

DOI: 10.24850/j-tyca-2022-02-06

Artículos

Análisis de frecuencias de crecientes basado en una distribución GVE mixta con límite superior en la Región Hidrológica No. 10 (Sinaloa), México

Flood frequency analysis based on a mixed GEV distribution with upper limit applied to the Hydrological Region No. 10 (Sinaloa), Mexico

Daniel Francisco Campos-Aranda¹

¹Profesor jubilado de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí, San Luis Potosí, México, campos_aranda@hotmail.com

Autor para correspondencia: Daniel Francisco Campos-Aranda, campos_aranda@hotmail.com

Resumen

El análisis de frecuencias de crecientes (AFC) procesa el registro disponible de gastos máximos anuales de un río para estimar predicciones asociadas con bajas probabilidades de excedencia, cuyo recíproco es el



periodo de retorno (*Tr*) en años. Estas predicciones son las *crecientes de* diseño, con las cuales se planean, diseñan y revisan hidrológicamente todas las obras hidráulicas, como embalses, diques protectores, rectificación de cauces, puentes y obras de drenaje urbano. En este trabajo se describe y aplica un método novedoso del AFC, que incorpora información hidrométrica adicional en una distribución General de Valores Extremos (GVE) mixta; tal procedimiento está orientado a definir con exactitud la creciente de $Tr = 1\,000\,$ años. Inicialmente se procesa la información de gasto medio anual y de gasto máximo anual de todas las estaciones hidrométricas que integran la región homogénea bajo estudio. Lo anterior, con el enfoque de las curvas envolventes y teniendo como objetivo definir una curva envolvente cuya probabilidad de excedencia sea nula, por lo cual define el gasto máximo extremo al que se aproxima como asíntota la parte superior de la GVE mixta, la cual evita un incremento irreal de las predicciones. Posteriormente, con base en cada registro de crecientes, se generan secuencias sintéticas de 1 500 valores y se escoge una con similitud con los datos disponibles y más de diez crecientes de Tr > 150 años. A tal secuencia sintética se le ajusta una distribución GVE, con los métodos de momentos L y LH, para seleccionar la de menor error estándar de ajuste. Esta distribución forma la parte inferior de la GVE mixta hasta el punto de inflexión de Tr = 500 años. El método se aplicó a los siete registros de crecientes más amplios de la Región Hidrológica No. 10 (Sinaloa), México y con base en sus resultados se formularon las conclusiones, las cuales destacan sus ventajas y sugieren su aplicación para estimar predicciones de altos periodos de retorno ($100 \le Tr \le 1000$



años) con mayor exactitud, al incorporar información hidrométrica regional.

Palabras clave: distribución GVE, momentos L, momentos LH, curvas envolventes, secuencias sintéticas, error estándar de ajuste, punto de inflexión, distribución GVE mixta.

Abstract

Flood Frequency Analysis (FFA) processes the available record of annual maximum flows of a river, to estimate predictions associated with low probabilities of exceedance, its reciprocal is the return period (Tr) in years. These predictions are the *design floods*, with which all hydraulic works are planned, designed, and reviewed hydrologically, such as reservoirs, protective embankments, channel rectifications, bridges and urban drainage works. In this work, a novel method of the FFA is described and applied, which incorporates additional hydrometric information in a mixed General Extreme Values (GEV) distribution; this procedure is aimed to accurately define the flood of Tr = 1~000 years. Initially, the information on average annual flow and annual maximum flow of all the hydrometric stations that make up the homogeneous region under study are processed. The above, with the approach of the enveloping curves and with the objective of defining an enveloping curve with zero probability of exceedance; whereby, defines the extreme maximum flow that is approached as asymptote by the upper part of the mixed GEV, which avoids an unreal increase in predictions. Lastly, based



on each record of floods, synthetic sequences of 1 500 values are generated and one with similarity to the available data and more than ten floods of Tr > 150 years is chosen. To such a synthetic sequence a GEV distribution is adjusted, with the methods of moments L and LH, to select the one with the lowest standard error of fit. This distribution forms the lower part of the mixed GEV, until the point of inflection of Tr = 500 years. The described method was applied to the seven largest flood records of the Hydrological Region No. 10 (Sinaloa), Mexico and based on its results, the Conclusions were formulated, which highlight its advantages and suggest its application to estimate predictions of high return periods (100 $\leq Tr \leq 1000$ years) more accurately, by incorporating regional hydrometric information.

Keywords: GEV distribution, L moments, LH moments, enveloping curves, synthetic sequences, standard error of fit, inflection point, mixed GEV distribution.

Recibido: 08/01/2020

Aceptado: 25/02/2021

Introducción



Generalidades

En todas las obras de infraestructura hidráulica de aprovechamiento o de protección contra las inundaciones, como embalses, rectificaciones, canalizaciones, puentes У drenaje urbano, dimensionamiento y seguridad hidrológica se realiza con base en las crecientes de diseño (CD). La estimación hidrológica más confiable de las CD se desarrolla a través del llamado análisis de frecuencias de crecientes (AFC), que es un procesamiento estadístico de los gastos máximos anuales registrados en el río o cauce, en el sitio seleccionado para la construcción de la obra hidráulica. Con el AFC se estiman las CD, que son gastos máximos en el río asociados con bajas probabilidades de excedencia, cuyo recíproco es el intervalo promedio de recurrencia o periodo de retorno (Tr) en años. Específicamente, para Tr > 100 años, sus estimaciones son bastante inciertas debido a la longitud limitada que tienen los registros de gasto máximo anual y al reducido número de crecientes extraordinarias que incluyen (Guse, Hofherr, & Merz, 2010a).

El AFC consta de los cuatro pasos siguientes: (1) verificación de la calidad estadística del registro disponible de crecientes; (2) selección de una función de distribución de probabilidades (FDP), o modelo probabilístico, con el cual se realizarán, en su cola derecha, las



extrapolaciones o predicciones; (3) adopción de un método de estimación de los parámetros de ajuste de la FDP, principalmente variaciones del método de momentos, de máxima verosimilitud o de los momentos L, y (4) contraste de las diversas FDP ajustadas y su método de estimación de parámetros para seleccionar la más conveniente a los datos disponibles. Esto último, por lo común se realiza a través de los errores estándar de ajuste y absoluto medio (Kite, 1977; Stedinger, Vogel, & Foufoula-Georgiou, 1993; Rao & Hamed, 2000; Meylan, Favre, & Musy, 2012; Stedinger, 2017).

El AFC tiene diversas debilidades intrínsecas, quizá la más importante sea la que acepta que el registro disponible de gastos máximos anuales sea representativo de las crecientes que ocurrirán en el futuro. Además, como ya se indicó, las series de gasto máximo anual por lo general son bastante cortas para extrapolar a Tr elevados. Esto último es exacerbado por los cambios físicos que ocurren en la cuenca y su cauce principal debido a la deforestación, y construcción de embalses y diques, así como al cambio climático global o regional (Merz & Blöschl, 2008).

Para reducir la incertidumbre de cada estimación de las CD se sugiere utilizar más información hidrométrica en el AFC. Tal información proviene de tres clases de grupos: (1) de causa-efecto; (2) temporal o de crecientes históricas, y (3) espacial o regional (Merz & Blöschl, 2008). La del primer grupo se refiere a un mejor entendimiento de los procesos de formación de las crecientes para volver más precisa su estimación. Por ejemplo, se sabe que los mecanismos de formación de las crecientes ordinarias son diferentes de los que originan las crecientes



extraordinarias; por ello son recomendadas las FDP mixtas, caso de la TCEV desarrollada por Rossi, Fiorentino y Versace (1984). Dentro del segundo grupo se tiene la expansión de los registros disponibles mediante la integración de las crecientes históricas como datos no sistemáticos (Francés, 1998; Botero & Francés, 2010). Por último, la regionalización de crecientes, definiendo áreas o regiones homogéneas, permite la integración de diversos registros en uno amplio, cuyas predicciones serán más exactas y además se pueden estimar CD en localidades sin aforos, ubicadas dentro de tal zona homogénea (Hosking & Wallis, 1997; Rahman, Haddad, & Eslamian, 2014; Ouarda, 2017).

