

DOI: 10.24850/j-tyca-2021-05-02

Artículos

Escala de velocidad en canales abiertos con transporte de sedimentos

Velocity scaling in open-channel flows with sediment transport

Pietro Corapi¹, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8626-0134>

Ximena Carolina Acaro Chacón², ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7092-7248>

Luis Enrique Chuquimarca Jimenez³, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3296-4309>

¹Universidad de Guayaquil, Guayaquil, Ecuador, pietro_corapi@ug.edu.ec

²Universidad de Guayaquil, Guayaquil, Ecuador, ximena.acaroc@ug.edu.ec

³Universidad Estatal Península de Santa Elena, La Libertad, Ecuador, lchuquimarca@upse.edu.ec

Autor para correspondencia: Pietro Corapi, pietro_corapi@ug.edu.ec

Resumen

En condiciones de flujo uniforme y no uniforme, la escala de velocidad más empleada en canales abiertos es la velocidad de fricción. En condiciones de flujo no uniforme con transporte de sedimentos, la distribución de velocidad de la ley logarítmica podría estar ausente, por lo que no es posible aplicar métodos convencionales para calcular la velocidad de fricción. El objetivo de este trabajo es definir un método para calcular la escala de velocidad en flujos no uniformes con diferentes condiciones de transporte de sedimentos en ausencia de la distribución de velocidad de la ley logarítmica. Las pruebas de laboratorio se realizaron utilizando un sistema PIV para medir los vectores de velocidad en tiempo y espacio, los perfiles de esfuerzo cortante total se calcularon a través del análisis de equilibrio de momento y el coespectro de la fluctuación de velocidad para definir diferentes valores del factor de escala de velocidad. Para definir cuál de los diferentes valores proporciona la mejor escala de los perfiles de velocidad se hizo una comparación de los perfiles de velocidad adimensionales. Esta comparación muestra que el valor del esfuerzo cortante al nivel de las crestas del fondo móvil —obtenido a través de una regresión lineal del perfil de esfuerzo cortante calculado a

partir del análisis de equilibrio de momento — es el mejor valor de escala de velocidad.

Palabras clave: escala de velocidad, flujo no uniforme, flujo en canales abiertos, PIV, transporte de sedimentos, perfiles de velocidad, esfuerzo cortante.

Abstract

Under uniform and non-uniform flow condition, the most employed velocity scale in OCFs is the shear velocity. In non-uniform flow condition with sediment transport, the log-law velocity distribution could be absent, so it is not possible to apply the conventional methods to compute the shear velocity. The aim of this work is to define a way to compute the best value of velocity scale in non-uniform flows with different sediment transport under the absence of the log-law velocity distribution. Laboratory tests were performed by using a PIV system to measure the time and space velocity vectors, the total shear stress profiles were computed through the momentum balance analysis and the co-spectrum of the velocity fluctuation to define different values of velocity scale factor. To determine which of the different values gives the better scaling of the velocity profiles, a comparison of the non-dimensional velocity profiles was done by showing that the value at the crest level from a linear regression of the shear stress profile, obtained with the momentum balance analysis, is the best velocity scale value.

Keywords: Velocity scale, non-uniform flow, open channel flow, PIV, sediment transport, velocity profiles, shear stress.

Recibido: 14/02/2020

Aceptado: 15/09/2020

Introducción

El objetivo de este trabajo se centra en la escala de velocidad en flujos de canal abierto (OCFs) sobre un lecho. El problema de la escala ha despertado un gran interés en la comunidad científica desde hace años. Varios autores trabajaron en la definición de los parámetros de escala. En particular, Zagni (1976) realizó un análisis comparativo entre las estadísticas de flujo medidas sobre paredes rugosas impermeables y rugosas permeables caracterizadas por la misma textura de rugosidad superficial, y Pokrajac (2006) llevó a cabo un estudio para determinar la escala de velocidad apropiada para escalar cantidades de flujo turbulento

en todo el perfil de flujo. La escala de velocidad tiene un interés significativo, ya que en condiciones de transporte de sólidos hay una interacción continua entre las fuerzas que permiten el movimiento de los sedimentos y la resistencia que ofrecen los sedimentos. Este trabajo, en particular, da conocer la importancia de la correcta definición de un esfuerzo cortante que permita escalar los resultados, los cuales tienen diferentes condiciones de flujo relacionadas con diversos experimentos. Además, el conocimiento de un esfuerzo cortante característico conducirá a la definición de la llamada velocidad cortante que se reconoce universalmente como la escala de velocidad.

En la proximidad de un lecho rugoso, el flujo promedio temporal puede volverse muy heterogéneo en el espacio; ello hace que la aplicación de las ecuaciones de Navier Stokes promediadas con el método de Reynolds (RANS) pueda ser problemático (Nikora, 2001). Si se pueden omitir los detalles de la heterogeneidad y sólo los efectos a escalas mayores son relevantes, promediar espacialmente las ecuaciones RANS resulta en una forma conceptualmente sólida de escalar el problema. Las nuevas ecuaciones para describir el flujo turbulento sobre un lecho irregular se denominan ecuaciones de Navier-Stokes (DANS) de doble promedio (en tiempo y espacio).

Usar la descomposición espacio-tiempo para la velocidad instantánea introducida por Whitaker (1967), además de las descomposiciones primarias $u_j = \bar{u} + u'$ en tiempo o $u_j = \langle u_j \rangle + \tilde{u}$ en espacio genera descomposiciones secundarias, $\bar{u} = \langle \bar{u}_j \rangle + \langle \tilde{u} \rangle$, $u' = \langle u'_j \rangle + \tilde{u}'_j$ (tiempo/espacio) o $\langle u_j \rangle = \overline{\langle u_j \rangle} + \langle u_j \rangle'$, $\tilde{u}_j = \tilde{\bar{u}}_j + \tilde{u}'_j$ (espacio/tiempo). Debido

a las propiedades de desplazamiento y desviación promedio de los operadores, las descomposiciones de tiempo/espacio y espacio/tiempo producen componentes idénticos (Pokrajac, 2008):

$$u_j = \langle \bar{u}_j \rangle + \langle \tilde{u} \rangle + \langle u_j \rangle' + \tilde{u}_j' \quad j = 1, 2, 3 \quad (1)$$

Donde $\langle \bar{u}_j \rangle$ es la velocidad promedio doble en la dirección de x ; $\langle \tilde{u} \rangle$ es la perturbación espacial de la velocidad promedio en el tiempo; $\langle u_j \rangle'$ es la fluctuación de la velocidad promedio espacial, y $\tilde{u}_j'$ es la perturbación espacial en la fluctuación de la velocidad. Aplicando la doble descomposición sugerida por Whitaker (1967) en la ecuación de Navier-Stokes, Nikora (2001) propuso la siguiente formulación de la ecuación DANS.

Para la región de flujo por encima de las crestas (máximas elevaciones) de los elementos de rugosidad, $z > z_c$:

$$\frac{\partial \langle \bar{u}_i \rangle}{\partial t} + \langle \bar{u}_i \rangle \frac{\partial \langle \bar{u}_j \rangle}{\partial x_i} = g_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i} - \frac{\partial \langle \bar{u}_i' \bar{u}_j' \rangle}{\partial x_j} - \frac{\partial \langle \tilde{u}_i \tilde{u}_j \rangle}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 \langle \bar{u}_i \rangle}{\partial x_j^2} \quad (2)$$

Estos términos son tensiones inducidas por la rugosidad, arrastre de rugosidad y arrastre viscoso en el lecho. Las tensiones inducidas $\langle \tilde{u}_i \tilde{u}_j \rangle$ aparecen como resultado del promedio espacial, pues las tensiones

turbulentas $\langle \overline{u'_i u'_j} \rangle$ aparecen en la ecuación de Reynolds como resultado del proceso de tiempo promedio. Es decir, $\langle \tilde{u}_i \tilde{u}_j \rangle$ se deben a perturbaciones espaciales del flujo promediado en el tiempo. Para identificar $\langle \tilde{u}_i \tilde{u}_j \rangle$, Wilson (1977) utilizó el término "tensiones dispersas", mientras que Giménez-Curto (1996) prefiere el término "tensiones inducidas por la rugosidad"; la última definición se utilizará en lo sucesivo.

En general, es posible escribir la ecuación DA del esfuerzo cortante total como:

$$\langle \bar{\tau} \rangle = -\rho \langle \tilde{u}_i \tilde{u}_j \rangle - \rho \langle u'_i u'_j \rangle + \rho \nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \langle \bar{\tau}_f \rangle + \langle \bar{\tau}_{xy} \rangle + \langle \bar{\tau}_v \rangle \quad (3)$$

Donde el componente del esfuerzo $\rho \langle \tilde{u}_i \tilde{u}_j \rangle$ es llamado esfuerzo cortante inducido por la rugosidad $\langle \bar{\tau}_f \rangle$; $\rho \langle u'_i u'_j \rangle$ son tensiones de Reynolds o tensiones turbulentas $\langle \bar{\tau}_{xy} \rangle$, y $\rho \nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ es esfuerzo cortante viscoso $\langle \bar{\tau}_v \rangle$. El esfuerzo cortante del coespectro de la fluctuación de la velocidad —esta investigación de turbulencia se centra tradicionalmente en los mecanismos responsables del esfuerzo cortante de Reynolds— es la derivada z de $\langle \overline{u'w'} \rangle$, que aparece en la ecuación del momento medio para el flujo de canal y tubería. Representa la fuerza ficticia neta ejercida por el esfuerzo cortante de Reynolds. Esta fuerza puede ser significativa o no cuando las estructuras subyacentes varían lentamente en el espacio. En términos del coespectro, la derivada es (Guala, 2006):

$$\frac{\partial(-\overline{u'w'})}{\partial z} = \int_0^\infty \frac{\partial(-\Phi_{uw})}{\partial z} dk_x \quad (4)$$

demostrando que la derivada Φ_{uw} representa la contribución espectral a la derivada de $\overline{u'w'}$, donde el coespectro es el espectro del tensor de velocidad en el que se calcula la intercorrelación entre la fluctuación del componente de velocidad (u) en sentido de la corriente y la fluctuación del componente de velocidad vertical (w).

Los componentes de la velocidad se midieron utilizando un *Particle Image Velocimeter* (PIV), que es un sistema de medición óptica no invasivo, que mejora de modo significativo la resolución espacial de la medición.

Los métodos ópticos se utilizan en toda la mecánica de fluidos para estudiarlos campos de velocidad, densidad, temperatura y concentración química (Adrian, 1986).

Materiales y métodos

El propósito del trabajo experimental es la caracterización del flujo en un lecho rugoso móvil. Por tanto, las pruebas experimentales se diseñaron para medir velocidades instantáneas de las que se derivan los perfiles de velocidad y el esfuerzo total. El trabajo experimental se llevó a cabo en el Laboratorio de Hidráulica y Medio Ambiente del Instituto Superior Técnico (IST) en Lisboa, Portugal, obteniendo mapas de velocidad 2D con el sistema velocimetría de imágenes de partículas (PIV). Las mediciones con PIV incluyeron adquisiciones de velocidad de flujo en los planos verticales. Se llevaron a cabo cuatro experimentos. El primero es la prueba de referencia en la que no se observa movimiento de sedimentos; el segundo muestra la menor cantidad de sedimento en movimiento; el tercero tiene un transporte de sedimentos medio, y el último el mayor movimiento de sedimentos.

Descripción del canal

Los experimentos se realizaron en un canal inclinable rectangular de 0.4 m de ancho, 0.5 m de profundidad y 12.5 m de largo. El canal tiene paredes laterales de vidrio, lo que permite la visualización del flujo y las

mediciones láser. Durante los experimentos, el canal se fijó con diferentes pendientes y el fondo se cubrió con una capa de esferas de vidrio con un diámetro de 5 mm.

El canal tiene un circuito de recirculación compuesto por:

- Tres tanques comunicantes de almacenamiento de igual capacidad de 1.0 m³.
- Un sistema de tuberías de PVC de recirculación de agua de 200 mm de diámetro.
- Una bomba centrífuga, cuyo caudal máximo es de 28 l/s.
- Una bomba centrífuga con caudal de 2.2 l/s para la recirculación de las esferas de vidrio.

Como accesorios, el circuito de recirculación dispone de:

- Una válvula aguas arriba de la bomba.
- Una válvula en el conducto de compresión, utilizada para controlar el caudal.
- Un caudalímetro electromagnético digital de precisión de 0.01 l/min.

