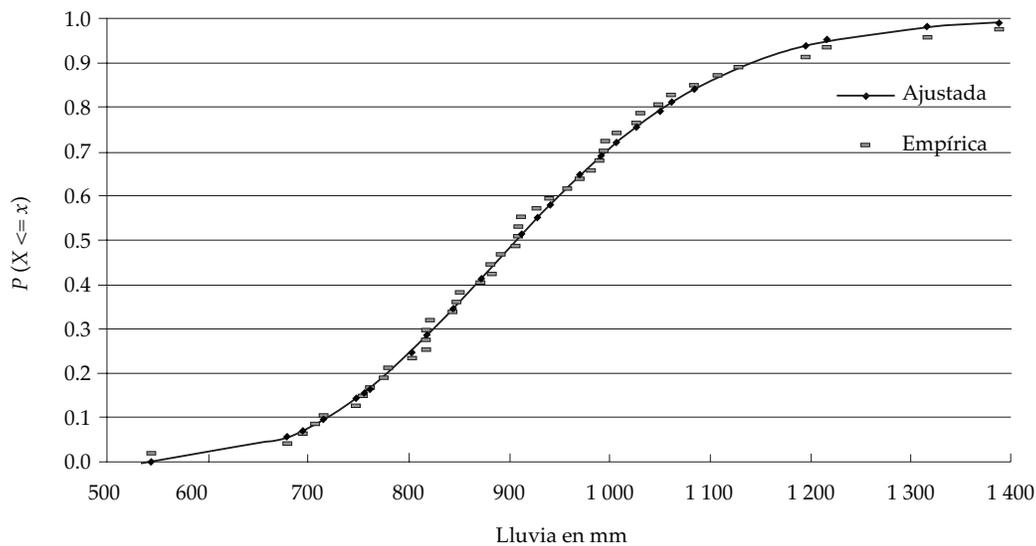


Figura 5. Bondad de ajuste de la distribución GGE a la distribución empírica de frecuencias de lluvias, SPI-12 septiembre, en Montélimar, Francia.

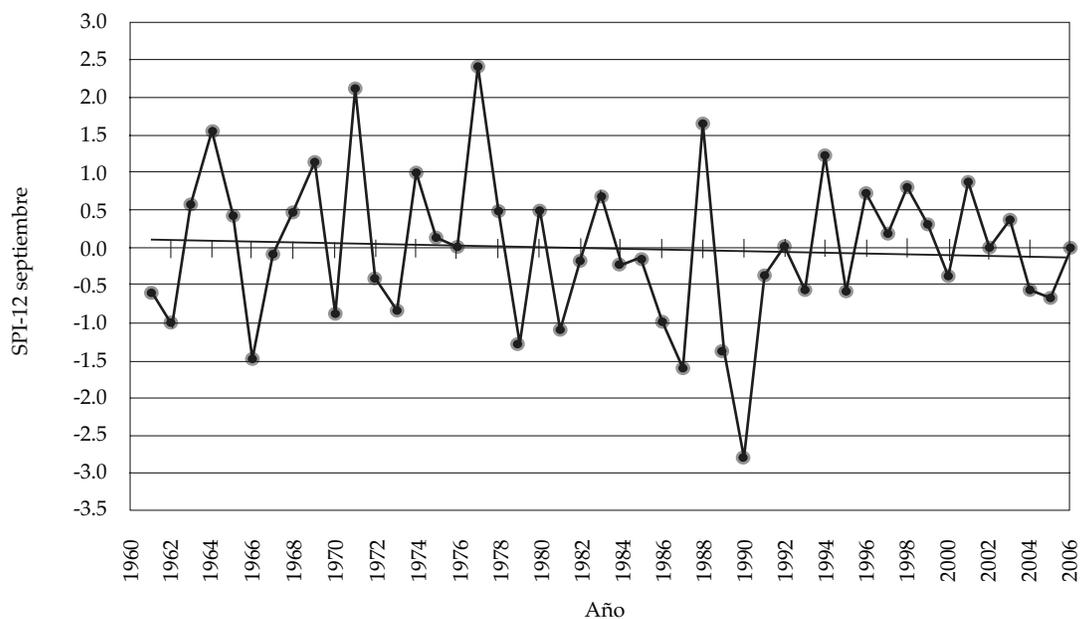


Figura 6. Distribución interanual de los SPI-12 septiembre (1960-2006) en Montélimar, Francia.