Objetivo

Consistió en describir y aplicar un enfoque novedoso del AFC, el cual incorpora información regional para estimar Tr elevados, del orden de los mil años, con mayor exactitud. El método combina crecientes extraordinarias generadas por simulación aleatoria y una creciente máxima extrema, en una FDP mixta, con límite superior. El método desarrollado en Alemania por Guse $et\ al.\ (2010a)$, se aplicó a siete registros amplios de la Región Hidrológica No. 10 (Sinaloa), México, con



modificaciones leves para exponer un AFC más simple. Con base en el análisis de los resultados se formulan las conclusiones del estudio.

Métodos y materiales

Planteamiento original

El enfoque de Guse $et\,al.$ (2010a) incorpora información espacial adicional en el AFC, en la forma de gastos máximos y sus correspondientes Tr, así como un gasto máximo extremo ($Q_{\rm MAX}$) en una FDP mixta, cuyo punto de inflexión corresponde con el Tr de 500 años. Los gastos máximos adicionales se obtienen con base en unas curvas envolventes regionales probabilísticas (PREC, según sus siglas en inglés), construidas con cada registro del grupo homogéneo que forman tales estaciones hidrométricas. El método original consta de dos pasos fundamentales: (1) integración de los gastos ($Q_{\rm PREC}$) en los registros observados, en una FDP inferior, que muestra concavidad hacia arriba, y (2) definición a partir del punto de inflexión de una FDP mixta con límite superior en $Q_{\rm MAX}$ y, por lo tanto, con



concavidad hacia abajo. Las FDP utilizadas son la *general de valores* extremos (GVE) y los Q_{PREC} fueron generados en un proceso aleatorio con Tr que variaron de 150 a 1 500 años. Lógicamente, las nuevas series de crecientes obtenidas por simulación sintética deben mostrar similitud con el registro observado. En la Figura 1 se expone un esquema del método propuesto.

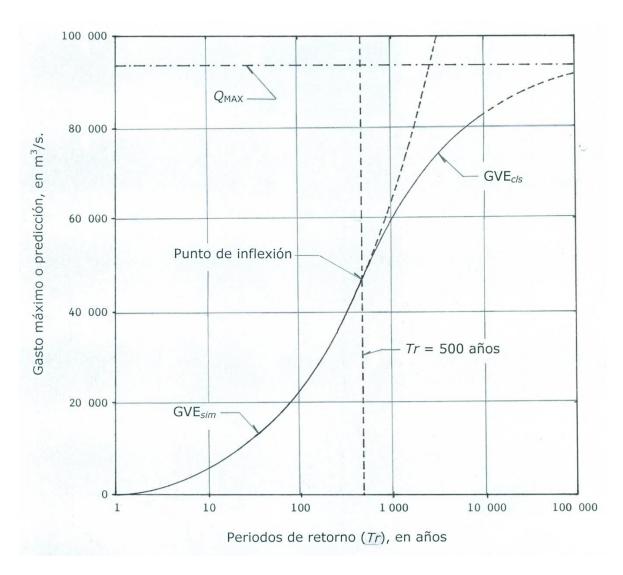


Figura 1. Esquema del método de AFC de la GVE mixta en papel semilogarítmico, con valores numéricos para la estación hidrométrica Huites de la Región Hidrológica No. 10 (Sinaloa), México.



Modificación adoptada

En el método original de Guse et~al.~(2010a), la selección e inclusión de los gastos $Q_{\rm PREC}$ en cada registro observado se realiza de manera aleatoria, generando 100 series sintéticas de 1 500 valores cada una, a partir de la distribución GVE ajustada a los datos históricos u observados (GVE_{obs}). En el procedimiento modificado también se generan series sintéticas de 1 500 gastos, pero sólo se escoge una serie y con ella se define la GVE mixta, según el procedimiento y restricciones de Guse et~al.~(2010a). La serie sintética adoptada contiene más de diez gastos máximos con Tr > 150 años y su ajuste se realiza con momentos L de orden mayor para darle más importancia a tales valores.

Ajuste con momentos L de la GVE

La teoría de valores extremos justifica y establece que los datos extremos siguen de manera asintótica alguno de los tres tipos de distribuciones denominadas: Gumbel, Fréchet y Weibull (Clarke, 1973; Stedinger *et al.*, 1993; Coles, 2001). Estos tres modelos probabilísticos se pueden



representar en uno solo, denominado distribución general de valores extremos (GVE), cuya aplicación ha sido recomendada ampliamente para modelar gastos máximos anuales (Q) y otros datos extremos (Hosking & Wallis, 1997; Papalexiou & Koutsoyiannis, 2013). La FDP de la GVE con una probabilidad de no excedencia [F(Q) = p] es:

$$F(Q) = \exp\left\{-\left[1 - \frac{k(Q-u)}{\alpha}\right]^{1/k}\right\} \text{ cuando } k \neq 0$$
 (1)

En la expresión anterior, u, a y k son los parámetros de ubicación, escala y forma de la distribución GVE. Cuando k=0, se obtiene la distribución Gumbel, que es una línea recta en el papel de probabilidad Gumbel-Powell (Chow, 1964), por lo cual el intervalo de la variable es: $-\infty < Q < \infty$. Cuando k > 0, la distribución es Weibull, que es una curva con concavidad hacia abajo y límite superior, por lo cual: $-\infty < Q \le u + a/k$. Finalmente, si k < 0, la distribución es Fréchet ,que también es una curva, pero con concavidad hacia arriba y frontera inferior, por lo que $u + a/k \le Q < \infty$. Las predicciones buscadas $(Q\tau_r)$ se obtienen con la solución inversa de la Ecuación (1):

$$Q_{Tr} = u + \frac{\alpha}{k} \{1 - [-\ln(p)]^k\} \text{ cuando } k \neq 0$$
 (2)

en la cual:



$$p = 1 - \frac{1}{Tr} \tag{3}$$

Por otra parte, para estimar los parámetros de ajuste de las FDP utilizadas en hidrología, el método de los momentos L es quizás el más simple y se ha convertido en uno de los procedimientos confiables. Lo anterior debido a que los momentos L, designados λ , son combinaciones lineales (Hosking & Wallis, 1997) de los momentos de probabilidad ponderada (β_r), que no son afectados de manera significativa por los valores dispersos (outliers) de la muestra. Los primeros tres momentos L de una muestra (I_1 , I_2 , I_3) y el cociente L de asimetría (t_3) se estiman a través del estimador insesgado (b_r) de los β_r , como sigue:

$$l_1 = b_0 \tag{4}$$

$$l_2 = 2 \cdot b_1 - b_0 \tag{5}$$

$$l_3 = 6 \cdot b_2 - 6 \cdot b_1 + b_0 \tag{6}$$

$$t_3 = \frac{l_3}{l_2} \tag{7}$$



El estimador insesgado de los β_r es (Hosking & Wallis, 1997):

$$b_r = \frac{1}{n} \sum_{j=r+1}^n \frac{(j-1)(j-2)\cdots(j-r)}{(n-1)(n-2)\cdots(n-r)} Q_j$$
 (8)

donde $r=0,\ 1,\ 2,...,\ y\ Q_j$ son los datos de la muestra o registros de crecientes disponible de tamaño n, ordenados de menor a mayor $(Q_1 \le Q_2 \le \cdots \le Q_n)$. Las ecuaciones siguientes permiten estimar los tres parámetros de ajuste de la GVE (Stedinger $et\ al.$, 1993; Hosking & Wallis, 1997; Rao & Hamed, 2000):

$$k \cong 7.8590 \cdot c + 2.9554 \cdot c^2 \tag{9}$$

siendo:

$$c = \frac{2}{3+t_3} - 0.63093 \tag{10}$$

$$\alpha = \frac{l_2 \cdot k}{(1 - 2^{-k}) \cdot \Gamma(1 + k)} \tag{11}$$

$$u = l_1 - \frac{\alpha}{k} [1 - \Gamma(1+k)] \tag{12}$$



Para la estimación de la función Gamma $\Gamma(\omega)$ se utilizó la fórmula de Stirling (Davis, 1972):

$$\Gamma(\omega) \cong e^{-\omega} \cdot \omega^{\omega - \frac{1}{2}} \cdot (2\pi)^{1/2} \cdot F1 \tag{13}$$

siendo:

$$F1 = \left(1 + \frac{1}{12 \cdot \omega} + \frac{1}{288 \cdot \omega^2} - \frac{139}{51840 \cdot \omega^3} - \frac{571}{2488320 \cdot \omega^4} + \cdots\right)$$

Ajuste con momentos LH de la GVE

Wang (1997b) propone los momentos L de orden mayor (λ^{η}), conocidos como "LH-moments" de *higher*, que significa orden superior, como una generalización de los momentos L que permiten una mejor caracterización de la cola derecha de la FDP y de los grandes eventos en los datos. Wang (Wang, 1997a; Wang, 1997b) desarrolló dos procedimientos para el ajuste de la distribución GVE con el método de los momentos LH; el primero es parecido al de los momentos L y es el siguiente:



$$c^{\eta} = \frac{(\eta+2)\cdot\beta_{\eta+1} - (\eta+1)\cdot\beta_{\eta}}{(\eta+3)\cdot\beta_{\eta+2} - (\eta+1)\cdot\beta_{\eta}} - \frac{\ln(\eta+2) - \ln(\eta+1)}{\ln(\eta+3) - \ln(\eta+1)}$$
(14)

$$k^{\eta} \cong a_1 \cdot c^{\eta} + a_2 \cdot (c^{\eta})^2 \tag{15}$$

Los coeficientes a_1 y a_2 varían con el orden η de los momentos LH; tienen los valores de la Tabla 1, y son aplicables en el intervalo $-0.50 \le k^{\eta} \le 0.50$.