En la entrada del canal hay un estabilizador de PVC para reducir la fluctuación de la superficie libre debido al flujo que sale del sistema presurizado. La tubería de recirculación se fija en el medio del canal 1.5 m aguas abajo de la entrada principal; a 1.0 m aguas abajo de la posición de la tubería de recirculación se instaló una barra de PVC con un pequeño pilar vertical de 1 cm de diámetro para reducir la influencia del flujo secundario sobre la sección de prueba. Inmediatamente aguas abajo se

fijó una lámina de poliestireno para suavizar el efecto de la transición de un lecho liso a rugoso en la superficie libre. En la salida hay dos orificios para descargar el flujo a uno de los tanques. El agua se bombea en el sistema presurizado desde un tanque intermedio para minimizar el arrastre de aire. El canal está equipado con una puerta de accionamiento manual en la salida. Alrededor de la sección de prueba se construyó una estructura temporal, cubierta con tela negra, para evitar la penetración de luz durante las mediciones de PIV. El láser se montó sobre una plataforma móvil, equipado con una regla de precisión de 1 mm para establecer la posición deseada, capaz de moverse en todas las direcciones. La técnica empleada para medir velocidades fue la velocimetría de imagen de partículas (PIV), un esquema del sistema PIV que considera la dirección del flujo y la referencia del sistema, que se presenta en la Figura 1. Es una técnica basada en partículas, pues se fundamenta en la presencia de partículas que siguen el flujo. Estas partículas se llaman semillas. Las partículas correspondientes se agregaron en el flujo durante los experimentos en el tanque de almacenamiento a la salida del canal, para permitir la mezcla de la siembra con el flujo durante el proceso de bombeo.

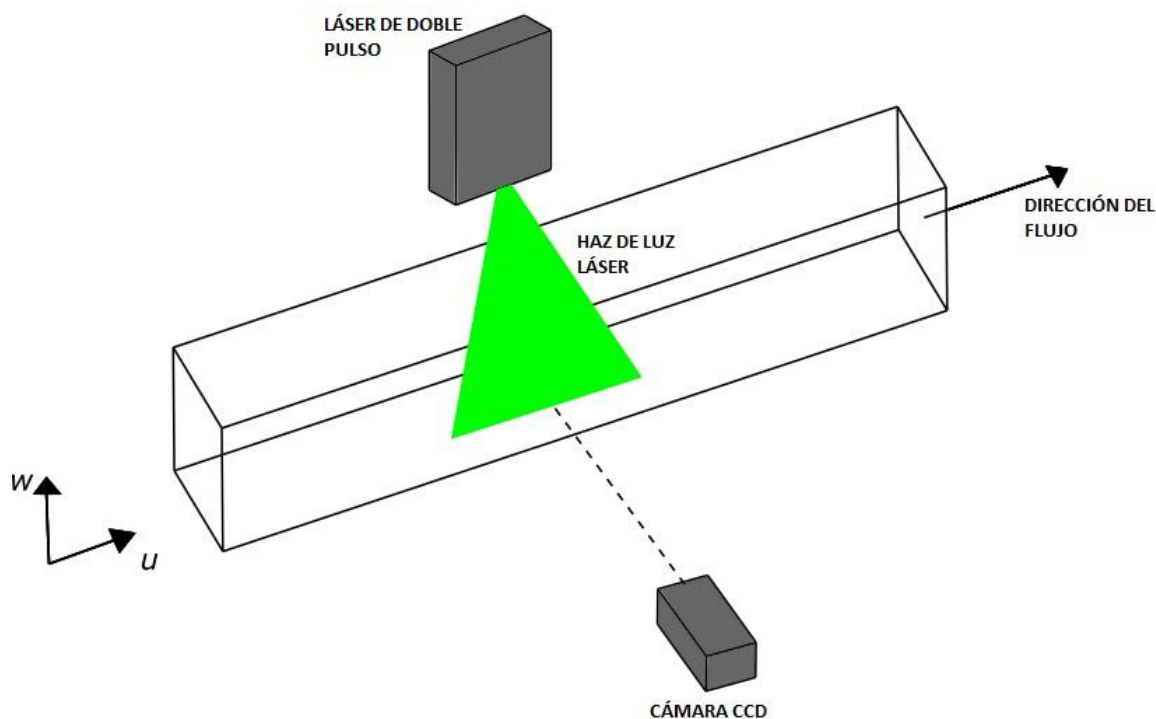


Figura 1. Esquema del sistema PIV.

Instrumentación

Los mapas de velocidad instantánea 2D se adquirieron con el sistema velocimetría de imágenes de partículas (PIV). PIV es una tecnología óptica

que brinda la posibilidad de registrar campos de flujo de velocidad instantáneos, al medir el desplazamiento de pequeñas partículas (también llamadas partículas siembra). Desde el punto de vista operativo, el PIV es una técnica que consiste en un láser que ilumina una parte del flujo y una cámara que registra la posición de las partículas iluminadas (Raffel, 2007).

En las pruebas se utilizó un PIV clásico comercializado por Dantec®. El sistema PIV para medir la velocidad instantánea puede considerarse un método no invasivo, pues se limita a la introducción de la partícula siembra en el flujo (Raffel, 2007). En general, no hay necesidad de instrumentación en la región de flujo bajo medición. Uno de los puntos de activación del sistema PIV es el tiempo requerido para el primer paso del análisis de datos; este proceso consiste en convertir las imágenes adquiridas en campos de velocidad instantáneos calibrados en unidades métricas y referenciados al sistema de coordenadas del canal.

Los componentes del sistema PIV son (Ferreira, 2011):

- Cabezal de luz y lente láser.
- Cámara digital.
- Generador de rayos láser.
- Unidad temporizadora.
- *Software* de adquisición y control.

Las partículas de siembra se iluminan dos veces en un corto periodo de tiempo mediante un fino haz de luz de un láser pulsado; la luz

dispersada por las partículas es capturada por una cámara digital en los siguientes fotogramas de la imagen. La unidad de temporización asegura la sincronización entre la emisión de luz por el cabezal láser y la adquisición de imágenes con la cámara. El generador de láser controla la potencia y la producción de la luz láser, e incluye un sistema de refrigeración. El sistema es controlado por un *software*. El sistema PIV utilizado en este trabajo se operó con una frecuencia de muestreo de 15 Hz y su fuente de poder es capaz de generar un pulso de energía de 30 mJ (Reynolds, 1895).

Un láser se compone del material láser (gas atómico o molecular, semiconductor o material sólido); la fuente de bombeo que excita el material láser, y el resonador que se logra mediante la disposición de espejos (Raffel, 2007). La fuente láser del sistema PIV utilizado es un láser Nd:YAG de doble cavidad (*Neodymium-doped yttrium aluminium garnet*), que es el láser más utilizado en los sistemas PIV modernos. Es un sistema de cuatro niveles que tiene la ventaja de un umbral láser relativamente bajo. Los láseres Nd:YAG son láseres de estado sólido (sometidos a bombeo óptico), con alta amplificación y buenas propiedades mecánicas y térmicas. Un pulso láser se obtiene mediante un interruptor (*Q-switch*) dentro de la cavidad, operado en modo activado y controlado por el *software*. Los láseres PIV se asocian por lo general con osciladores dobles, que permiten al usuario ajustar el intervalo de tiempo entre dos iluminaciones de las partículas trazadoras con independencia de la intensidad del pulso.

Los rayos láser de cada cavidad se dirigen a través de un sistema de espejos y reflectores. En la salida, los rayos láser pasan a través de un haz de luz modular. El sistema óptico produce un haz de luz con espesor ajustable. En este trabajo se utilizó una cámara de 8 bits y CCD 1 600 x 1 200p x 2. El CCD es un sensor electrónico que puede convertir la luz en carga eléctrica (Raffel, 2007). El sensor es sensible a la intensidad de la luz, y el canal se cubrió con tela negra para incrementar el contraste entre las partículas iluminadas y el fondo negro. La cámara se colocó de modo perpendicular al haz de luz para obtener imágenes de la región iluminada y minimizar los efectos de distorsión. La frecuencia de la cámara es de 15 Hz al igual que el láser.

El *software* utilizado para la adquisición y el procesamiento de los datos es DynamicStudio® comercializado por Dantec®. Este *software* permite al usuario controlar el modo de adquisición de datos, y establecer el tiempo entre pulsos y el tiempo de adquisición; también ofrece varias variables de control para el procesamiento de datos. Los blancos agregados al flujo tienen un papel importante en la calidad de los datos adquiridos con el sistema PIV, pues esta técnica se basa en el hecho de que los trazadores de flujo siguen toda la fluctuación de la velocidad del flujo. Para el presente trabajo se utilizó un material polimerizado, llamado PSP-50, que se producen mediante procesos de polimerización y por lo tanto tienen una forma redonda, pero no exactamente esférica. Las características de la partícula de siembra se indican en la Tabla 1.

Tabla 1. Características de las partículas.

Dimensión promedio de la partícula (µm)	Granulometría	Forma de la partícula	Densidad g/cm³	Material
50	30-70 µm	No esférico, pero redondo	1.03	Polyamide 12

Principio de medición del sistema PIV

El sistema PIV genera mapas de velocidad instantáneos midiendo pequeños desplazamientos de partículas entre los pulsos de luz. Las imágenes se dividen en pequeñas áreas, llamadas áreas de interrogación (IA). Los desplazamientos de las partículas iluminadas (por el láser) se obtienen a través de la posición inicial y final de las partículas dentro de IA, y durante un tiempo determinado entre dos pulsos de láser consecutivos (tiempo entre pulsos) (Raffel, 2007). Si los desplazamientos longitudinales y verticales promedio de algunas partículas iluminadas, Δdx

y Δdz , respectivamente, se encuentran en el área de interrogación, las velocidades longitudinales (u) y verticales (w) con respecto a los ejes ortogonales paralelos a los lados están determinadas por (Adrian, 1991):

$$u(x, t) \approx \frac{(x + \Delta dx) - x}{\Delta t} \quad (5)$$

$$w(x, t) \approx \frac{(z + \Delta dz) - z}{\Delta t} \quad (6)$$

donde Δt es el tiempo entre pulsos; en este trabajo, $\Delta t = 850 \mu s$ para obtener el desplazamiento máximo de la partícula igual al 20 % de su diámetro, entre dos fotogramas consecutivos; Δdx y Δdz son los desplazamientos promedio de las partículas en un IA.

El objetivo en el procesamiento de datos PIV es determinar el desplazamiento más probable Δdx y Δdz en cada área de interrogación con la menor cantidad de errores posibles, para calcular después del vector de velocidad promedio para cada IA. Por lo general, los desplazamientos se determinan mediante algoritmos de intercorrelación que correlacionan las dos imágenes procedentes de dos pulsos de láser consecutivos Δt . Existen varios algoritmos de correlación, pero los más comunes son los basados en intercorrelación simple o correlación adaptativa (Raffel, 2007).

La intercorrelación funciona dividiendo las dos imágenes comparadas en un número definido por el usuario de ventanas de interrogación. Las posiciones de estas ventanas se fijan en ambas imágenes. La intercorrelación se calcula sólo una vez para obtener el desplazamiento relativo entre dos ventanas correspondientes. Como resultado, el área correlacionada entre dos ventanas cualesquiera disminuye a medida que aumenta el desplazamiento. Por el contrario, en la correlación adaptativa, la posición y el tamaño de la ventana de interrogación se mejoran continuamente para obtener la predicción óptima (Liu & Iskander, 2004).

En el caso de la correlación adaptativa, en este trabajo primero se emplea un área de interrogación y se somete a una correlación cruzada simple. Luego, el pico de correlación se usa para volver a centrar un área de interrogación más pequeña, de nuevo sujeta a correlación. Este proceso continúa mientras existan suficientes partículas iluminadas. Los primeros pasos determinan la dirección del flujo, y el último paso encuentra los desplazamientos correctos incluso con pocas partículas iluminadas en el área de interrogación (Raffel, 2007). Es mejor que las partículas iluminadas ocupen un área de más de cuatro píxeles cuadrados. Los valores de los desplazamientos se dividen por el tiempo entre los pulsos para ser convertidos en velocidades. El proceso se repite para todas las áreas de interrogación de la imagen. Un último paso, llamado validación, se necesita para obtener buenos resultados, porque las áreas de interrogación ruidosas producirán vectores de velocidad espuria. Estos vectores pueden ser comparados con los vectores cercanos. Si fallan en

una prueba de verosimilitud, son sustituidos, por lo general, por la media de los ocho vectores circundantes.