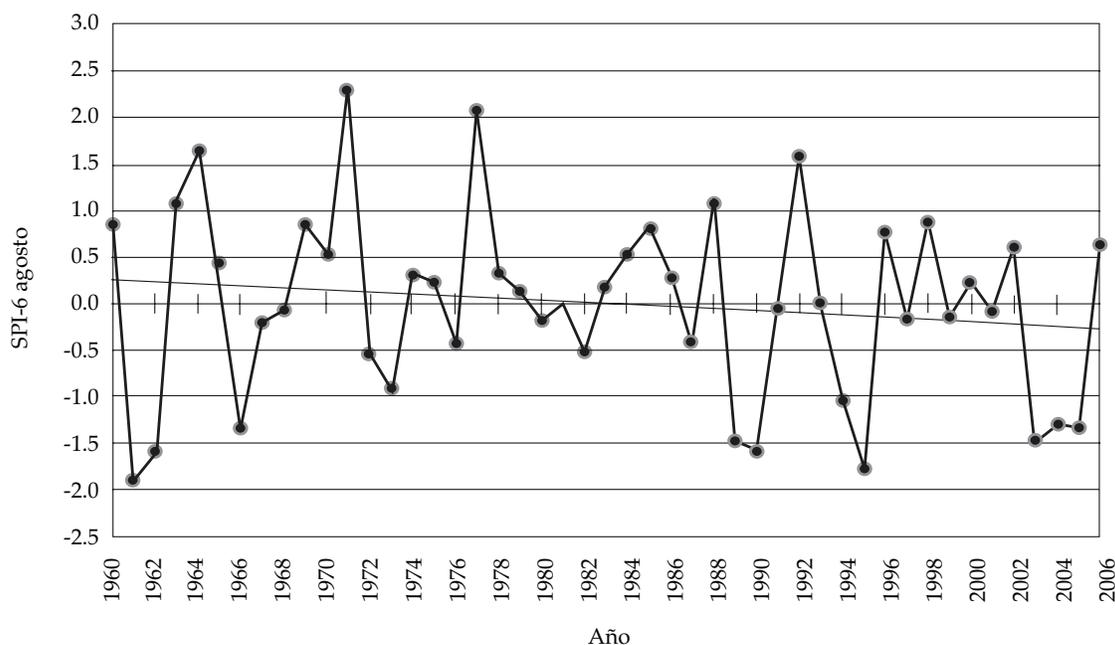


Figura 7. Distribución de los índices SPI-6 agosto (1960-2006) en Montélimar, Francia.

la variabilidad climática es más fuerte en el periodo anterior a 1990 (SPI entre  $-1.5$  y  $2.0$ ) que después de 1990 (SPI entre  $-0.5$  y  $1.0$ ).

La distribución interanual de los índices SPI-6 agosto (figura 7), que toma en cuenta las lluvias de marzo a agosto, describe una frecuencia de años más secos mayor después de 1990 (SPI entre  $-1.0$  y  $-2.0$ ) respecto al periodo 1960-1989. De 1990 a 2006 ocurrieron siete años secos (SPI entre  $-1.0$  y  $-2.0$ ), mientras que de 1960 a 1989 ocurrieron tres años secos (SPI entre  $-1.0$  y  $-2.0$ ). En cuanto a los años húmedos, la frecuencia de años húmedos es menor después de 1990 (SPI entre  $+1.0$  y  $+2.5$ ) que antes de 1990. Igualmente puede observarse que estacionalmente, 2003, 2004 y 2005 se consideran años moderadamente secos y secos, mientras que para un periodo anual estos años fueron normales. Esto permite explicar que en los últimos años los riegos en primavera y verano sean cada vez más frecuentes. Asimismo, para los cultivos de primavera se requiere un riego de pre-siembra para asegurar la germinación de

los cultivos de verano (González-Camacho *et al.*, 2008).