Tabla 1. Coeficientes a_1 y a_2 de la Ecuación (15) y error absoluto máximo (δ) del parámetro de forma k^{η} de la distribución GVE (Wang, 1997a).

η	a 1	a 2	$ \delta $
1	11.9082	2.7787	3.4·10 ⁻⁴
2	15.9316	2.7301	1.8·10 ⁻⁴
3	19.9455	2.7072	1.1·10 ⁻⁴
4	23.9546	2.6936	7.7·10 ⁻⁵

$$\alpha^{\eta} = \frac{k^{\eta} [(\eta + 2)\beta_{\eta + 1} - (\eta + 1) \cdot \beta_{\eta}]}{\Gamma(1 + k^{\eta}) \cdot [(\eta + 1)^{-k^{\eta}} - (\eta + 2)^{-k^{\eta}}]}$$
(16)



$$u^{\eta} = (\eta + 1) \cdot \beta_{\eta} - \frac{\alpha^{\eta}}{k^{\eta}} \left[1 - \Gamma(1 + k^{\eta}) \cdot (\eta + 1)^{-k^{\eta}} \right]$$
 (17)

Los momentos de probabilidad ponderada β_1 a β_6 se calculan con la Ecuación (8) y las funciones Gamma con la Ecuación (13). Campos-Aranda (2016) expone la aplicación de los momentos LH en las crecientes observadas la Región Hidrológica No. 10 (Sinaloa), México.

Curvas envolventes empíricas

El gasto máximo extremo (Q_{MAX}) que será utilizado como límite superior de la distribución Weibull que forma parte de la GVE mixta se estima con base en las *curvas envolventes empíricas* que se construyen para la región homogénea analizada y, en teoría, la tercera curva envolvente construida tiene una probabilidad de excedencia de cero. Se indica "en teoría" debido a que tal curva procede de datos observados y por ello no puede asegurarse que no será superada. Este enfoque es mucho más simple y práctico que la estimación de la precipitación máxima probable en cada cuenca y con ella su creciente máxima probable.

El procedimiento sugerido por Guse *et al*. (2010a) se basa en el concepto de las curvas envolventes y por ello consiste en dibujar en un



papel logarítmico los gastos específicos ($q_m = Qm/A$) de cada cuenca en las ordenadas y sus respectivas áreas de cuenca (A) en km² en las abscisas. Lógicamente, Qm es el gasto medio anual en m³/s. Tales datos se representan por una regresión lineal del tipo siguiente:

$$\log(q_m) = b + m \cdot \log(A) \tag{18}$$

En donde b es la ordenada al origen y m la pendiente de la recta. Después se dibujan en la misma gráfica los gastos específicos (q_{max}) de los gastos máximos anuales observados (Q_{max}) en cada registro o cuenca, y se traza una recta paralela a la definida por la Ecuación (18) en el punto superior para definir la curva envolvente regional. Posteriormente, Guse $et\ al.$ (2010a) dibujaron dos curvas envolventes superiores previamente calculadas: la relativa a Alemania y la de Europa. Como ambas curvas extremas mostraron pendientes similares a la definida por la Ecuación (18), la segunda fue aceptada para definir el Q_{MAX} en la región estudiada del sureste de Alemania. Otros detalles del procedimiento se pueden consultar en Guse, Thieken, Castellarin y Merz (2010b).

Generación de las series sintéticas



A cada registro disponible en la región homogénea analizada se le ajustó la distribución GVE_{obs} con base en las ecuaciones (9) a (12) y con tales parámetros se generaron secuencias sintéticas de 1 500 valores cada una, pues se pretende estimar con mayor confiabilidad la predicción de Tr igual a mil años. Lo anterior con base en la Ecuación (2), haciendo p igual a un número aleatorio (u_{m+1}) con distribución uniforme en el intervalo de 0 a 1.

Al tomar en cuenta que se deberán generar muchas series aleatorias de cada registro disponible u observado, y que cada una tendrá 1 500 valores, es necesario usar un algoritmo de generación eficiente, cuya longitud de ciclo sea bastante grande. Por lo anterior, se empleó el expuesto por Metcalfe (1997), con una restricción elemental para evitar la ocurrencia de un cero debido al redondeo al aplicar la instrucción "mod", del generador pseudoaleatorio mixto congruencial (Wichmann & Hill, 2006). Este algoritmo comienza por definir valores en el intervalo de uno a treinta mil para *Io*, *Jo* y *Ko*; después se aplican las ecuaciones recursivas siguientes:

$$I_{m+1} = 171 \cdot I_m + 100 \cdot (\text{mod } 30269) \tag{19}$$

$$J_{m+1} = 172 \cdot J_m + 150 \cdot (\text{mod } 30307) \tag{20}$$



$$K_{m+1} = 170 \cdot K_m + 200 \cdot \pmod{30323}$$
 (21)

$$S_{m+1} = I_{m+1}/30269 + J_{m+1}/30307 + K_{m+1}/30323$$
 (22)

$$u_{m+1} = S_{m+1} - \text{parte entera de } S_{m+1}$$
 (23)

Este algoritmo tiene una longitud de ciclo del orden del producto de los módulos, es decir, $2.78 \cdot 10^{13}$. Para mostrar la forma en que opera la instrucción "mod = [(i/k) - parte entera de (i/k)]·k", se aclara que i es la cantidad a la izquierda del paréntesis y k su módulo. Para el ejemplo siguiente, k = 5 095, Io = 193 y la ecuación recursiva es: I_{m+1} = 128· I_m + 1 569·(mod 5095), entonces se tiene:

$$I_1 = 128 \cdot 193 + 1569 \pmod{5095} = 26273 \cdot \pmod{5095} = 798$$

 $I_2 = 128 \cdot 798 + 1569 \pmod{5095} = 103713 \cdot \pmod{5095} = 1813$
 $I_3 = 128 \cdot 1813 + 1569 \cdot \pmod{5095} = 233633 \cdot \pmod{5095} = 4358$

La secuencia de números aleatorios u_i que se ha generado corresponde al valor entre paréntesis rectangular de la instrucción "mod", que son 0.156624141, 0.355839057 y 0.85534838. Diversos aspectos de los generadores de números aleatorios se pueden consultar en Wichmann y Hill (2006).

Selección de la secuencia sintética

Para asegurar una similitud entre las distribuciones GVE del cada registro disponible (GVE_{obs}) y la del registro sintético de 1 500 valores (GVE_{sim}) que será seleccionado, se respetaron las dos restricciones que establecieron Guse et~al. (2010a). La primera se relaciona con sus gastos máximos de Tr=1 500 años ($Q_{1\,500}$), los cuales deben ser aproximadamente iguales; de preferencia mayor en la secuencia sintética. La segunda define un mínimo de diez valores con Tr superior a 150 años, por lo cual su probabilidad de no excedencia (p) debe ser superior a 0.993333, de acuerdo con la Ecuación (3).

Debido a la importancia que tiene el gasto de $Tr=1\,500\,$ años en la estimación de las crecientes de diseño o de las predicciones de $Tr>500\,$ años (punto de inflexión seleccionado), se consideró necesario verificar su magnitud por contraste con el *valor mediano* obtenido al aplicar las FDP establecidas bajo precepto y las de aplicación casi universal. Las primeras son la Log-Pearson tipo III (LP3), la GVE y la Logística Generalizada (LOG); las segundas fueron la Log-Normal de tres parámetros de ajuste (LN3), la Pareto Generalizada (PAG) y la Wakeby (WAK), de cinco parámetros de ajuste. Con excepción de la distribución



LP3, que se ajustó con dos métodos de momentos, uno en el dominio logarítmico y otro en el real (Bobée & Ashkar, 1991), el resto se ajustó con el método de los momentos L (Hosking & Wallis, 1997).