Raffel (2007) considera que si bien el promedio filtrado se utiliza con frecuencia en el procesamiento de imágenes para eliminar vectores espurios, también puede aplicarse para el tratamiento eficaz de los vectores. La prueba de la mediana simplemente significa que todos los vectores de velocidad cercanos $U_{2D}(n)$ se ordenan de forma lineal con respecto a la magnitud del vector de velocidad, componentes u y w . El valor central en este orden (es decir, de los ocho vectores vecinos) es el valor promedio. El vector de velocidad bajo inspección $U_{2D}(i,j)$ se considera válido si:

$$|U_{2D}(med) - U_{2D}(i,j)| < \epsilon_{thresh} \quad (7)$$

Donde ϵ_{thresh} es el valor umbral para la validación del vector de velocidad.

Descripción del fondo del canal

El lecho se caracterizó por 3.0 m de fondo liso (PVC) aguas debajo de la entrada del canal, 2.5 m de una capa de esferas de vidrio pegadas (5.0 mm de diámetro) después del lecho liso para asegurar el desarrollo de la capa límite, y un último tramo con fondo móvil de 4.0 m de largo y 2.5 cm de profundidad constituido por esferas de vidrio de 5.0 mm de diámetro con una densidad $\rho_s = 2490 \text{ kg/m}^3$. La rugosidad del lecho varía en cada ensayo debido a las diferentes condiciones de transporte de sólidos.

Pruebas experimentales y características del flujo

El experimento consistió en cuatro pruebas con diferentes características de flujo, pendiente y transporte de sólidos. Todas las pruebas estaban en condiciones de flujo no uniforme. Estas pruebas se han clasificado según la condición de transporte sólido como transporte nulo, bajo, medio y alto. Posteriormente, las pruebas se denominaron Prueba A, Prueba B, Prueba C y Prueba D. Las mediciones se realizaron utilizando el sistema PIV. Cada medición se tomó en la sección central de canal.

Los parámetros del flujo se indican en la Tabla 2: descarga (Q), pendiente (S), área mojada (A), profundidad del agua (h), número de Reynolds (Re), Numero de Froude (Fr), velocidad longitudinal media (U). Conociendo la descarga, es posible calcular la velocidad media del flujo como $U = \frac{Q}{A}$, a través de la cual es posible calcular el número de Reynolds como $Re = \frac{U^4 R}{\nu}$, donde R es el radio hidráulico y $Fr = U\sqrt{gh_w}$ el número de Froude. A continuación, se presenta la Tabla 2 con los parámetros explicados anteriormente, a fin de tener una visión general de las pruebas realizadas.

Tabla 2. Tabla resumen de las pruebas realizadas.

Pruebas	Q	S_0	A	h	U	Re	Fr
	m ³ /s	adim.	m ²	m	m/s	adim.	adim.
A	0.015	0.0020	0.0404	0.0955	0.37	$9.90 \cdot 10^4$	0.38
B	0.016	0.0045	0.0253	0.0673	0.63	$1.19 \cdot 10^5$	0.77
C	0.016	0.0034	0.0245	0.0613	0.62	$1.17 \cdot 10^5$	0.80
D	0.0205	0.0040	0.0326	0.0787	0.63	$1.44 \cdot 10^5$	0.71

La prueba A estaba en condiciones de transporte sin sólidos; mientras que la prueba B, la prueba C y la prueba D estaban en condiciones de transporte de sólidos: bajos, medios y altos.

Análisis preliminar de datos

El primer paso es el tratamiento de los datos del PIV. Este proceso consiste en convertir las imágenes adquiridas en campos de velocidad instantáneos calibrados en unidades métricas. El tiempo de adquisición, según los trabajos anteriores, se estableció igual a cinco minutos por posición; se almacenaron 9 000 imágenes en cada adquisición, y se dividieron en el cuadro A y el cuadro B, mostrando la partícula iluminada por el láser. Entre el fotograma A y B hay un intervalo de tiempo de 850 μ s. Utilizando el *software* DynamicStudio®, los vectores de velocidad instantáneos fueron extrapolados y almacenados en un formato legible por Matlab®. Además, en DynamicStudio® se adoptó la correlación adaptativa para analizar la señal PIV.

Este método determina el desplazamiento más probable del grupo de partículas que aparecen en cada área de interrogación.

En el método de correlación adaptativa se emplea un área de interrogación mayor y se somete a una intercorrelación simple. Luego, el pico de correlación se usa para volver a centrar el área de interrogación más pequeña, nuevamente sujeta a correlación. Este proceso continúa mientras haya suficientes partículas de siembra iluminadas. Los primeros pasos determinan la dirección del flujo; el último paso encuentra los desplazamientos correctos incluso con pocas partículas iluminadas en el área de interrogación. Se necesita un último paso, llamado validación, para asegurar buenos resultados, porque las áreas de interrogación ruidosas producirán vectores de velocidad espurios. Estos vectores se comparan con sus vecinos. Si fallan en una prueba de verosimilitud, se sustituyen por la mediana de los ocho vectores circundantes.

La técnica óptica PIV utilizada calcula los vectores dentro de un área de interrogación inicial (IA) de tamaño N , multiplicando por el tamaño de la IA final. Utiliza los resultados intermedios como información para el siguiente IA de menor tamaño, hasta que se alcanza el tamaño final de IA (Dynamics, 2013). Para compensar la pérdida de resolución del campo vectorial durante el procesamiento, la superposición de IA se fijó en 50 %. El número de mejoras (N) adoptado fue igual a dos. Este valor resultó ser un buen compromiso entre los datos y el tiempo computacional. Este proceso comienza con un IA de $128 \times 128 \text{ p} \times 2$ para terminar con un IA igual a $32 \times 32 \text{ p} \times 2$. En este trabajo, la superposición horizontal fue $H = 50 \%$ y la superposición vertical $V = 50 \%$.

Los parámetros de validación para el método de correlación adaptativa son diferentes, y también se pueden combinar para ajustar el

procesamiento y eliminar vectores espurios. La relación de altura de pico mínimo elegida es 1.2. La validación del pico puede ayudar a identificar vectores no válidos, pero no puede producir una estimación de cuál podría ser el vector correcto. En consecuencia, el vector invalidado simplemente se sustituirá por cero, lo que puede estar bastante lejos de la verdad. Se recomienda no usar sólo la validación de picos, sino siempre combinarla con una validación local, que (basado en vectores próximos) es capaz de hacer una estimación realista de lo que debería ser el vector espurio (Dynamics, 2013).

Se tomó en consideración la sugerencia del desarrollador de *software* y se estableció una validación de local del área, utilizando una media local. Con este procedimiento, los vectores individuales se comparan con los vectores locales en el área del vector próximo. Si se detecta un vector espurio se elimina y se reemplaza por un vector, que se calcula por interpolación local de los vectores presentes en el área. La interpolación se realiza utilizando la media. Pero no todos los vectores están relacionados con el flujo, porque los fotogramas contienen partes externas al área ocupada por el fluido. Por lo tanto, es necesario enmascarar el área que no contiene el fluido para evitar errores en los próximos cálculos. Después del procedimiento de enmascaramiento se necesita una calibración de la imagen. El proceso de calibración es de interpolación lineal, necesario para calcular el factor de conversión de píxel a metro que se aplicará a los vectores de velocidad calculados previamente con el análisis de correlación adaptativo. La dimensión de un solo fotograma en la cuadrícula de calibración es de $1 \times 1 \text{ cm}^2$.

Resultados

Se consideró el proceso de adquisición que se muestra en la Figura 2.

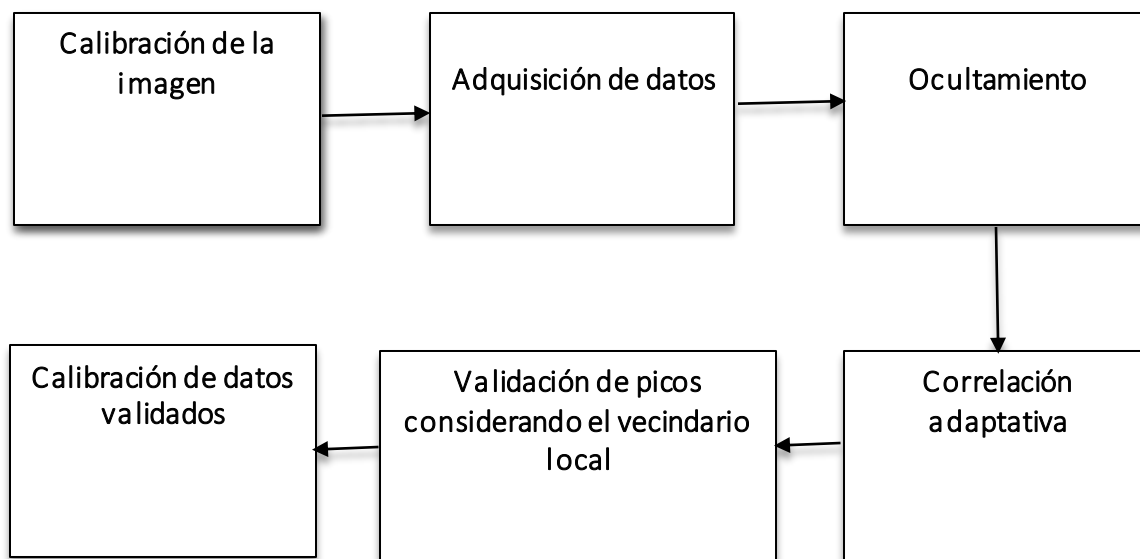


Figura 2. Proceso de adquisición de datos.

Una vez que se obtienen los datos mediante un análisis preliminar para eliminar valores de velocidad espuria, los esfuerzos cortantes totales se calculan usando dos métodos diferentes, y los perfiles de esfuerzos cortantes se grafican y comparan con los datos de la literatura. Posteriormente se explican varios métodos para calcular la escala de velocidad para las cantidades hidrodinámicas.

Análisis de equilibrio de la cantidad de movimiento

Una vez obtenidos los mapas de velocidad marcados en la unidad correcta es posible calcular las tensiones relacionadas con cada prueba. Usando la Ecuación (8) es posible calcular los esfuerzos cortantes :

$$\langle \bar{\tau} \rangle = \langle \bar{\tau}_f \rangle + \langle \bar{\tau}_{xz} \rangle + \langle \bar{\tau}_v \rangle \quad (8)$$

Se necesitan pruebas preliminares para determinar la distribución del esfuerzo cortante usando métodos basados en la hipótesis de

distribución de velocidad logarítmica. A continuación, se realiza un análisis directo para verificar la existencia de la ley logarítmica mediante una función de diagnóstico, como se informa en Stewart (2014). La función $\psi(z)$ se obtiene al diferenciar la ley logarítmica y reordenado en términos de κ , se reescribe como:

$$\psi(z) = \frac{dz}{d\langle U \rangle} \frac{u_*}{z} \quad (9)$$

Una región constante de $\psi(z)$ indica la presencia de la capa logarítmica. En la Figura 3, la distribución de $\psi(z)$ no muestra ninguna tendencia constante en todas las pruebas. Por tanto, no se prueba la existencia de la ley logarítmica universal. Los métodos de la literatura que determinan el esfuerzo cortante y la velocidad cortante utilizando la distribución de la ley logarítmica no se utilizarán en este trabajo.