La distribución interanual de los índices SPI-3 agosto (figura 8), que toma en cuenta las lluvias acumuladas de junio a agosto, muestra una mayor variabilidad de los índices de lluvia (SPI entre  $-2.5$  y  $+2.5$ ). El año 1989 fue seco en el verano (SPI =  $-2.5$ ). Globalmente, en el periodo de riegos de verano en los últimos veinte años, 14 años sobre 20, las lluvias acumuladas de junio a agosto estuvieron por abajo de la media, de los cuales siete años se consideran como secos o muy secos. Estos índices muestran que las lluvias estacionales presentan una tendencia negativa en los últimos 15 años. Desde 1989 se observa que la ocurrencia de años secos es cada vez más frecuente. Para la zona estudiada, 1989 fue el más crítico, ya que los tres índices estudiados clasifican el año de 1989 como seco o muy seco.

El análisis de los índices SPI permite constatar un aumento de las frecuencias de periodos secos o muy secos en los últimos años

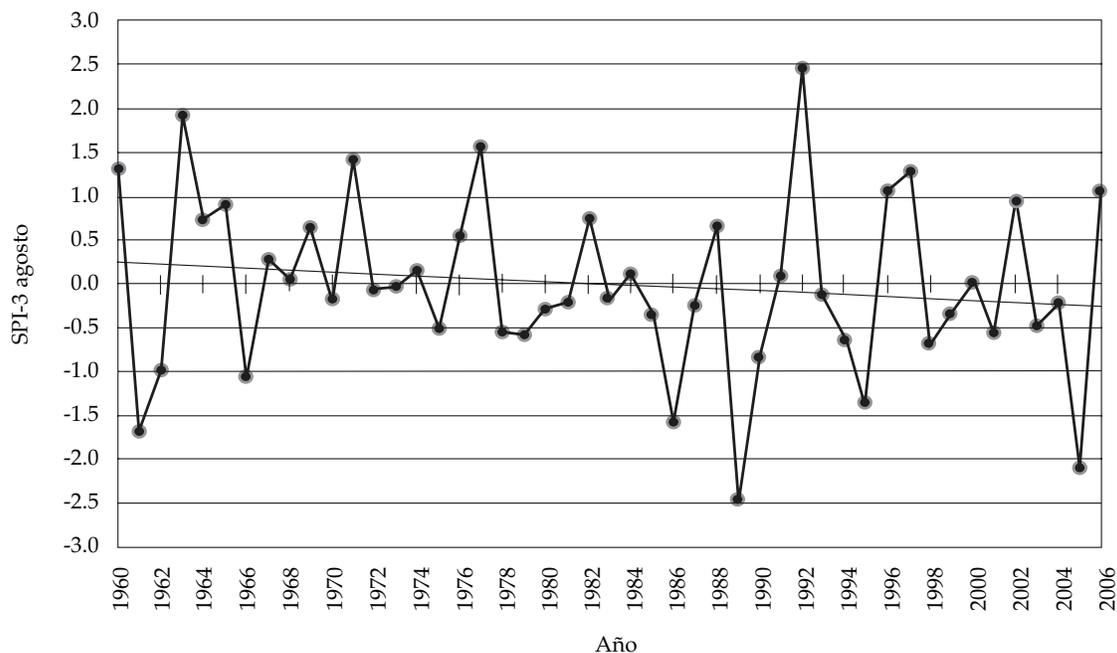


Figura 8. Distribución de los índices SPI-3 agosto (1960-2006) en Montélimar, Francia.

en la cuenca del río Drôme. De 1960 a 1989, la presencia de años moderadamente húmedos es más frecuente (SPI entre +1.0 y +1.5); mientras que en los últimos años, la frecuencia de años moderadamente secos a muy secos son más frecuentes (SPI entre -1.0 y -2.5). Asimismo se observa una tendencia negativa más acentuada de las lluvias estacionales SPI-6 agosto y SPI-3 agosto (figuras 7 y 8) en relación con las lluvias anuales SPI-12 septiembre (figura 6).