Seleccionada la secuencia sintética que cumple con ambas restricciones, se le ajusta la distribución GVE con el método de momentos L (ecuaciones (9) a (12)) y con el de momentos LH (ecuaciones (14) a (17)), y la que conduzca al menor error estándar de ajuste (EEA) será adoptada, cuyos parámetros se denominarán u_{sim} , a_{sim} y k_{sim} . Estos valores definen la porción inferior de la GVE mixta, la cual tiene concavidad hacia arriba.

Error estándar de ajuste

Es el índice más común (Chai & Draxler, 2014) para el contraste de las FDP a datos reales; se estableció a mediados de la década de 1970 (Kite, 1977) y se ha aplicado en México haciendo uso de la fórmula empírica de Weibull (Benson, 1962). Ahora se aplicará utilizando la fórmula de Cunnane (Ecuación (25)), que de acuerdo con Stedinger (2017) conduce a probabilidades de no excedencia (p) aproximadamente insesgadas para muchas FDP. La expresión del error estándar de ajuste (EEA) es:



$$EEA = \left[\frac{\sum_{i=1}^{n} (Q_i - \bar{Q}_i)^2}{(n - np)}\right]^{1/2}$$
 (24)

 S_i son los gastos máximos anuales ordenados de menor a mayor, cuyo número es n; \hat{Q}_i son los gastos máximos estimados, para la probabilidad estimada con la Ecuación (25) y la FDP que se contrasta; np es el número de parámetros de ajuste de la FDP, con cinco para la Wakeby y tres para el resto de las que serán aplicadas.

$$p = \frac{i - 0.40}{n + 0.20} \tag{25}$$

Parámetros de ajuste de la GVE mixta

La parte inferior de la GVE mixta llega hasta el punto de inflexión con Tr = 500 años y corresponde a la GVE $_{sim}$ ajustada con momentos L o LH. La parte superior se designa GVE $_{cls}$ debido a que es una curva con límite superior que inicia en el punto de inflexión y es asíntota el valor de Q_{MAX} ; sus parámetros de ajuste (u_{cls} , a_{cls} y k_{cls}) se determinan con base en las ecuaciones que se establecen con las tres restricciones siguientes (Guse



et al., 2010a). La primera indica que Q_{MAX} se obtiene con la GVE_{cls} cuando p = 1 en la Ecuación (2), por lo cual se tiene:

$$Q_{\text{max}} = u_{cls} + \frac{\alpha_{cls}}{k_{cls}} \tag{26}$$

La segunda restricción establece que las predicciones de Tr = 500 años (p = 0.998) son iguales con las distribuciones GVE_{sim} y GVE_{cls} , por lo cual se tiene, según la Ecuación (2):

$$u_{sim} + \frac{\alpha_{sim}}{k_{sim}} \{1 - [-\ln(0.998)]^{k_{sim}}\} = u_{cls} + \frac{\alpha_{cls}}{k_{cls}} \{1 - [-\ln(0.998)]^{k_{cls}}\}$$
 (27)

Finalmente, la tercera restricción marca que en el punto de inflexión las pendientes de las dos distribuciones GVE_{sim} y GVE_{cls} son iguales. La expresión de la pendiente de la Ecuación (2) es:

$$\frac{dQ}{dp} = \frac{\alpha}{p} \left[-\ln(p) \right]^{k-1} \tag{28}$$

entonces se tiene:

$$\alpha_{sim}[-\ln(0.998)]^{k_{sim}-1} = \alpha_{cls}[-\ln(0.998)]^{k_{cls}-1}$$
(29)



El procedimiento numérico de solución consistió en despejar de la Ecuación (26) a u_{cls} y sustituirla en la Ecuación (27), para despejar a_{cls} en función k_{cls} únicamente; esta expresión de designó a_1 . Por otra parte, de la Ecuación (29) se despejó a_{cls} y se denominó a_2 . Después, por tanteos de k_{cls} , se igualaron a_1 y a_2 , aceptando una diferencia menor de 0.05. Por último, con base en la Ecuación (26) se evalúa u_{cls} .

Registros de crecientes procesados

En este estudio se utilizó la información hidrométrica que procesó Campos-Aranda (2014) de la Región Hidrológica No. 10 (Sinaloa), México. Sus datos generales de amplitud de registro de gastos máximos anuales (n), áreas de cuenca (A), gasto medio anual (Qm) y máximo anual (Q_{max}) se exponen en la Tabla 2 para las 21 estaciones hidrométricas analizadas.

Tabla 2. Datos generales de los registros de crecientes anuales de las 21 estaciones hidrométricas indicadas de la Región Hidrológica No. 10 (Sinaloa), México.



1	2	3	4	5	6	7	8
Nú	Nombre	n	A	Qm	q _m	Q max	q max
m.			(km²)	(m³/s)	(l/s/km²)	(m³/s)	(l/s/km²)
1	Huites	51	26 057	3 328.333	127.7	15 000.0	575.7
2	San Francisco	33	17 531	1 724.636	98.4	6 640.0	378.8
3	Santa Cruz	52	8 919	1 037.615	116.3	7 000.0	784.8
4	Jaina	56	8 179	1 020.786	124.8	6 991.0	854.7
5	Palo Dulce	21	6 439	1 129.238	175.4	6 800.0	1 056.1
6	Ixpalino	45	6 166	1 198.978	194.4	6 200.0	1 005.5
7	La Huerta	28	6 149	945.107	153.7	1 931.0	314.0
8	Chinipas	24	5 098	883.083	173.2	2 683.0	526.3
9	Tamazula	32	2 241	596.875	266.3	2 289.0	1 021.4
10	Naranjo	45	2 064	633.311	306.8	3 093.0	1 498.5
11	Acatitán	43	1 884	813.256	431.7	4 600.0	2 441.6
12	Guamúchil	32	1 645	702.344	427.0	3 507.0	2 131.9
13	Choix	38	1 403	348.974	248.7	1 700.0	1 211.7
14	Badiraguato	26	1 018	1 224.346	1202.7	9 245.0	9 081.5
15	El Quelite	33	835	479.091	573.8	1 743.0	2 087.4
16	Zopilote	56	666	351.857	528.3	1 030.0	1 546.5
17	Chico Ruiz	19	391	205.737	526.2	476.0	1 217.4
18	El Bledal	56	371	289.000	779.0.	1 576.0	4 248.0
19	Pericos	30	270	250.800	928.9	654.0	2 422.2
20	La Tina	24	254	104.958	413.2	778.0	3 063.0



21	Bamícori	33	223	189.182	848.3	650.0	2 914.8

Simbología:

n, número de datos del registro.

A, área de cuenca.

Qm, gasto medio anual.

 q_m , gasto medio específico (Qm/A).

 Q_{\max} , gasto máximo del registro.

 q_{max} , gasto máximo específico (Q_{max}/A).

De inicio se decidió aplicar el AFC con el método de la GVE mixta exclusivamente en los siete registros más amplios (43 $\leq n \leq$ 56), los cuales corresponden a las estaciones hidrométricas Huites, Santa Cruz, Jaina, Naranjo, Acatitán, Zopilote y El Bledal.

Verificación de la aleatoriedad de los registros

Para que los resultados del AFC sean confiables, los registros de gastos máximos anuales por procesar deben haber sido generados por un *proceso aleatorio estacionario*, lo cual implica que no haya cambiado en el tiempo. Por lo anterior, los registros de crecientes deben estar



integrados por datos independientes, libres de componentes determinísticas.

Para comprobar lo anterior, se aplicaron siete pruebas estadísticas, una general, el Test de Von Neumann y seis específicas: dos de persistencia (Anderson y Sneyers), dos de tendencia (Kendall y Spearman), una para el cambio en la media (Cramer) y la última relacionada con la variabilidad (Bartlett). Estas pruebas se pueden consultar en WMO (1971), y Machiwal y Jha (2012).

Todas las pruebas citadas se aplicaron con un nivel de significancia (a) del 5 % y seis de ellas indican que los registros seleccionados son aleatorios. La prueba de Bartlett detecta exceso de variabilidad debido a la presencia de los valores dispersos en cuatro de los registros.