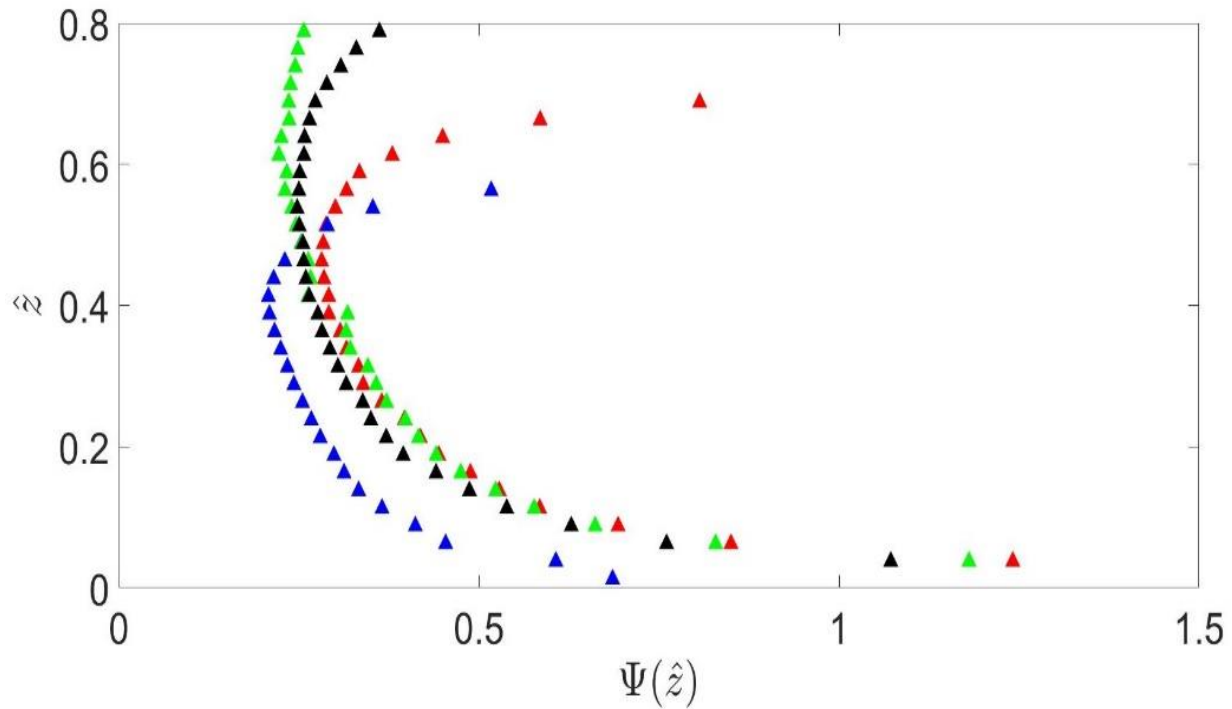


Figura 3. Comportamiento de la función de diagnóstico $\psi(z)$. ▲ Prueba A, ▲ Prueba B, ▲ Prueba C y ▲ Prueba D.

Componentes del esfuerzo cortante turbulento

Los componentes del esfuerzo cortante turbulento vienen dados por:

$$\langle \bar{\tau}_{xz} \rangle = -\rho \langle \overline{u'w'} \rangle \quad (10)$$

donde los componentes $\overline{u'w'}$ se calcularon multiplicando los componentes de fluctuación y promediando los primeros resultados en el tiempo y luego en el espacio. Los valores de DA obtenidos a lo largo del eje z se multiplicaron por $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ para derivar los componentes del esfuerzo cortante turbulento de DA.

En la Figura 4 se muestra el esfuerzo cortante turbulento. Como se espera, con el aumento de la velocidad hay un incremento de la tensión turbulenta. De hecho, las pruebas B, C y D, que se caracterizan por el transporte de sólidos, son las que presentan mayor esfuerzo cortante. Los métodos basados en la condición de flujo uniforme no se consideran en este trabajo debido a la falta de linealidad de las tensiones.

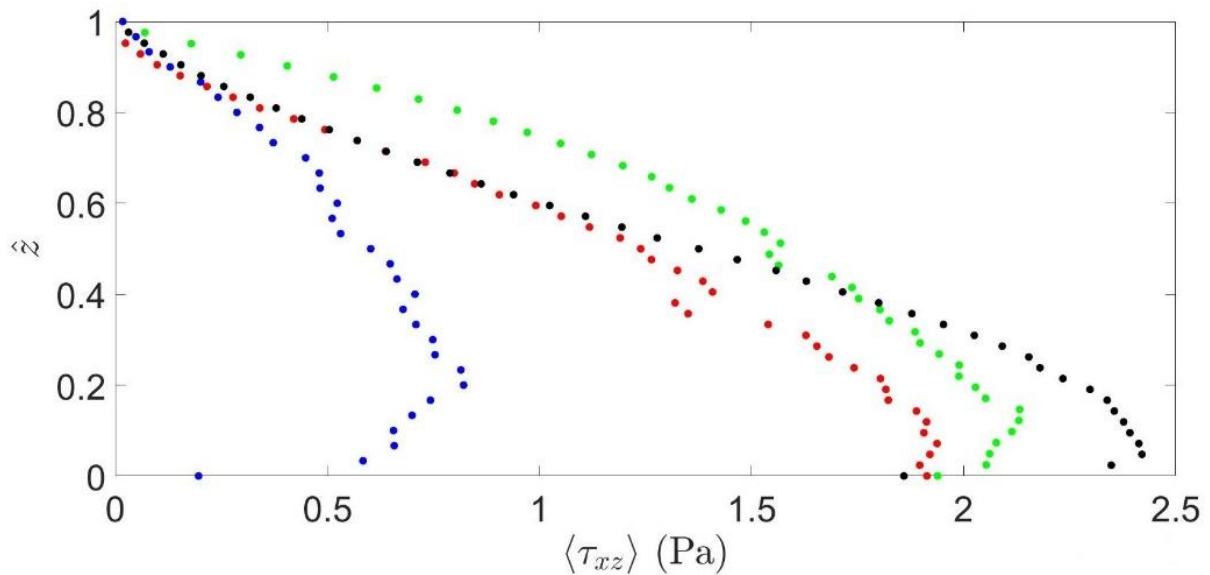


Figura 4. Componentes de esfuerzo cortante turbulento para: ● Prueba A, ● Prueba B, ● Prueba C y ● Prueba D.

Esfuerzo cortante inducido por la rugosidad

Los componentes del esfuerzo cortante inducido por la rugosidad son:

$$\langle \bar{\tau}_f \rangle = -\rho \langle \tilde{u} \tilde{w} \rangle \quad (11)$$

Realizando el producto entre $\tilde{u}$ y $\tilde{w}$ y calculando su promedio espacial, obtenemos el valor $\langle \tilde{u}_i \tilde{u}_j \rangle$, que multiplicado por la densidad del agua $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, devuelve el valor de tensión inducida por la rugosidad a lo largo del perfil de medida (dirección z). La Figura 5 muestra el esfuerzo cortante turbulento promediado en el tiempo $\langle \bar{\tau}_{xz} \rangle$, el esfuerzo cortante inducido por la rugosidad DA $\langle \bar{\tau}_f \rangle$ y el esfuerzo cortante total DA $\langle \tau \rangle$.

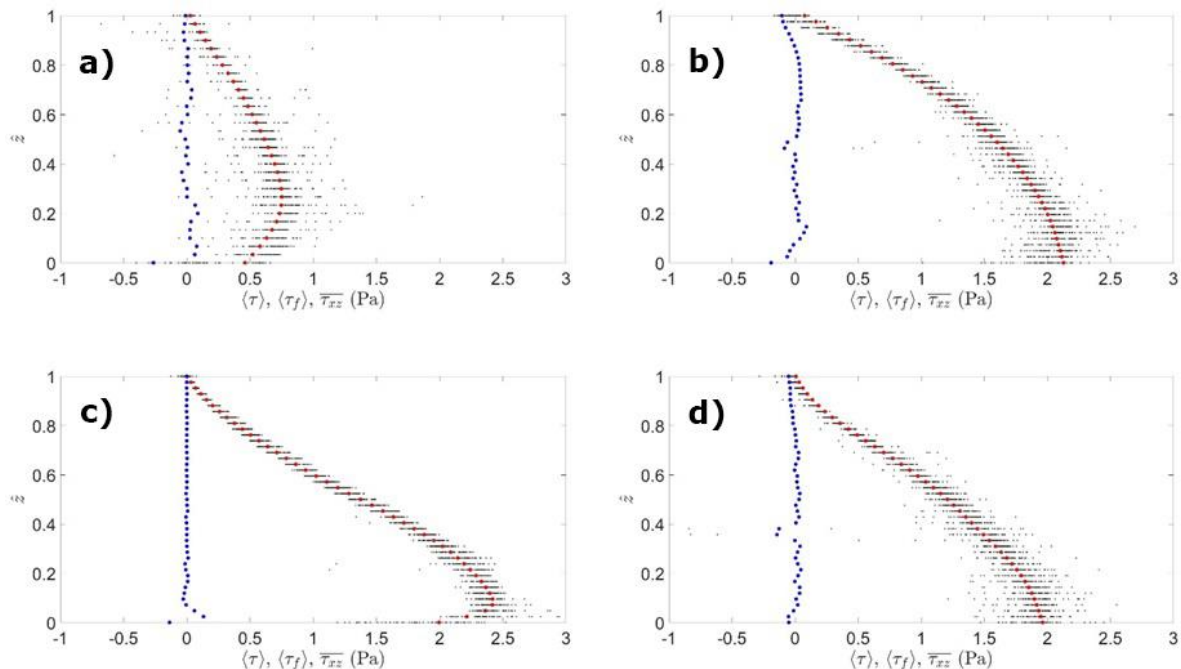


Figura 5. Tiempo promedio del esfuerzo cortante $\overline{\tau_{xz}}$, $\bullet$ A esfuerzo cortante inducido por la rugosidad $\langle \tau_f \rangle$, $\bullet$ DA esfuerzo cortante total: a) prueba A; b) prueba B; c) prueba C, y d) prueba D.

Para cada prueba se determinaron los perfiles de estrés inducidos. La Figura 6 muestra los perfiles de esfuerzo cortante $\langle \tau_f \rangle$ inducidos para los experimentos realizados.

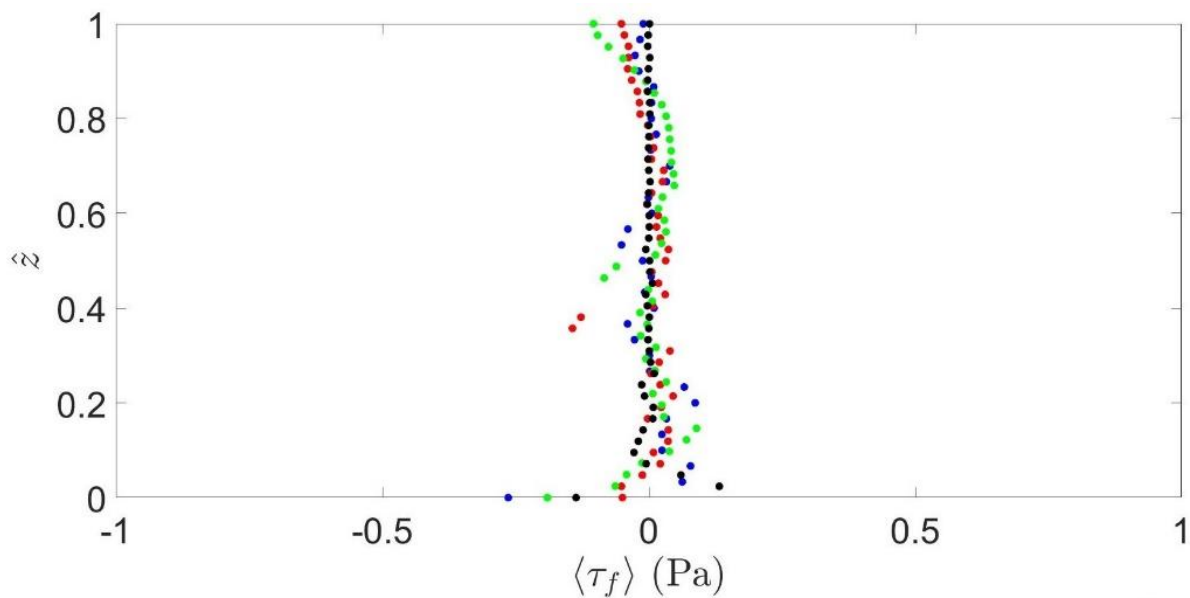


Figura 6. Componentes del esfuerzo cortante inducido por la rugosidad referidos a $\bullet$ Prueba A, $\bullet$ Prueba B, $\bullet$ Prueba C y $\bullet$ Prueba D.

Las tensiones inducidas $\langle \bar{\tau}_f \rangle$ pueden aproximarse a cero en mayor parte en la profundidad del agua. Hay algunas diferencias cerca del lecho en congruencia con la rugosidad como se esperaba; en la parte superior, las diferencias se deben al estado no uniforme de las pruebas.

Componentes del esfuerzo cortante viscoso

Los componentes viscosos del esfuerzo cortante vienen dados por:

$$\langle \bar{\tau}_v \rangle = \rho \nu \frac{du}{dx} \quad (12)$$

De acuerdo con el número de Reynolds de este trabajo, la subcapa viscosa, en la que $\langle \bar{\tau}_v \rangle$ no es despreciable, es más pequeña que la IA. Por tanto, no se puede calcular.