## Conclusiones

El cálculo de los índices normalizados de lluvia SPI mediante la distribución gamma generalizada extendida y el análisis de la distribución de la lluvia estacional en la cuenca del río Drôme, Francia, en periodos, donde la práctica de la irrigación es esencial para garantizar la producción agrícola de esta región permiten obtener las siguientes conclusiones:

- La distribución gamma generalizada extendida, cuyos parámetros se estimaron por máxima verosimilitud, presentó un buen ajuste a la distribución empírica de frecuencias de lluvias observadas para los intervalos de tiempo estudiados (año agrícola, primavera-verano y verano), en la cuenca del río Drôme.
- El procedimiento *bootstrap* paramétrico propuesto permitió calcular los valores críticos de la prueba de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov para los diferentes intervalos de tiempo estudiados. El procedimiento de estimación y prueba de bondad de ajuste de la distribución gamma generalizada extendida está disponible en la dirección [http://174.123.176.26/SAS\\_macro/](http://174.123.176.26/SAS_macro/), recuperando el archivo `gamma_generalizada.sas`.
- Los índices SPI-12 septiembre varían entre -1 y 1 en los años recientes, por lo cual los años se consideran como normales. Sin

embargo, estacionalmente, en primavera-verano y verano, los índices SPI-6 agosto y SPI-3 agosto con valores entre  $-1.0$  y  $-2.5$  son más frecuentes de 1990 a 2006, lo que muestra un incremento en la ocurrencia de periodos cada vez más secos en primavera-verano y verano en la cuenca del río Drôme.

## Agradecimientos

A la unidad de Investigación G-EAU del Cemagref (Instituto de Investigación en Ciencias y Tecnologías para el Medio Ambiente de Montpellier, Francia) por las bases de datos proporcionadas para realizar el presente estudio dentro del marco de colaboración institucional entre el Cemagref y el Colegio de Postgraduados, para desarrollar instrumentos y métodos para el análisis de sequías en regiones agrícolas.

Recibido: 18/04/10

Aceptado: 21/01/11

## Referencias

- ABRAMOWITZ, M. and STEGUN, A. *Handbook of mathematical formulas, graphs, and mathematical tables*. New York: Dover Publications, 1965, 1046 pp.
- DIDONATO, A.R. and MORRIS, A.H. Computation of the incomplete gamma function ratios and their inverse. *ACM Trans. Math. Soft.* Vol. 12, No. 4, 1986, pp. 377-393.
- GLEYES, G. et RIEU, T. *L'irrigation en France: état des lieux 2000 et évolutions*. Paris: Ministère de l'Agriculture et de la Pêche (France). Editions Cemagref, 2004, 60 pp.
- GONZÁLEZ-CAMACHO, J.M., MAILHOL, J.C., and RUGET, F. Local impacts expected of doubling rate of CO<sub>2</sub> on maize crop water productivity in the Drôme valley France. *Irrigation and Drainage*. Vol. 57, 2008, pp. 229-243.
- GUTTMAN, N.B. Accepting the standardized precipitation index: a calculation algorithm. *J. Amer. Water Resour. Assoc.* Vol. 35, No. 2, 1999, pp. 311-322.
- LEE, E.T. and WANG, J.W. *Statistical methods for survival data analysis*. 3rd. ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2003, 513 pp.
- MASSEY, F.J. The Kolmogorov Smirnov test for goodness of fit. *J. Amer. Statistical Assoc.* Vol. 46, 1951, pp. 68-78.
- MCKEE, T.B., DOESKIN, N.J., and KIEIST, J. The relationship of drought frequency and duration to time scales. *Proc. of the 8th Conf. on Applied Climatology, January 17-22, Anaheim (California)*, Amer. Met. Soc., Boston, Massachusetts, 1993, pp. 179-184.
- MCKEE, T.B., DOESKIN, N.J. and KIEIST, J. Drought monitoring with multiple time scales. *Proc. 9th Conf. on Applied Climatology, January 15-20, Amer. Met. Soc.*, Boston, Massachusetts, 1995, pp. 233-236.
- SAS. *Statistics Software 2002-2008*. Cary, USA: SAS Institute Inc., 2008.
- STACY, W.E. and MIHRAM, A. Parameter estimation for a generalized gamma distribution. *Technometrics*. Vol. 7, No. 3, 1965, pp. 349-358.
- THOM, H.C.S. A note on the gamma distribution. *Monthly weather review*. Vol. 66, No. 4, 1958, pp. 117-122.
- VELASCO, I., APARICIO, J., VALDÉS, J.B., VELÁZQUEZ, J. y TAE-WOONG, K. Evaluación de índices de sequía en las cuencas de afluentes del río Bravo/Grande. *Ingeniería hidráulica en México*. Vol. XIX, núm. 3, julio-septiembre de 2004, pp. 37-53.
- VICENTE-SERRANO, S.M. Spatial and temporal analysis of droughts in the Iberian Peninsula (1910-2000). *Hydrological Sciences, J. des Sci. Hyd.* Vol. 51, No. 1, 2006, pp. 83-97.