Resultados y su análisis

Curvas envolventes empíricas



En un papel logarítmico se comenzó por dibujar los gastos medios específicos (q_m) de la columna 6 de la Tabla 2, así como los gastos máximos específicos (q_{max}) de la columna 8. Lo anterior se muestra en la Figura 2. Después se representaron por una recta (Ecuación (18)) de mínimos cuadrados de los residuos o regresión lineal simple los valores de q_m y se obtuvo la expresión siguiente:

$$\log(q_m) = 4.0449940 - 0.4703735 \cdot \log(A) \tag{30}$$

Sin eliminar ningún dato se obtuvo que su coeficiente de correlación fue de 0.89417, con 0.1511 como error estándar de la estimación.

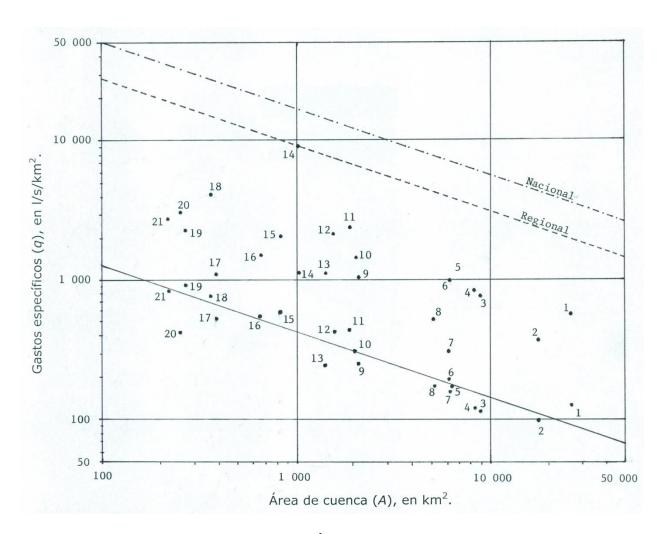


Figura 2. Curvas envolventes empíricas de gasto medio anual, gasto máximo regional y máximo extremo o curva nacional en la Región Hidrológica No. 10 (Sinaloa), México.

En seguida se buscó el punto más disperso hacia arriba de los valores de $q_{\rm max}$, que fue el número 14 correspondiente a la estación hidrométrica Badiraguato con $q_{\rm max}=9~081.5~{\rm l/s/km^2}$ y $A=1~018~{\rm km^2}$.



Estos dos valores se llevaron a la Ecuación (30), conservando su pendiente (m) para despejar la nueva ordenada al origen (b), que resultó ser 5.3729224; entonces, la ecuación de la recta regional es:

$$\log(q_{max}) = 5.3729224 - 0.4703735 \cdot \log(A) \tag{31}$$

Ramírez-Orozco, Gómez-Martínez y Campos-Aranda (2005) definieron que el coeficiente (C_L) de la envolvente de Lowry nacional resultó ser 7 200. Entonces para la estación Badiraguato se define un q_{max} nacional de:

$$q_{max} = \frac{c_L}{(A+259)^{0.85}} = \frac{7200}{(1018+259)^{0.85}} = 16.48429 \cdot \text{m}^3/\text{s/km}^2$$
 (32)

Llevando nuevamente este valor de $q_{\text{max}} = 16 \ 484.3 \ \text{l/s/km}^2 \ \text{y } A = 1018 \ \text{km}^2$ a la Ecuación (30), para despejar la nueva b conservando la pendiente (m), se obtiene la envolvente que definirá los gastos máximos extremos específicos (q_{max}) de la Región Hidrológica No. 10 (Sinaloa), México, la cual es:

$$\log(q_{\text{max}}) = 5.6318354 - 0.4703735 \cdot \log(A) \tag{33}$$



Gastos máximos extremos

Aplicando la Ecuación (33) a los datos de área de cuenca (A) en km² (columna 4 de la Tabla 2) de las siete estaciones hidrométricas seleccionadas, se obtiene el valor respectivo de q_{max} en l/s/km², cuyo producto por A y entre mil define los valores de Q_{MAX} en m³/s y que son los siguientes: Huites 93 460.0, Santa Cruz 52 969.7, Jaina 50 594.7, Naranjo 24 400.2, Acatitán 23 249.0, Zopilote 13 403.6 y El Bledal 9 832.0.

Revisión de los gastos de Tr = 1500 años

En la Tabla 3 se han concentrado las predicciones de seis *Tr* que variaron de 50 a 1 500 años, obtenidas con cada una de las seis FDP aplicadas. Los *Tr* de 50 y 100 años permiten verificar la similitud entre predicciones de cada FDP. Se observa que todas las predicciones ocurren dentro de su orden de magnitud, pero destacan las de Jaina y El Bledal. Los errores estándar de ajuste (*EEA*) también muestran una similitud en órdenes de magnitud en las siete estaciones hidrométricas.



Tabla 3. Predicciones (m³/s) de los periodos de retorno indicados en las siete estaciones hidrométricas procesadas de la Región Hidrológica No. 10 (Sinaloa), México.

Estación	FDP	EEA	Periodos de retorno (<i>Tr</i>) en años				
hidrométrica		(m³/s)	50	100	500	1 000	1 500
Huites	LN3	784.0	14 640	19 409	34 574	43 235	48 999
Valor mediano	LP3	957.1	15 613	21 776	45 130	60 942	72 442
de $Tr = 1500$,	GVE	930.0	14 166	19 665	41 312	56 610	68 008
años = 59 744	LOG	984.3	13 837	19 452	42 767	60 040	73 225
m³/s	PAG	781.4	14 355	19 056	34 919	44 673	51 455
	WAK	798.4	14 355	19 058	34 930	44 692	51 480
Santa Cruz	LN3	283.6	4 454	5 707	9 428	11 433	12 733
Valor mediano	LP3	299.3	4 447	5 583	8 721	10 299	11 288
de $Tr = 1500$,	GVE	270.8	4 410	5 883	11 118	14 497	16 903
años = 14 818	LOG	277.5	4 335	5 891	11 843	15 948	18 973
m³/s	PAG	306.5	4 387	5 534	8 864	10 648	11 807
	WAK	309.4	4 160	5 963	13 991	20 289	25 236
Jaina	LN3	188.9	4 547	5 999	10 562	13 143	14 852
Valor mediano	LP3	194.2	4 504	5 969	10 785	13 644	15 589
de $Tr = 1500$,	GVE	194.3	4 419	6 101	12 614	17 148	20 501
años = 16 943	LOG	213.4	4 320	6 046	13 117	18 294	22 222
m ³ /s	PAG	205.6	4 466	5 884	10 555	13 364	15 296



	WAK	190.3	4 495	6 102	11 870	15 618	18 297
Naranjo	LN3	120.4	2 860	3 652	5 968	7 201	7 996
Valor mediano	LP3	121.4	2 491	2 954	4 010	4 450	4 702
de $Tr = 1500$,	GVE	140.0	2 843	3 775	7 009	9 053	10 494
años = 8 964	LOG	152.4	2 798	3 792	7 522	10 054	11 904
m³/s	PAG	107.3	2 815	3 522	5 506	6 534	7 191
	WAK	112.8	2 820	3 548	5 629	6 726	7 433
Acatitán	LN3	150.5	3 440	4 263	6 537	7 689	8 416
Valor mediano	LP3	176.5	3 300	4 018	5 826	6 657	7 157
de $Tr = 1500$,	GVE	142.2	3 459	4 422	7 458	9 218	10 406
años = 8 847	LOG	145.0	3 432	4 502	8 240	10 619	12 303
m³/s	PAG	173.9	3 353	4 005	5 588	6 301	6 727
	WAK	148.5	3 450	4 341	6 950	8 359	9 278
Zopilote	LN3	55.2	1 149	1 328	1 761	1 955	2 072
Valor mediano	LP3	42.0	1 051	1 158	1 352	1 415	1 448
de $Tr = 1500$,	GVE	58.8	1 161	1 351	1 817	2 030	2 157
años = 2 115	LOG	73.9	1 181	1 428	2 152	2 544	2 800
m³/s	PAG	27.2	1 068	1 153	1 291	1 332	1 351
	WAK	122.9	1 246	1 648	3 135	4 128	4 846
El Bledal	LN3	36.8	1 089	1 357	2 117	2 512	2 764
Valor mediano	LP3	40.2	1 077	1 330	2 033	2 390	2 615
de $Tr = 1500$,	GVE	31.9	1 090	1 404	2 446	3 077	3 513
años = 3 139	LOG	33.0	1 077	1 419	2 657	3 472	4 058



m³/s	PAG	46.0	1 069	1 295	1 887	2 174	2 351
	WAK	31.1	1 095	1 418	2 483	3 125	3 566

Para el Tr de 1 500 años se obtuvo el valor mediano de cada estación hidrométrica y se cita después de su nombre. Como cada gasto mediano de Tr=1 500 años resultó menor que el obtenido con la distribución GVE se acepta el estimado con tal modelo probabilístico (en cursiva en la Tabla 3), que son los siguientes en m^3/s : Huites 68 008, Santa Cruz 16 903, Jaina 20 501, Naranjo 10 494, Acatitán 10 406, Zopilote 2 157 y El Bledal 3 513.