Esfuerzo cortante total

Sumando los esfuerzos cortantes inducidos y turbulentos se obtiene el esfuerzo cortante total para cada experimento.. La distribución $\langle \tau \rangle$ a lo largo de la profundidad del agua se muestra en la Figura 7.

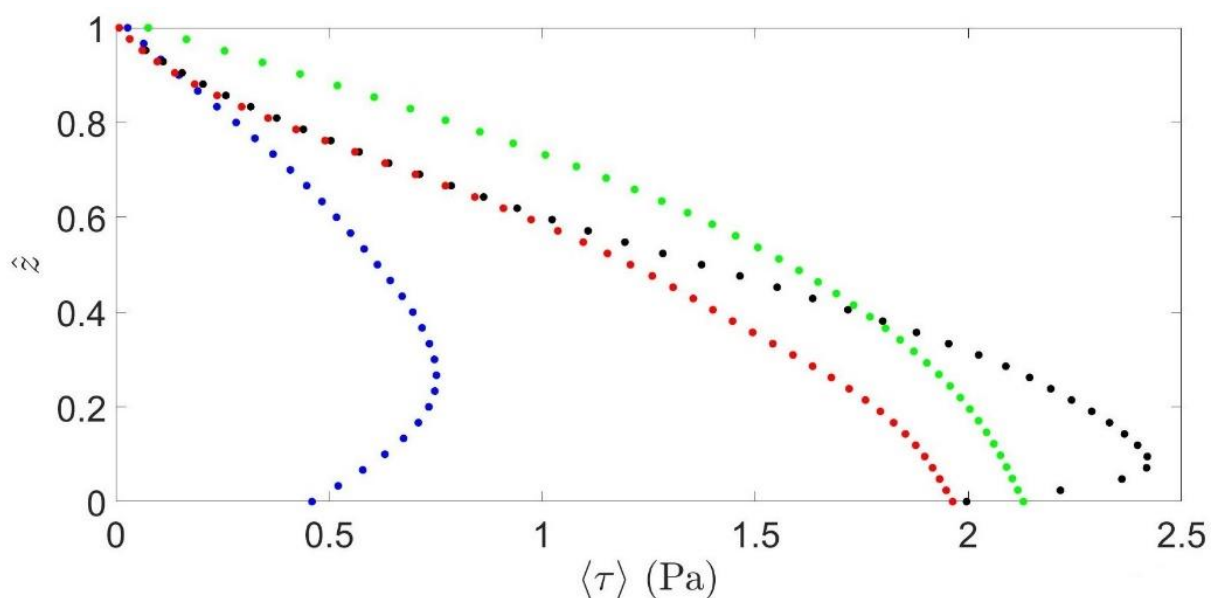


Figura 7. Componente de esfuerzo cortante total: ● Prueba A, ● Prueba B, ● Prueba C y ● Prueba D.

Los valores de $\langle \bar{\tau} \rangle$ son más altos para las pruebas B, C y D, en las que hay transporte de sólidos, que para la prueba A.

Esfuerzo cortante a larga escala desde el integral del coespectro

Un método alternativo para determinar el esfuerzo cortante se basa en el cálculo de la correlación espacial de dos puntos relativo a las fluctuaciones de velocidad u' y w' , y la posterior determinación de los coespectros (Φ_{uw}) de las fluctuaciones. El análisis espectral cruzado permite determinar la relación entre tiempo/espacio en función de la frecuencia. La fluctuación de la velocidad espacial se ha utilizado para calcular la función de correlación (correlación espacial de dos puntos) y luego los coespectros (Figura 8). Como era de esperar, la energía es más alta cerca del lecho y más baja cerca de la superficie.

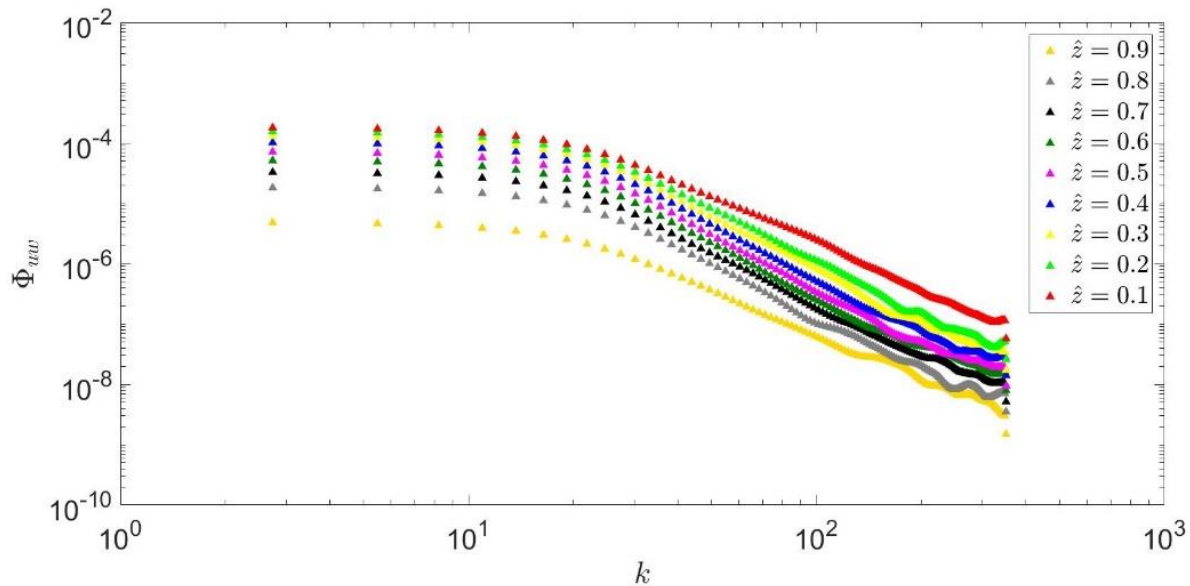


Figura 8. Coespectros a diferentes $\hat{z}$.

Finalmente, el esfuerzo cortante se determinó a través de la integral de los coespectros en cada z (ver la Ecuación (13)):

$$\frac{\partial(-\overline{u'w'})}{\partial z} = \int_0^\infty \frac{\partial(-\Phi_{uw})}{\partial z} dk_x \quad (13)$$

La Figura 9 muestra el perfil de esfuerzo cortante relacionado con cada prueba realizada, siguiendo el procedimiento mostrado en Guala (2006).

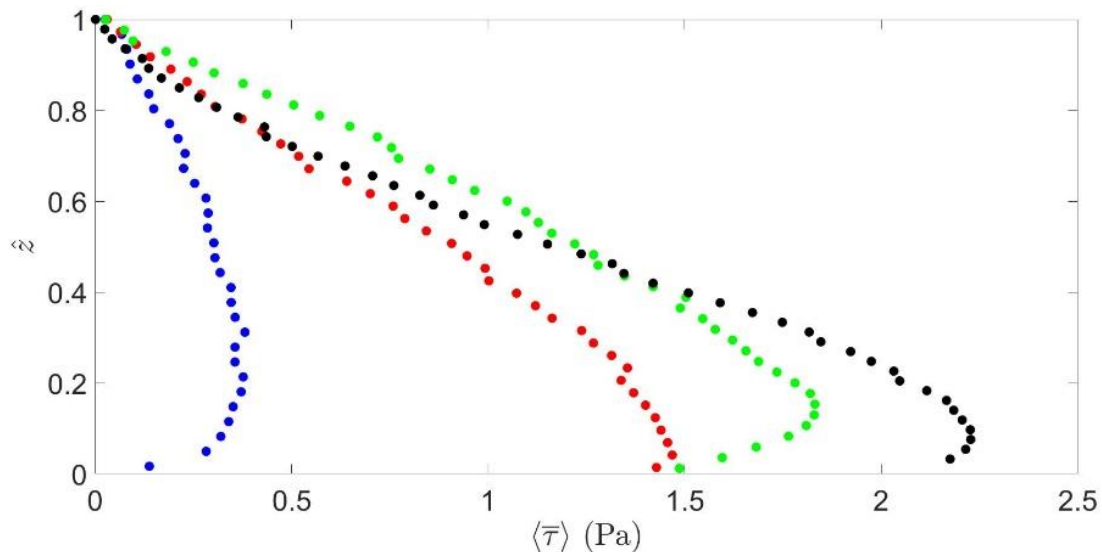


Figura 9. Esfuerzo cortante a larga escala ($\langle \bar{\tau} \rangle_{(\Phi_{uw})}$) para: ● Prueba A, ● Prueba B, ● Prueba C y ● Prueba D.

Con respecto al esfuerzo cortante calculado previamente, el comportamiento parece ser similar, manteniendo la misma magnitud. Existen valores menores de esfuerzo cortante para la prueba sin transporte de sólidos y valores más altos para la prueba con transporte de sólidos. Cabe destacar que este método devuelve el esfuerzo cortante relacionado con el rango de integración de los incrementos espaciales de la cuadrícula PIV.

Análisis de esfuerzo cortante turbulento

Se analizaron varios procedimientos, que se encuentran en la literatura, para calcular el esfuerzo cortante.

Método 1

El primer procedimiento determina el esfuerzo cortante como $\langle \overline{u'w'} \rangle$ y establece el esfuerzo cortante buscado como el valor máximo (Figura 10). Los valores de τ_0 calculados según el procedimiento 1 se muestran en la Tabla 3.

Tabla 3. Valores de τ_{01} determinados con el método 1

	Prueba A	Prueba B	Prueba C	Prueba D
	(Pa)	(Pa)	(Pa)	(Pa)
τ_{01}	0.75	2.13	2.42	1.96

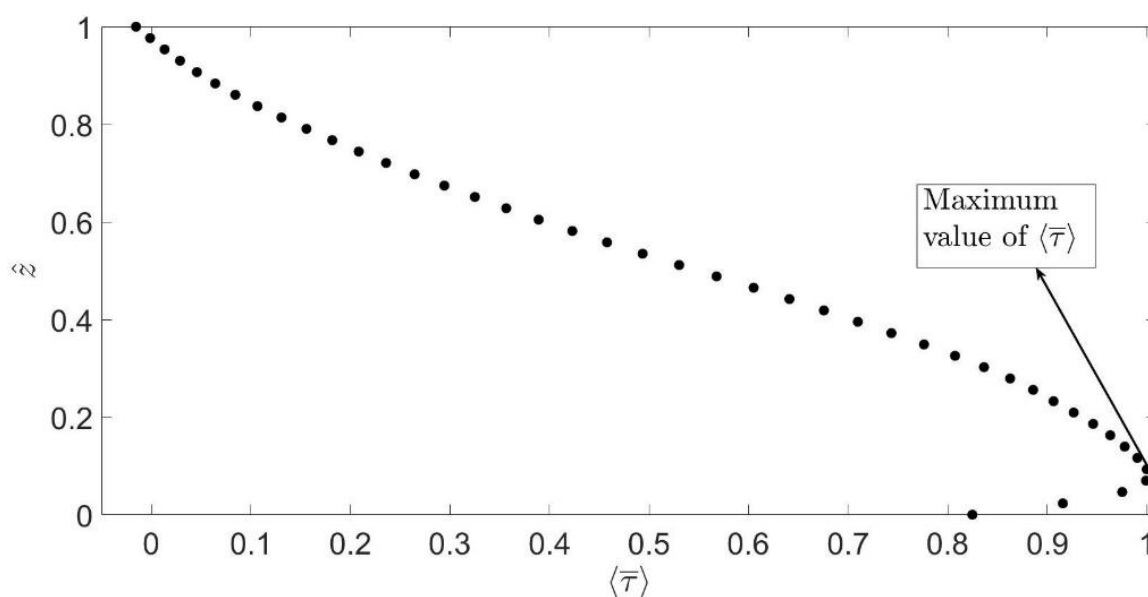


Figura 10. Criterios para seleccionar τ_0 para el procedimiento 1.

La Figura 11 muestra los perfiles de esfuerzos cortantes adimensionales usando el valor de τ_{01} establecido con el primer método. La prueba A tiene su valor máximo en $\hat{z} = 0.25$, la prueba C en $\hat{z} = 0.10$, mientras que las pruebas B y D alcanzan el valor máximo.