## Abstract

GONZÁLEZ-CAMACHO, J.M., PÉREZ-RODRÍGUEZ, P. & RUELLE, P. Estimation of standardized precipitation indexes using the extended generalized gamma distribution. *Water Technology and Sciences (in Spanish)*. Vol. II, No. 4, October-December, 2011, pp. 65-76.

The Drôme river basin is located in southern France, where in recent decades the agricultural sector has undergone recurrent periods of low water availability and severe water scarcity. The Standardized Precipitation Index (SPI) has been used to characterize drought in terms of frequency, intensity and duration. In this research, the use of the extended generalized gamma distribution is proposed to compute the SPI and to identify seasonal drought in the Drôme river basin based on the analysis of historical rainfall data from the meteorological station in Montélimar, France. The parameters were numerically estimated using the maximum likelihood method. The goodness-of-fit test of the model was based on the Kolmogorov-Smirnov statistic, computed with a parametric bootstrap technique. The SPIs were computed yearly and for the spring-summer and summer irrigation seasons. The extended generalized gamma distribution presented a good fit to observed rainfall frequencies. The development of SPI indexes enabled verifying a negative trend for seasonal rainfall in spring and summer over the last two decades in the region under study.

**Keywords:** meteorological drought, climatic variability, maximum likelihood estimation, parametric bootstrap.

## Dirección institucional de los autores

*Dr. Juan Manuel González Camacho*

Colegio de Postgraduados  
Posgrado en Socioeconomía, Estadística e Informática  
Campus Montecillo  
Km 36.5 carretera federal México-Texcoco  
56230 Montecillo, Texcoco, Estado de México, MÉXICO  
Teléfono: +52 (55) 5804 5900, extensión 1431  
jmgc@colpos.mx

*Dr. Paulino Pérez Rodríguez*

Colegio de Postgraduados  
Posgrado en Socioeconomía, Estadística e Informática  
Campus Montecillo  
Km 36.5 carretera federal México-Texcoco  
56230 Montecillo, Texcoco, Estado de México, MÉXICO  
Teléfono: +52 (55) 5804 5900, extensión 1425  
perpdgo@colpos.mx

*Dr. Pierre Ruelle*

Unité Mixte de Recherche EAU (EAU, ACTEURS,  
USAGES)  
Cemagref Groupement de Montpellier  
361 Rue J-F Breton- BP 5095  
34196 Montpellier Cedex 05  
FRANCE  
Teléfono: +33 (0) 4 67 04 63 46  
Pierre.ruelle@cemagref.fr