En la Tabla 3 se establece una comparación entre las predicciones de periodo de retorno de 1 500 años de la GVE y las de cinco distribuciones de aplicación convencional (por norma o universalidad). Lógicamente, por limitaciones de espacio, no se realizó una comparación contra estimaciones de los métodos regionales.

Ajustes de la GVE a los registros procesados

En la Tabla 4, en el primer renglón después del nombre de cada estación hidrométrica se tienen los valores de los parámetros de ajuste de la



distribución GVE $_{obs}$, así como su EEA y las predicciones de los Tr de 100, 500, 1 000 y 1 500 años.

Tabla 4. Resultados del ajuste de la distribución GVE con momentos L a los registros disponibles (*obs*) y simulado (*sim*), y con momentos LH a este último en las siete estaciones hidrométricas procesadas de la Región Hidrológica No. 10 (Sinaloa), México

Parámetros de ajuste			EEA	Periodos de retorno en años							
Ubicación	Escala	Forma	(m³/s)	100	500	1 000	1 500				
Estació	Estación hidrométrica Huites ($Q_{1500} = 68498 \text{ m}^3/\text{s}; \text{ nvs} = 19; \text{LH1}$)										
1 755.521	1 178.243	-0.4459183	930.0	19 665	41 312	56 610	68 008				
1 564.128	1 735.921	-0.3165632	1 276.5	19 604	35 284	44 911	51 601				
1 784.694	1 183.132	-0.4756315	1 131.4	21 478	47 089	65 757	79 898				
Estación	 hidrométric	a Santa Cruz	(Q _{1 500} =	17 005	m³/s; <i>n</i> \	/s = 19;	LH1)				
534.3951	451.5092	-0.3621255	270.8	5 883	11 118	14 497	16 903				
486.8800	613.6693	-0.2524748	317.7	5 821	9 725	11 959	13 458				
543.1981	449.7197	-0.3949450	260.0.	6 410	12 653	16 829	19 856				
Estaci	on hidromé	trica Jaina ((Q _{1 500} = 20	645 m ³	/s; <i>nvs</i> :	= 19; LH	1)				
525.7384	382.4736	-0.4320971	194.3	6 101	12 614	17 148	20 501				
467.7769	555.4508	-0.3061684	385.7	6 073	10 812	13 689	15 677				
534.7980	383.3342	-0.4626160	337.8	6 666	14 387	19 941	24 118				
Estació	l n hidrométr	ica Naranjo ($(Q_{1500}=1$	L 0 554 m	1 ³ /s; <i>nvs</i>	= 19; L	H1)				
301.0952	310.0954	-0.3428249	140.0	3 775	7 009	9 053	10 494				



271.7218	414.7160	-0.2371914	197.9	3 729	6 157	7522	14 060			
306.8684	308.5978	-0.3757978	158.5	4 112	7 968	10 495	12 307			
Estación hidrométrica Acatitán ($Q_{1500} = 10455 \text{ m}^3/\text{s}; nvs = 19; LH1)$										
402.2712	447.9312	-0.264082	142.2	4 422	7 458	9 218	10 406			
375.4133	565.8641	-0.1727101	193.9	4 351	6 681	7 901	8 684			
409.4722	445.2446	-0.2960613	141.3	4 776	8 371	10 529	12 012			
Estació	n hidromét	rica Zopilote	$(Q_{1\ 500} =$	2 162 m	³ /s; <i>nvs</i>	= 19; LH	11)			
		T								
216.7843	218.5603	-0.0514621	58.8	1 351	1 817	2 030	2 157			
208.7049	256.2496	0.0328582	42.1	1 303	1 649	1 792	1 875			
220.6736	218.7255	-0.0724028	21.4	1 415	1 937	2 181	2 329			
Estació	n hidrométi	ica El Bledal	$(Q_{1500} =$	3 531 m	³/s; nvs	= 19; LH	11)			
166.6999	123.2785	-0.3043734	31.9	1 404	2 446	3 077	3 513			
157.2938	160.0594	-0.2061687	65.0	1 385	2 176	2 606	2 887			
168.8195	122.5516	-0.3371949	49.7	1 520	2 759	3 537	4 084			
	•			•		•				

Secuencias sintéticas y sus ajustes de la GVE

Con el algoritmo definido por las ecuaciones (19) a (23) se generaron secuencias sintéticas de 1 500 valores para seleccionar una que tuviera un gasto máximo (Q_{1500}) en m³/s ligeramente mayor que los definidos



por la distribución GVE_{obs} indicados con cursiva en la Tabla 3 y cuyo número de valores superiores (nvs) a la probabilidad $p = u_{m+1} = 0.993333$ fuera mayor de diez. El algoritmo citado inició con los valores siguientes: Io = 1 225, Jo = 4 550 y Ko = 17 840, y en cada nueva secuencia de 1 500 valores designada con el contador ijk, los valores iniciales se incrementaban de la manera siguiente: $Io = Io + 5 \cdot ijk$, $Jo = Jo + 10 \cdot ijk$, $Ko = Ko + 50 \cdot ijk$; por lo anterior, la primera secuencia generada (ijk = 1) de 1 500 valores inicia con Io = 1 230, Jo = 4 560 y Ko = 17 890.

En la segunda secuencia generada, sus valores iniciales fueron Io = 16517.52, Jo = 22873.42 y Ko = 16716.9, y en ella se obtienen nvs = 19 números aleatorios (u_{m+1}) con probabilidad superior a 0.993333, cuyo gasto máximo de tal secuencia de 1500 valores estácitado en la Tabla 4. Esta fue la secuencia seleccionada y a ella se le ajustó la distribución GVE_{sim} con el método de los momentos L (ecuaciones (9) a (12)), cuyos parámetros de ajuste se muestran en el segundo renglón después del nombre de la estación hidrométrica en la Tabla 4. También a esta secuencia se le ajustó la GVE_{sim} con el método de los momentos LH (ecuaciones (14) a 17); los resultados se muestran en el tercer renglón después del nombre de la estación en la Tabla 4.

Con excepción de la estación hidrométrica Zopilote (cuyo k_{sim} cambió de negativo a positivo), en el resto de los ajustes de la GVE $_{sim}$ a las secuencias sintéticas, el error estándar de ajuste (EEA) creció con respecto al del registro observado. Por otra parte, todos los EEA de los ajustes de la GVE $_{sim}$ con momentos LH siempre fueron menores en todas



las secuencias sintéticas y por ello serán los utilizados para definir la curva inferior de la GVE mixta hasta el punto de inflexión con Tr = 500 años.

Ajuste de la GVE mixta

Con base en las ecuaciones (26) a (29) y el procedimiento numérico de solución descrito en el inciso respectivo, resuelto con el método de bisección con valores iniciales de k_{cls} de 0.0001 y 0.50 se obtuvieron los parámetros de ajuste de la GVE mixta mostrados en la Tabla 5, haciendo uso de los gastos máximos extremos (Q_{MAX}) citados en dicha Tabla 5 y los parámetros de ajuste de la GVE_{sim} del método de los momentos LH, expuestos en la Tabla 4, en el tercer renglón de cada estación hidrométrica procesada.

Tabla 5. Resultados del ajuste de la distribución GVE mixta con límite superior (k > 0) mediante proceso numérico en el punto de inflexión de Tr = 500 años en las siete estaciones hidrométricas procesadas de la Región Hidrológica No. 10 (Sinaloa), México.