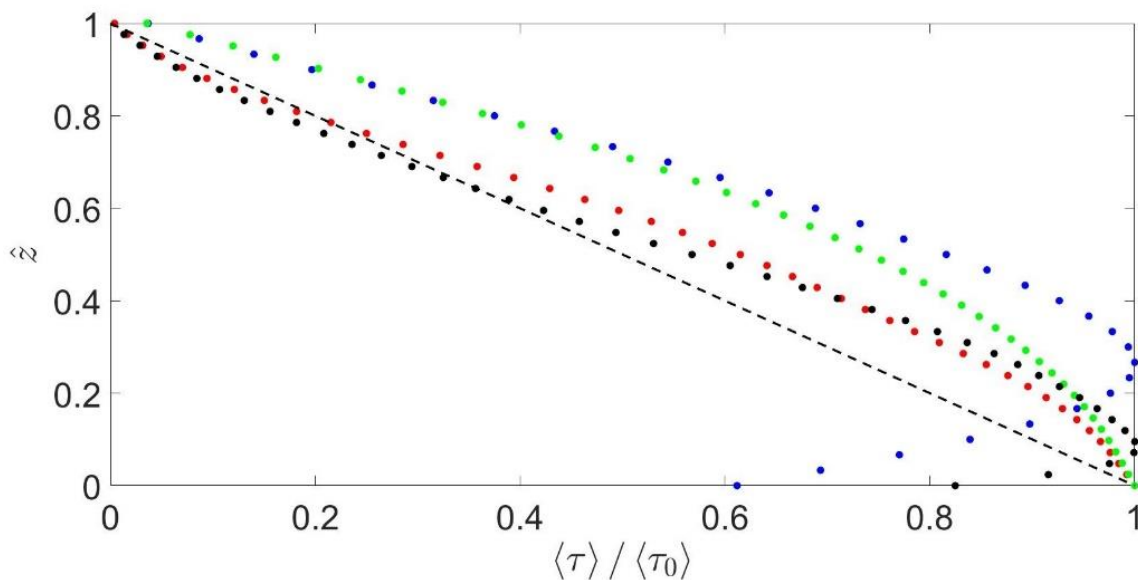


Figura 11. Perfiles de esfuerzos cortantes adimensionales utilizando τ_{01} terminados con el primer método (● Prueba A, ● Prueba B, ● Prueba C y ● Prueba D y --- línea de gravedad).

Método 2

El segundo procedimiento utilizado para calcular el esfuerzo cortante establece el esfuerzo cortante objetivo como el valor en el nivel de la cresta (Figura 12). Los valores de τ_{02} calculados según el procedimiento 2 se presentan en la Tabla 4.

Tabla 4. Valores de τ_{02} determinados con el método 2.

	Prueba A	Prueba B	Prueba C	Prueba D
	(P_a)	(P_a)	(P_a)	(P_a)
τ_{02}	0.45	2.12	1.99	1.96

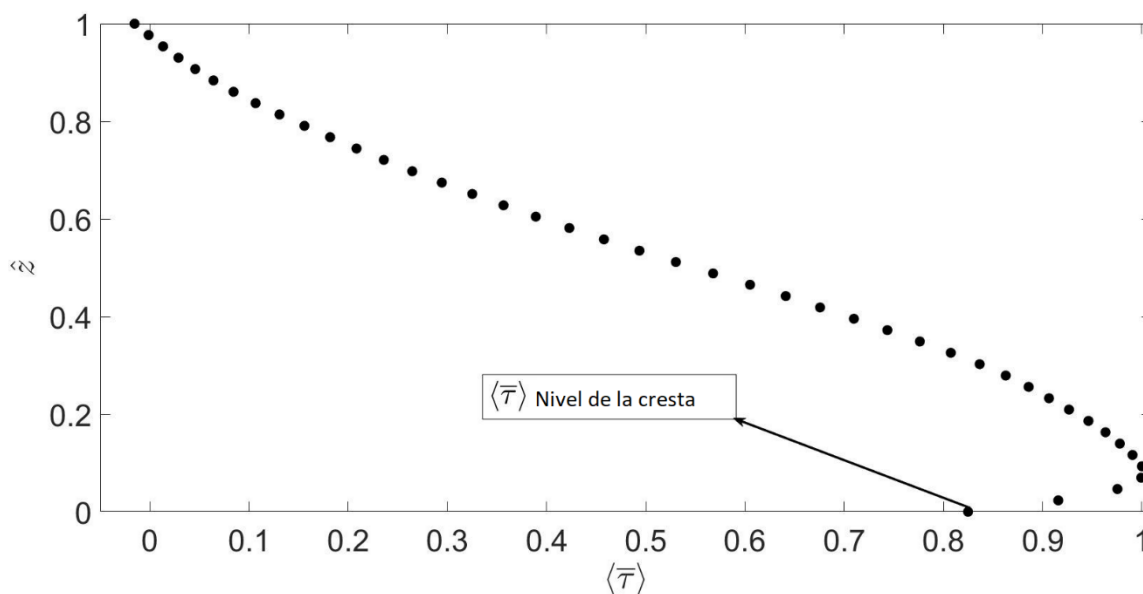


Figura 12. Criterios para seleccionar τ para el procedimiento 2.

La Figura 13 muestra un aumento en la desviación de los perfiles adimensionales, utilizando el valor de τ_{02} establecido por el procedimiento 2, con respecto al primer método utilizado, y permite comprender que los valores del perfil de esfuerzo cortante a nivel del lecho no se presentan como una buena opción para este trabajo.

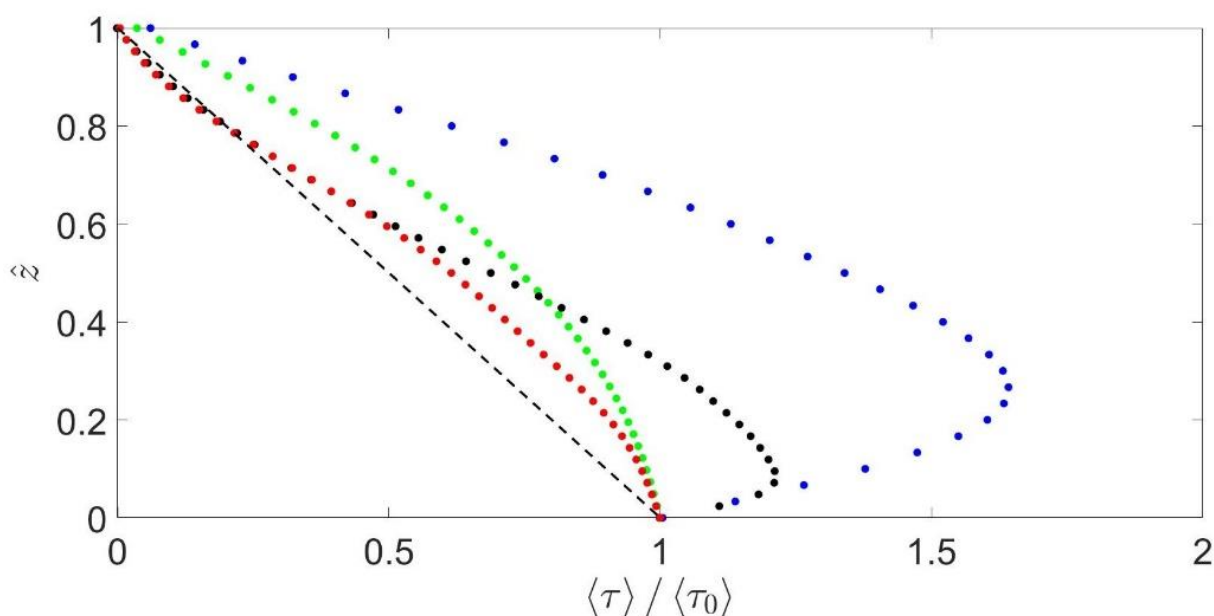


Figura 13. Perfiles de esfuerzo cortante adimensionales τ_{02} utilizando el método 2 (● Prueba A, ● Prueba B, ● Prueba C y ● Prueba D, y --- línea de gravedad).

Método 3

El tercer procedimiento para calcular el esfuerzo cortante establece el esfuerzo cortante buscado como el valor al nivel de cresta de una regresión lineal del perfil de esfuerzo cortante (Figura 14).

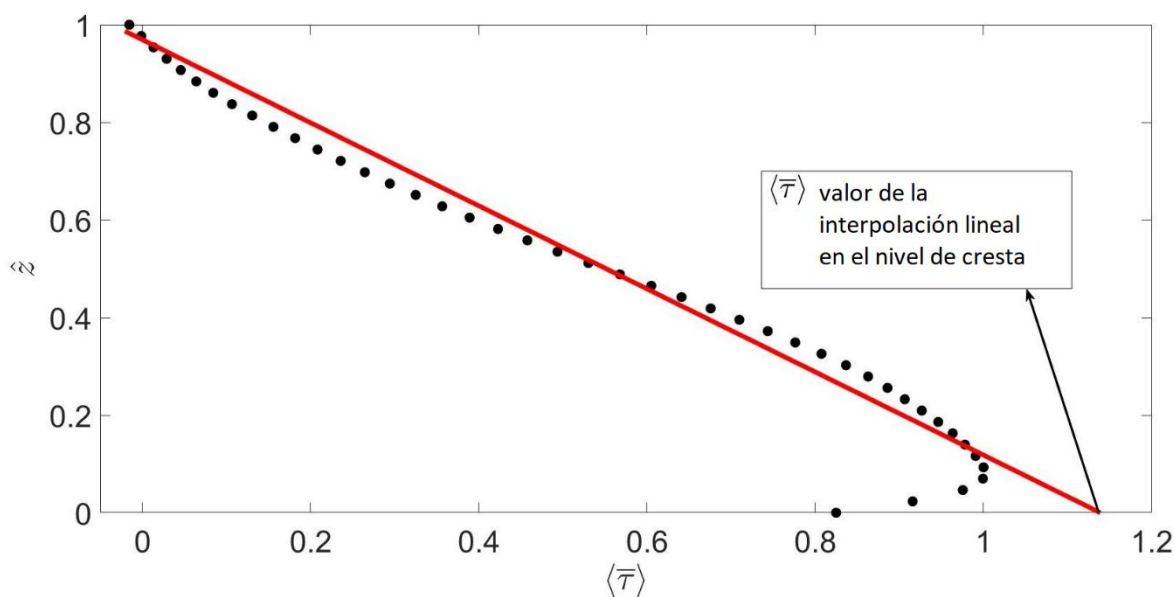


Figura 14. Criterios para seleccionar τ para el procedimiento 3.

Valores de τ_{03} determinados con el método 3 se muestran en la Tabla 5.

Tabla 5. Valores de τ_{03} determinados con el método 3.

	Prueba A	Prueba B	Prueba C	Prueba D
	(Pa)	(Pa)	(Pa)	(Pa)
τ_{03}	0.89	2.65	2.72	2.08

La Figura 15 muestra una disminución en la desviación del perfil de esfuerzo cortante calculado usando el valor de τ_{03} con respecto a los métodos anteriores. El esfuerzo cortante derivado del procedimiento 3 muestra la no dimensionalización adecuada en comparación con los procedimientos anteriores. De hecho, por encima de $\hat{z} = 0.2$, los esfuerzos cortantes están en una banda estrecha.

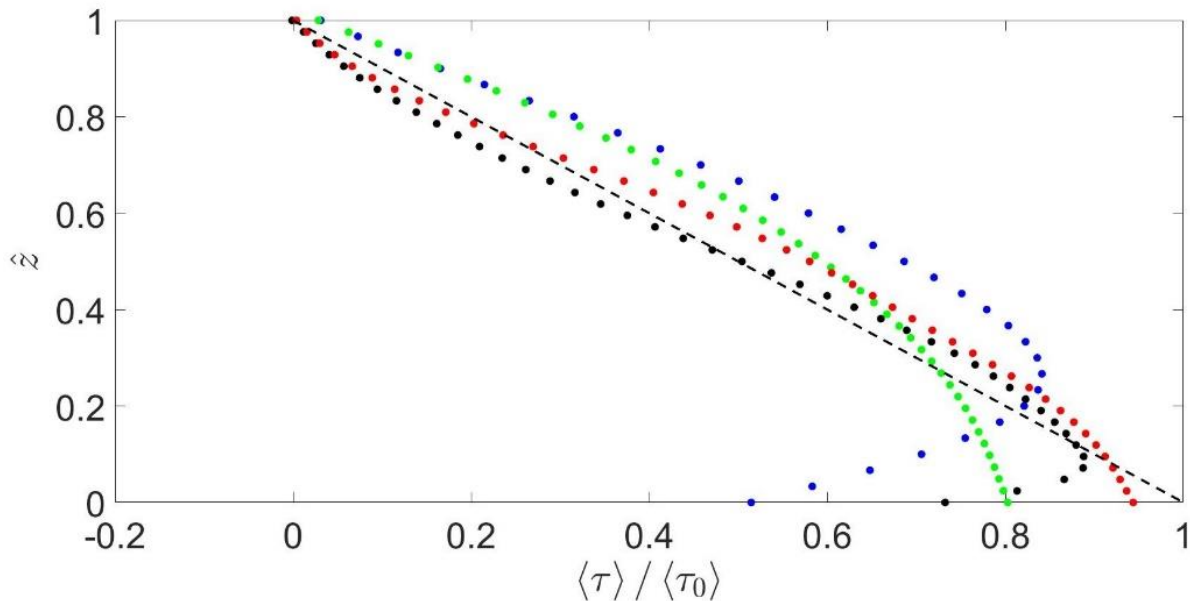


Figura 15. Perfiles de esfuerzos cortantes adimensionales utilizando τ_{03} calculados a partir del método 3 (● Prueba A, ● Prueba B, ● Prueba C, ● Prueba D, y --- línea de gravedad).