Pará	metros de aju	Periodo	s de retoi	no en					
				años					
Ubicación	Escala	Forma	500	1 000	1 500				
Estación hidrométrica Huites ($Q_{MAX} = 93 460.0 \text{ m}^3/\text{s}$)									
-880760.3	477 383.7	0.490016	47 079	60 445	66 396				
Estación	Estación hidrométrica Santa Cruz (Q _{MAX} = 52 969.7 m³/s)								
-37336.8	11 720.7	0.129788	12 653	16 124	18 014				
Estaci	ón hidrométr	ica Jaina (0	Q _{мах} = 50 5	594.7 m ³ /	s)				
-65540.36	21 783.25	0.187568	14 387	18 804	21 133				
Estació	n hidrométric	a Naranjo ($Q_{\text{MAX}} = 24$	400.2 m ³	/s)				
-30454.46	10 642.14	0.194006	7 968	10 038	11 124				
Estación	n hidrométric	a Acatitán	$(Q_{\text{MAX}} = 23$	249.0 m ³	³ /s)				
-24706.54	9 032.978	0.188362	8 371	10 194	11 154				
Estació	n hidrométric	ca Zopilote	(<i>Q</i> _{MAX} = 13	403.6m ³	/s)				
-405.4854	413.0258	0.029910	1 937	2 172	2 307				
Estació	n hidrométric	ca El Bledal	$Q_{\text{MAX}} = 9$	832.0m ³	/s)				
-7134.746	2 389.239	0.140819	2 759	3 417	3 774				
	I	l	l	1					

Predicciones de la GVE_{obs} y GVE_{sim}



En la Tabla 6 se exponen las predicciones de ambas distribuciones GVE. Se indica que por la manera en que fueron generados y seleccionados los 1 500 datos sintéticos del ajuste GVE_{sim} y su complemento con la GVE_{cls} , es bastante probable que por lo general las predicciones de la GVE mixta sean mayores que las del ajuste GVE_{obs} . La inspección de los valores de la Tabla 6 verifica numéricamente los resultados, ya que sólo una predicción de Tr=1 500 años en la estación Huites excede a la obtenida con la GVE mixta. Otra verificación importante es la similitud que guardan todas las predicciones de los Tr bajos menores de 50 años.

Tabla 6. Predicciones (m³/s) de los ajustes GVE a los gastos observados y de la GVE mixta en las siete estaciones hidrométricas procesadas de la Región Hidrológica No. 10 (Sinaloa), México.

Estación	GVE		Periodos de retorno (<i>Tr</i>) en años							
		5	10	25	50	100	500	1 000	1 500	
Huites	obs	4 271	6 321	10 114	14 166	19 665	41 312	56 610	68 008	
	mixta	4 374	6 552	10 686	15 211	21 478	47 079	60 445	66 396	
Santa Cruz	obs	1 434	2 104	3 258	4 410	5 883	11 118	14 497	16 903	
	mixta	1 464	2 174	3 432	4 722	6 410	12 653	16 124	18 014	



Jaina	obs	1 333	1 981	3 166	4 419	6 101	12 614	17 148	20 501
	mixta	1 365	2 053	3 345	4 745	6 666	14 387	18 804	21 133
Naranjo	obs	909	1 353	2 104	2 843	3 775	7 009	9 053	10 494
	mixta	929	1 399	2 218	3 044	4 112	7 968	10 037	11 124
Acatitán	obs	1 227	1 779	2 653	3 459	4 422	7 458	9 218	10 406
	mixta	1 250	1 833	2 782	3 680	4 776	8 371	10 193	11 154
Zopilote	obs	558	738	977	1 161	1 351	1 817	2 030	2 157
	mixta	567	755	1 008	1 207	1 415	1 937	2 172	2 307
El	obs	401	565	834	1 090	1 404	2 446	3 077	3 513
Bledal	mixta	408	582	874	1 160	1 520	2 759	3 417	3 773

Por otra parte, en la Tabla 7 sí se establece un contraste en los Tr mayores de 100 años entre las predicciones de la GVE mixta y las de la FDP que condujo al menor error estándar de ajuste (EEA) en la Tabla 3, así como con la predicción máxima (Q_{max}) en cada Tr analizado obtenida con alguna de las seis FDP aplicadas, también procedente de la Tabla 3.

Tabla 7. Contraste de predicciones (m³/s) de *Tr* elevados de la GVE mixta con las de la FDP de menor *EEA* y la predicción máxima de las seis FDP aplicadas en las siete estaciones hidrométricas procesadas de la Región Hidrológica No. 10 (Sinaloa), México.

Nombre	Tipo de	Periodos de retorno (<i>Tr</i>) en años



estación	FDP	100	500	1 000	1 500
Huites	GVE _{mix}	21 478	47 079	60 445	66 396
	PAG	19 056	34 919	44 673	51 455
	Q_{max}	21 776	45 130	60 942	72 442
Santa	GVE _{mix}	6 410	12 653	16 124	18 014
Cruz	GVE	5 883	11 118	14 497	16 903
	Q_{max}	5 963	13 991	20 289	25 236
Jaina	GVE _{mix}	6 410	12 653	16 124	18 014
	LN3	5 999	10 562	13 143	14 852
	Q_{max}	6 102	13 117	18 294	22 222
Naranjo	GVE _{mix}	4 112	7 968	10 037	11 124
	PAG	3 522	5 506	6 534	7 191
	Q_{max}	3 792	7 522	10 054	11 904
Acatitán	GVE _{mix}	4 776	8 371	10 193	11 154
	GVE	4 422	7 458	9 218	10 406
	Q_{max}	4 502	8 240	10 619	12 303
Zopilote	GVE _{mix}	1 415	1 937	2 172	2 307
	PAG	1 153	1 291	1 332	1 351
	Q_{max}	1 648	3 135	4 128	4 846
El	GVE _{mix}	1 520	2 759	3 417	3 773
Bledal	WAK	1 418	2 483	3 125	3 566



Q_{max}	1 419	2 657	3 472	4 058

En la estación Huites, la única predicción de la GVE mixta que excede a los valores $Q_{\rm max}$ es la de Tr=500 años, pero todas exceden a las del mejor ajuste. En las estaciones Santa Cruz, Jaina y El Bledal sucede lo mismo, pero en el Tr=100 años. En las estaciones Naranjo y Acatitán, las predicciones de la GVE mixta exceden a los $Q_{\rm max}$ en los dos primeros Tr analizados y son superiores a todas las predicciones de la FDP de menor EEA. Por último, en la estación Zopilote ninguna predicción de la GVE mixta excedió a los $Q_{\rm max}$; todas exceden a las de la FDP de mejor ajuste.

Por último, se realizó un contraste de extrapolación del método expuesto, el cual permitió verificar nuevamente que la parte superior de la GVE mixta evita el incremento irreal de las predicciones. Se observa en la Tabla 8 que la predicción de $Tr=5\,000$ años de la GVE mixta es cercana al valor inferior en las estaciones Huites y Santa Cruz, se aproxima al valor superior en Naranjo y Acatitán, y queda intermedia entre los valores inferior y superior en el resto de las estaciones hidrométricas. También, para fines de comparación, se muestra en la Tabla 8 el gasto máximo extremo.

Tabla 8. Contraste de predicciones (m^3/s) de $Tr = 5\,000$ años obtenidas como valor inferior y superior de las seis FDP ajustadas (Tabla 2) y de la GVE mixta en las siete estaciones hidrométricas procesadas de la Región Hidrológica No. 10 (Sinaloa), México.



Tipo de	Huites	Santa	Jaina	Naranjo	Acatitán	Zopilote	El
predicción		Cruz					Bledal
Inferior	69 606	14 521	20 925	5 425	8 031	1 397	3 361
Superior	132 090	48 342	39 591	19 611	18 978	7 796	6 469
GVE _{mix}	78 459	23 072	27 090	13 890	13 608	2 700	4 718
Q _{MAX}	93 460	52 970	50 595	24 400	23 249	13 404	9 832

Conclusiones

Se expuso con detalle un método novedoso del análisis de frecuencias de crecientes sugerido por Guse *et al.* (2010a), que en teoría aumenta la exactitud de las predicciones de altos periodos de retorno (500 y 1 000 años) debido a la incorporación, en una distribución GVE mixta, de información regional adicional y sintética generada con el registro disponible.

El método trabaja inicialmente a nivel regional con base en el concepto de las curvas envolventes para definir una recta de gasto medio anual específico y posteriormente establecer dos curvas envolventes paralelas regionales, una de gastos máximos anuales y otra de gastos



máximos extremos; en esta última, su probabilidad de excedencia se acepta nula. El gasto máximo extremo que se estima con tal curva envolvente se utiliza como límite superior de una distribución GVE, que inicia en un punto de inflexión de Tr=500 años. Esta parte superior de la GVE mixta evita un incremento irreal de las predicciones con alguna FDP aplicada.

Esto último fue verificado en la Tabla 7, en la cual se observa que ninguna predicción de 1 000 años superó al gasto máximo (Q_{max}) estimado con cualquiera de las seis FDP aplicadas y mostradas en la Tabla 3. En las estaciones Huites y Acatitán, la creciente estimada de $Tr=1\,000\,$ años se aproximó al Q_{max} , y en las estaciones Zopilote y Santa Cruz resultó bastante menor.

Por otra parte, el método obtiene información adicional del registro de crecientes disponible al generar secuencias sintéticas de 1 500 valores y seleccionar una de ellas para formar la parte inferior de la GVE mixta. Designada GVE_{sim} llega hasta el punto de inflexión y se ajusta con los métodos de momentos L y LH para adoptar la de menor error estándar de ajuste.

En la Tabla 6 se muestran siete predicciones ($5 \le Tr \le 1\,000\,$ años) obtenidas con la GVE ajustada al registro de crecientes disponible y con la GVE mixta. Todas las estimaciones de la GVE mixta resultaron mayores y, por lo tanto, más críticas o peligrosas, pero al mismo tiempo más confiables debido a los enfoques conceptuales del método descrito.



Debido a las ventajas expuestas, el método descrito se recomienda se aplique exhaustivamente en otras regiones del país en la estimación de las crecientes de diseño de las diversas obras hidráulicas que se construyen o revisan en México.

Agradecimientos

Se agradecen las observaciones y correcciones sugeridas por el árbitro anónimo H, las cuales permitieron volver más explícito el procedimiento descrito y corregir algunas omisiones involuntarias, pero importantes.

Referencias

- Benson, M. A. (1962). Plotting positions and economics of engineering planning. *Journal of Hydraulics Division*, 88(6), 57-71.
- Bobée, B., & Ashkar, F. (1991). *The Gamma Family and derived distributions applied in Hydrology*. Littleton, USA: Water Resources Publications.
- Botero, B. A., & Francés, F. (2010). Estimation of high return period flood quantiles using additional non-systematic information with upper bounded statistical models. *Hydrology and Earth System Sciences*, 14(12), 2617-2628.
- Campos-Aranda, D. F. (2016). Ajuste de las distribuciones GVE, LOG y PAG con momentos L de orden mayor. *Ingeniería. Investigación y Tecnología*, 17(1), 131-142.



- Campos-Aranda, D. F. (2014). Análisis regional de frecuencia de crecientes en la Región Hidrológica No. 10 (Sinaloa), México. 2: contraste de predicciones locales y regionales. *Agrociencia*, 48(3), 255-270.
- Clarke, R. T. (1973). Chapter 5: The estimation of floods with given return period. In: *Mathematical models in hydrology* (pp. 130-146) (Irrigation and Drainage Paper 19). Rome, Italy: FAO.
- Coles, S. (2001). Chapter 3: Classical Extreme Value Theory and Models.

 In: *An introduction to statistical modeling of extreme values* (pp. 45-73). London, England: Springer-Verlag.
- Chai, T., & Draxler, R. R. (2014). Root mean square error (RMSE) or mean absolute error (MAE)? Arguments against avoiding RMSE in the literature. *Geoscientific Model Development*, 7, 1247-1250.
- Chow, V. T. (1964). Section 8-I: Frequency Analysis. In: Chow, V. T. (ed.). *Handbook of applied hydrology* (pp. 8.1-8.42). New York, USA: McGraw-Hill Book Co.
- Davis, P. J. (1972). Gamma Function and related functions. In: Abramowitz, M., & Stegun, I. A. (eds.). *Handbook of mathematical functions* (9th printing) (pp. 253-296). New York, USA: Dover Publications.
- Francés, F. (1998). Using the TCEV distribution function with systematic and non-systematic data in a regional flood frequency analysis. Stochastic Hydrology and Hydraulics, 12(4), 267-283.



- Guse, B., Hofherr, Th., & Merz, B. (2010a). Introducing empirical and probabilistic regional envelope curves into a mixed bounded distribution function. *Hydrology and Earth System Sciences*, 14(12), 2465-2478.
- Guse, B., Thieken, A. H., Castellarin, A., & Merz, B. (2010b). Deriving probabilistic regional envelope curves with two pooling methods. *Journal of Hydrology*, 380(1-2), 14-26.
- Hosking, J. R., & Wallis, J. R. (1997). Appendix: *L*-moments for some specific distributions. In: *Regional frequency analysis. An approach based on L-moments* (pp. 191-209). Cambridge, England: Cambridge University Press.
- Kite, G. W. (1977). Chapter 12: Comparison of frequency distributions. In: *Frequency and risk analyses in hydrology* (pp. 156-168). Fort Collins, USA: Water Resources Publications.
- Machiwal, D., & Jha, M. K. (2012). Chapter 4: Methods for time series analysis. In: *Hydrologic time series analysis: Theory and practice* (pp. 51-84). Dordrecht, The Netherlands: Springer.
- Merz, R., & Blöschl, G. (2008). Flood frequency hydrology: 1. Temporal, spatial and causal expansion of information. *Water Resources Research*, 44(8), 1-17.
- Metcalfe, A. V. (1997). Chapter 2: Probability distributions and Monte Carlo simulation. Appendix 2: Random number generation. In: Statistics in Civil Engineering (pp. 7-38, 319-320). London, England: Arnold Publishers.



- Meylan, P., Favre, A. C., & Musy, A. (2012). Chapter 1: Introduction. In: *Predictive hydrology. A frequency analysis approach* (pp. 1-13). Boca Raton, USA: CRC Press.
- Ouarda, T. B. M. J. (2017). Regional flood frequency modeling. In: Singh, V. P. (ed.). *Handbook of applied hydrology* (2nd ed.) (pp. 77.1-77.8). New York, USA: McGraw-Hill Education.
- Papalexiou, S. M., & Koutsoyiannis, D. (2013). Battle of extreme value distributions: A global survey on extreme daily rainfall. *Water Resources Research*, 49(1), 187-201.
- Rahman, A., Haddad, K., & Eslamian, S. (2014). Regional flood frequency analysis. In: Eslamian, S. (ed). *Handbook of engineering hydrology:*Modeling, climate change and variability (pp. 451-469). Boca Raton, USA: CRC Press.
- Ramírez-Orozco, A. I., Gómez-Martínez, J. F., & Campos-Aranda, D. F. (2005). Actualización de las envolventes regionales de gastos máximos para la república mexicana. *Ingeniería Hidráulica en México*, 20(1), 99-108.
- Rao, A. R., & Hamed, K. H. (2000). Chapter 1: Introduction. In: *Flood frequency analysis* (pp. 1-21). Boca Raton, USA: CRC Press.
- Rossi, F., Fiorentino, M., & Versace, P. (1984). Two-component extreme value distribution for flood frequency analysis. *Water Resources Research*, 20(7), 847-856.



- Stedinger, J. R. (2017). Flood frequency analysis. In: Singh, V. P. (ed.). Handbook of applied hydrology (2nd ed.) (pp. 76.1-76.8). New York, USA: McGraw-Hill Education.
- Stedinger, J. R., Vogel, R. M., & Foufoula-Georgiou, E. (1993). Chapter 18: Frequency Analysis of Extreme Events. In: Maidment, D. R. (ed.). *Handbook of hydrology* (pp. 18.1-18.66). New York, USA: McGraw-Hill, Inc.
- Wang, Q. J. (1997a). Using higher probability weighted moments for flood frequency analysis. *Journal of Hydrology*, 194(1-4), 95-106.
- Wang, Q. J. (1997b). LH moments for statistical analysis of extreme events. *Water Resources Research*, 33(12), 2841-2848.
- Wichmann, B. A., & Hill, I. D. (2006). Generating good pseudo-random numbers. *Computational Statistics & Data Analysis*, 51(3), 1614-1622.
- WMO, World Meteorological Organization. (1971). Annexed III: Standard tests of significance to be recommended in routine analysis of climatic fluctuations. In: *Climatic change* (pp. 58-71) (Technical Note No. 79). Geneva, Switzerland: World Meteorological Organization.