Método 4

El cuarto método utilizado en el cálculo del esfuerzo cortante, considera como valor de referencia el que está ubicado al nivel de los esfuerzos

cortantes inducidos por la rugosidad de fondo despreciable extrapolado desde una regresión lineal del perfil de esfuerzo cortante (Figura 16).

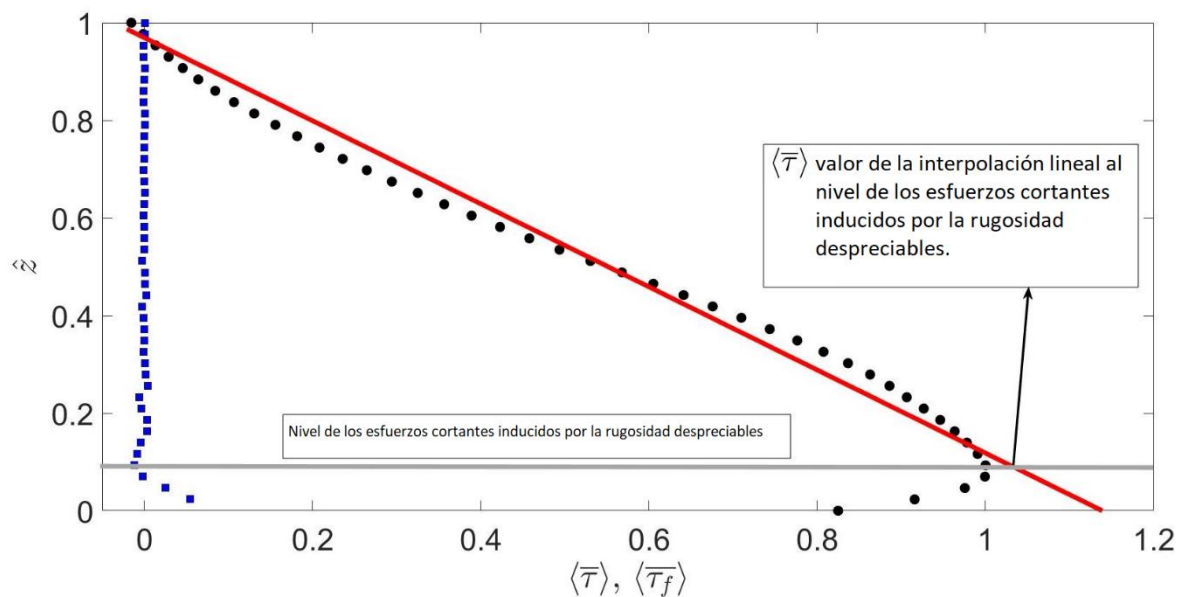


Figura 16. Criterios para seleccionar τ para el procedimiento 4.

Los valores de τ_{04} determinados con el método 4 se muestran en la Tabla 6.

Tabla 6. Valores de τ_{04} determinados con el método 4.

	Prueba A	Prueba B	Prueba C	Prueba D
	(Pa)	(Pa)	(Pa)	(Pa)
τ_{04}	0.69	2.62	2.53	1.99

La Figura 17 muestra una elevada desviación del esfuerzo cortante adimensional calculado utilizando el valor de τ_{04} con respecto a los procedimientos 1 y 3; mientras que para el procedimiento 2, la desviación es comparable con el perfil de esfuerzo cortante adimensional determinado previamente.

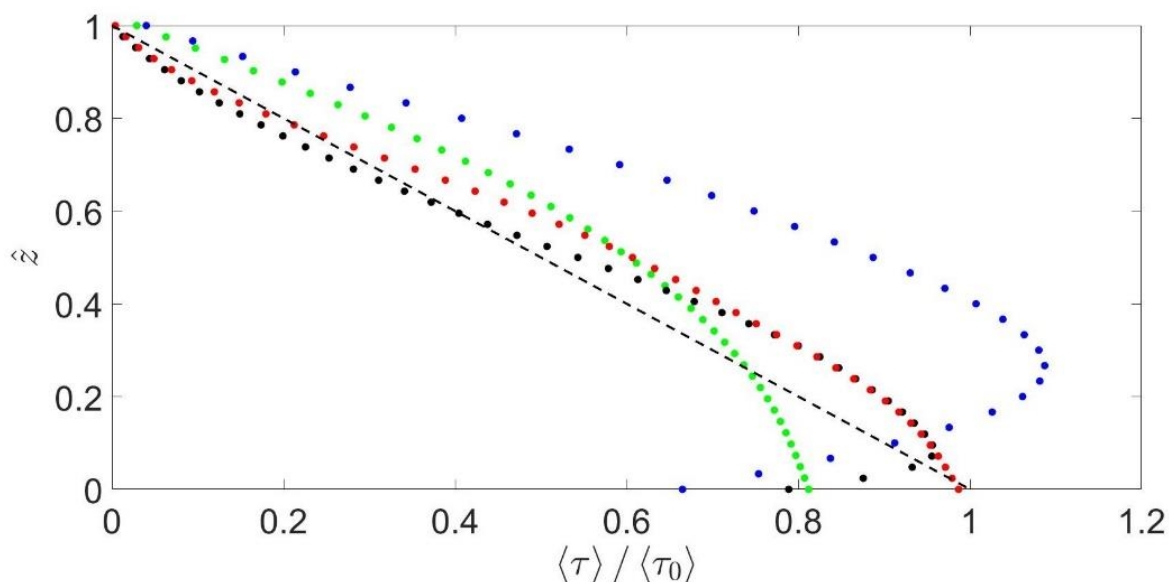


Figura 17. Perfiles de esfuerzo cortante adimensionales utilizando τ_{04} determinados con el método 4 (● Prueba A, ● Prueba B, ● Prueba C, ● Prueba D y --- línea de gravedad).

Método 5

El quinto y último método utilizado para calcular el esfuerzo cortante considera como valor de referencia el esfuerzo cortante determinado al nivel de las crestas, considerando el perfil obtenido desde el integral del coespectro (Figura 10).

El valor de τ_{05} determinado con el método 5 se muestra en la Tabla 7.

Tabla 7. Valores de τ_{05} determinados con el método 5.

	Prueba A	Prueba B	Prueba C	Prueba D
	(P_a)	(P_a)	(P_a)	(P_a)

τ_{05}	0.38	1.83	2.23	1.47
-------------	------	------	------	------

La Figura 18 muestra el perfil de esfuerzo cortante utilizando el valor de τ_{05} .

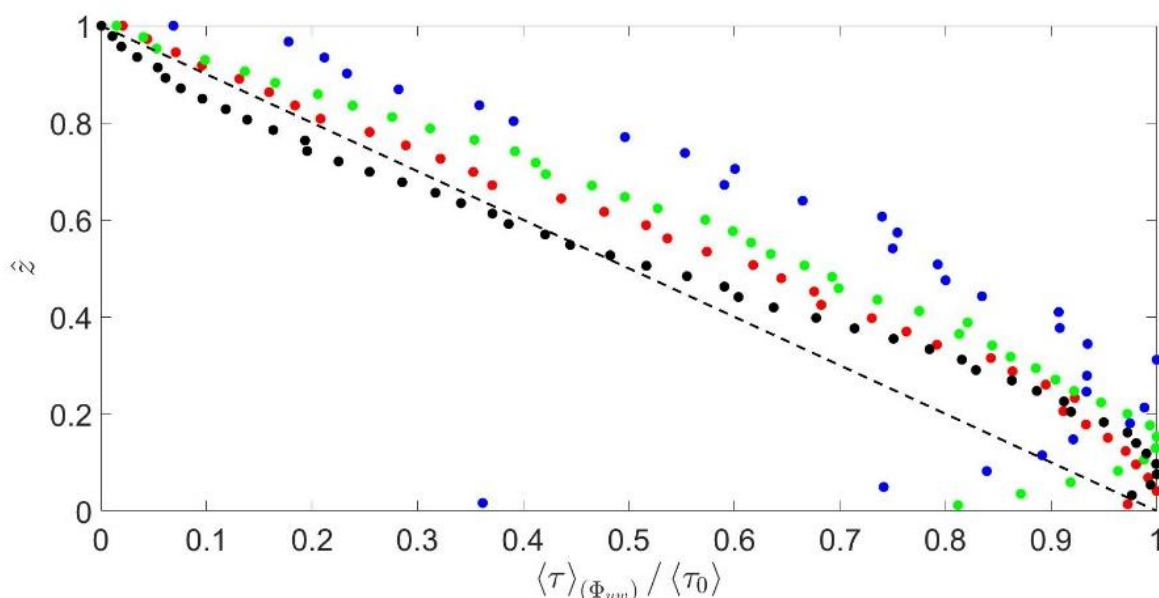


Figura 18. Perfiles de esfuerzo cortante adimensionales utilizando τ_{05} determinados con el método 5 (● Prueba A, ● Prueba B, ● Prueba C, ● Prueba D y --- línea de gravedad).

Los esfuerzos cortantes a gran escala dependen en su mayoría de la escala (Guala, 2006), mientras que hay componentes residuales que se descuidan debido a la baja frecuencia utilizada. Con respecto al método anterior, la desviación es baja y comparable con el método que muestra

la mejor escala (procedimiento 3). El valor máximo del esfuerzo cortante a larga escala se registra en el nivel de la cresta.

Velocidad de fricción

Es necesario seleccionar una velocidad adecuada para escalar el perfil de velocidad. La escala más utilizada en la literatura es u_* :

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho_w}} \quad (14)$$

donde τ_0 es el esfuerzo cortante previamente calculado y ρ_w es la densidad del fluido. En la Tabla 8 se proporciona una descripción general de las escalas de velocidad calculadas a partir de la Ecuación (14), en la que los valores de τ_0 se calcularon a partir de los métodos explicados anteriormente.

Tabla 8. Escala de velocidad u_* para la prueba A, prueba B, prueba C y prueba D.

	Prueba A	Prueba B	Prueba C	Prueba D
	m/s	m/s	m/s	m/s
u_{*1}	0.0274	0.0462	0.0492	0.0443
u_{*2}	0.0214	0.0461	0.0447	0.0443
u_{*3}	0.0299	0.0515	0.0522	0.0465
u_{*4}	0.0263	0.0512	0.0503	0.0446
u_{*5}	0.0195	0.0428	0.0472	0.0383

La Figura 19 muestra los perfiles de velocidad usando los valores reportados en la Tabla 8. Para cada método se emplea la escala interna, a fin de comparar los perfiles de velocidad. Este tipo de escalado tiene en el eje x los valores de $\hat{z}$ y en el eje y los valores de $\frac{u}{u_*}$ referidos a cada procedimiento previamente utilizado.

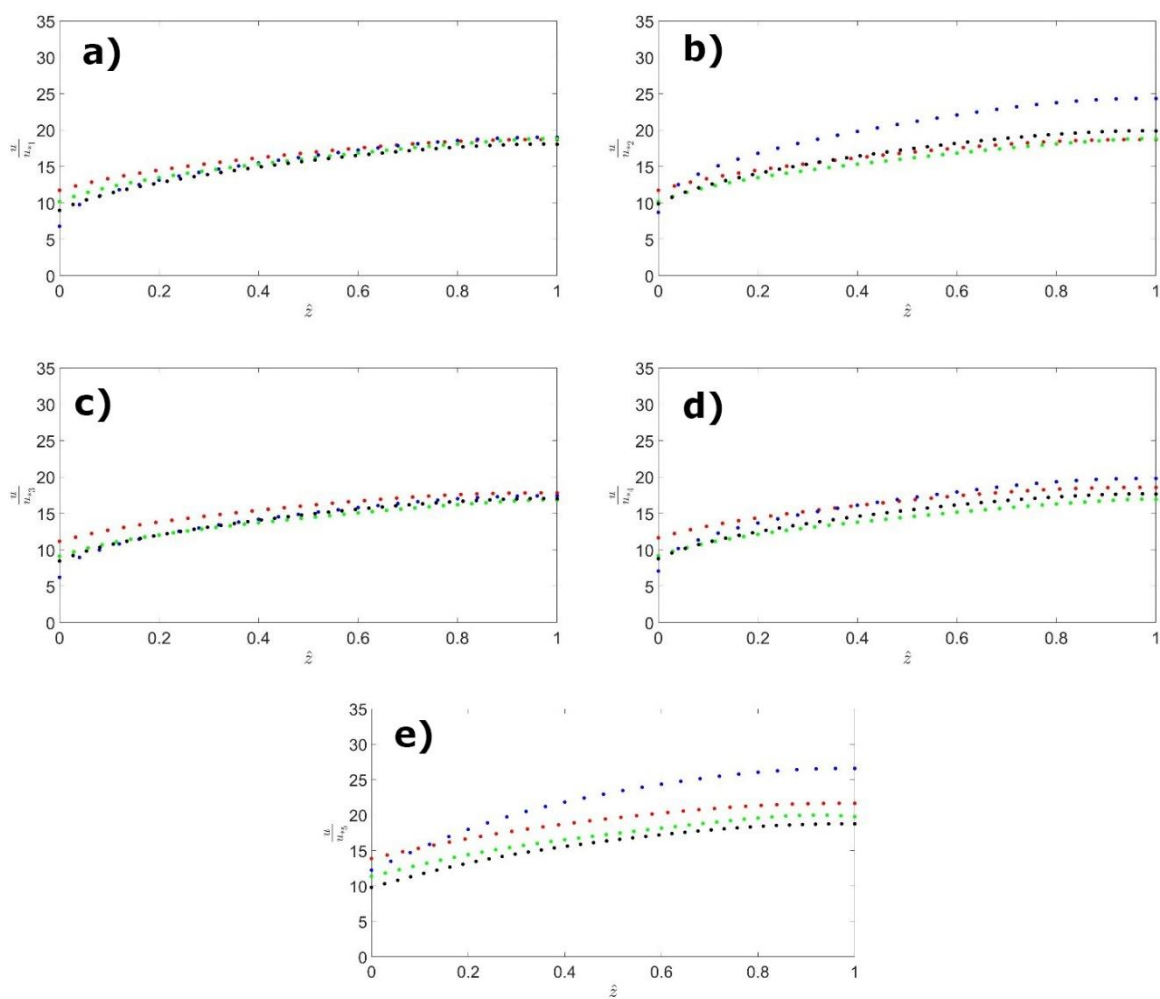


Figura 19. Escalado interno de los perfiles de velocidad utilizando μ_* , que se muestra en la Tabla 8 para: a) Método 1, b) Método 2, c) Método 3, d) Método 4 y e) Método 5. ● Prueba A, ● Prueba B, ● Prueba C y ● Prueba D.

Análisis

La Figura 20 muestra una comparación entre los diferentes métodos utilizados para definir el valor de la velocidad de escala. El método 3 es aquel que devuelve la mejor escala tanto para el perfil de velocidad como para los perfiles de esfuerzo cortante de acuerdo con Pokrajac (2006). EN El segundo método propuesto en Graf (1995), el trabajo experimental no prueba la efectividad de esta propuesta debido a la alta desviación presentada en los perfiles adimensionales que se muestran en la Figura 19 (b). La Figura 20 muestra los perfiles de velocidad y esfuerzo cortante calculados de acuerdo con el procedimiento 3.

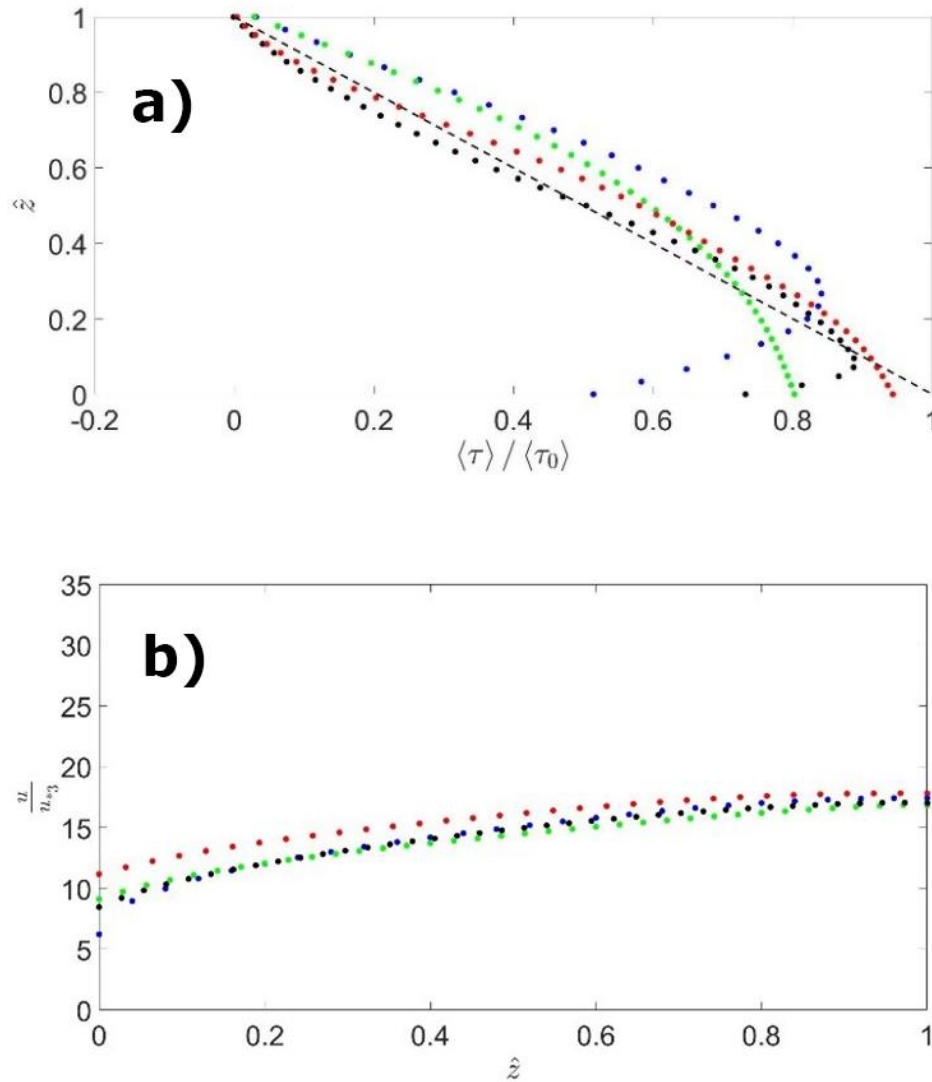


Figura 20. (a) Esfuerzo cortante adimensional; b) escala interna del perfil de velocidad. ● Prueba A, ● Prueba B, ● Prueba C y ● Prueba D.

Conclusiones

La presente investigación se centró en la definición de la mejor escala de velocidad en canales a superficie libre sobre un lecho vivo.

Se realizaron cuatro experimentos con el fin de comprobar la influencia del transporte sólido en el esfuerzo cortante del fondo del canal, así como la velocidad de corte. Varios métodos en la literatura tanto para la definición del esfuerzo cortante como para la velocidad cortante se basan en el supuesto de condiciones de flujo constante, uniforme y la existencia de ley logarítmica universal. En este trabajo se han eliminado estas condiciones, y se han empleado métodos de medición directa para encontrar el esfuerzo cortante y la velocidad de corte.

Después de un análisis preliminar, se plantearon varios métodos para encontrar el esfuerzo cortante y la velocidad cortante. La velocidad de corte se usa ampliamente como una velocidad universal, a menudo en el contexto de la ley logarítmica, pero también para escalar los datos en flujos de canal abierto con transporte de sedimentos, donde la capa logarítmica no está presente (Katul, 2002).

Es decir, el método 1 se dedica a encontrar el valor máximo del perfil de esfuerzo cortante; el procedimiento 2 para identificar el valor en el nivel de las cresta del perfil de esfuerzo cortante; el procedimiento 3 para considerar el valor en el nivel de las cresta extrapolado de un ajuste lineal del esfuerzo cortante; el procedimiento 4 para obtener el valor a una tensión cortante inducida por la rugosidad de un ajuste lineal del perfil de tensión cortante, y el procedimiento 5 para encontrar el valor máximo de la tensión cortante a larga escala calculada como la integral de los coespectros.

El esfuerzo cortante del lecho que da el mejor escalado se muestra en el método 3 (Figura 20). Todos los esfuerzos cortantes del fondo del canal se utilizaron para encontrar la velocidad cortante, lo que confirma que el mejor procedimiento es el número 3.

La técnica PIV por su alta resolución espacial podría ser aplicada, en trabajos futuros, utilizando el procedimiento aplicado en Ferraro (2019), adaptando el método basado en un sistema de velocímetro doppler acústico a un sistema PIV.

Referencias

Adrian, R. J. (1986). Multi-point optical measurements of simultaneous vectors in unsteady flow—a review. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 7(2), 127-145.

- Adrian, R. J. (1991). Particle-imaging techniques for experimental fluid mechanics. *Annual review of fluid mechanics*, 23(1), 261-304. Recuperado de <https://doi.org/10.1146/annurev.fl.23.010191.001401>.
- Dynamics, D. (2013). *DynamicStudio User's Guide*. Skovlunde, Denmark: Dantec Dynamics.
- Ferraro, D. S. (2019). Velocity scales in steady-nonuniform turbulent flows with low relative submergence. *Environmental Fluid Mechanics*, 19(4), 1025-1041.
- Ferreira, R. M. (2011). Turbulent flow hydrodynamics and sediment transport: Laboratory research with LDA and PIV. In: *Experimental methods in hydraulic research* (pp. 67-111). Berlin7 Heidelberg, Germany: Springer.
- Giménez-Curto, L. A. (1996). Oscillating turbulent flow over very rough surfaces. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 101(C9), 20745-20758.
- Graf, W. H. (1995). Bed-shear stress in non-uniform and unsteady open-channel flows. *Journal of Hydraulic Research*, 33(5), 699-704.
- Guala, M. H. (2006). Large-scale and very-large-scale motions in turbulent pipe flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 554, 521-542. DOI:10.1017/S0022112006008871

- Katul, G. W. (2002). A mixing layer theory for flow resistance in shallow streams. *Water Resources Research*, 38(11), 32-41. Recuperado de <https://doi.org/10.1029/2001WR000817>.
- Liu, J., & Iskander, M. (2004). Adaptive Cross-Correlation for Imaging Displacements in Soils. *Journal of Computing in Civil Engineering*, 18(1), 46-57.
- Nikora, V. G. (2001). Spatially averaged open-channel. *Journal of Hydraulic Engineering*, 127(2), 123-133.
- Pokrajac, D. F. (2006). On the definition of the shear velocity in rough bed open channel flows. In: *Procedures of the International Conference on Fluvial Hydraulics*, vol. 1 (pp. 89-98)., London, England.
- Pokrajac, D. M. (2008). Spatially averaged turbulent stress and its partitioning. *Experiments in Fluids*, 45(1), 73-83.
- Raffel, M. W. (2007). Particle image velocimetry: A practical guide. *Springer Science & Business Media*, 3. Recuperado de <https://doi.org/10.1007/978-3-319-68852-7>.
- Reynolds, O. (1895). IV. On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A, Mathematical and Physical Sciences*, 186, 123-164.

Stewart, M. T. (2014). *Turbulence structure of rough-bed open-channel flow* (Ph.D. thesis). University of Aberdeen, Aberdeen, United Kingdom.

Whitaker, S. (1967). Diffusion and dispersion in porous media. *AIChE Journal*, 13(3), 420-427. Recuperado de <https://doi.org/10.1002/aic.690130308>

Wilson, N. R. (1977). A higher-order closure model for canopy flow. *Journal of Applied Meteorology*, 16(11), 1197-1205. Recuperado de [https://doi.org/10.1175/1520-0450\(1977\)016<1197:AHOCMF>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0450(1977)016<1197:AHOCMF>2.0.CO;2)

Zagni, A. F. (1976). Channel flow over permeable beds of graded spheres. *Journal of the Hydraulics Division*, 102(2), 207-222.