

DOI: 10.24850/j-tyca-2021-05-03

Artículos

Validación numérica de una metodología de diseño para turbinas de flujo cruzado tipo Michell-Banki

Numerical validation of a design methodology for cross-flow turbine type Michell-Banki

Steven Galvis-Holguin¹, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4511-9454>

Jorge Sierra-Del-Rio², ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0057-7454>

Diego Hincapié-Zuluaga³, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1993-6776>

Edwin Chica-Arrieta⁴, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5043-6414>

¹Facultad de Ingeniería, Instituto Tecnológico Metropolitano, Medellín, Colombia, 0000-0003-4511-9454, stevengalvis221631@correo.itm.edu.co

²Facultad de Ingeniería, Institución Universitaria Pascual Bravo, Grupo de Investigación GIIAM Medellín, Colombia, 0000-0002-0057-7454, jsierrad@pascualbravo.edu.co

³Facultad de Ingeniería, Instituto Tecnológico Metropolitano, Medellín, Colombia, 0000-0003-1993-6776, diegohincapie@itm.edu.co

⁴Facultad de Ingeniería, Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia, 0000-0002-5043-6414, edwin.chica@udea.edu.co

Autor para correspondencia: Jorge Sierra-Del-Rio,
jsierrad@pascualbravo.edu.co

Resumen

El objetivo de este estudio consiste en validar mediante simulación CFD la efectividad de una nueva metodología de diseño conformada por un conjunto de correlaciones actualizadas, que permita el diseño de cada uno de los componentes de la MBT, con el fin de mejorar su eficiencia. En este estudio se realizó una investigación rigurosa de la literatura de la MBT, donde se determinaron los parámetros y las ecuaciones de diseño más influyentes en la eficiencia máxima. Finalmente, el diseño de la MBT se realiza con las correlaciones más relevantes encontradas en la literatura y el diseño de la MBT se valida mediante pruebas fluidodinámicas. Se concluye que la metodología propuesta para el diseño de la MBT puede alcanzar eficiencias hasta del 83 %, lo cual es satisfactorio para resolver la falta de métodos de diseño completos para el dimensionamiento de los diferentes componentes de la MBT (inyector, rotor y carcasa) de acuerdo con las condiciones de flujo del lugar de instalación.

Palabras clave: turbomáquinas, pico-hidroeléctricas, eficiencia, CFD.

Abstract

The aim of this study is to validate, by means of CFD simulation, the effectiveness of a new design methodology formed of a set of updated equations, which allows the design of each of the MBT components in order to improve its efficiency. In this study, a rigorous investigation of the MBT literature was carried out, where the most influential design parameters and equations in maximum efficiency were determined. Finally, the design of the MBT is carried out with the most relevant equations found in the literature and the design of the MBT is validated by fluid-dynamic tests. It is concluded that the proposed methodology for the design of the MBT can reach efficiencies up to 83 %, which is satisfactory to solve the lack of complete design methods for the sizing of the different components of the MBT (nozzle, runner and housing), according to the flow conditions of the installation site.

Keywords: Turbomachines, pico-hydroelectric, efficiency, CFD.

Recibido: 26/02/2020

Aceptado: 15/09/2020

Introducción

Debido a la economía en el mercado competitivo, la modernización y el constante crecimiento de la población, varios estudios pronostican un gran aumento en el consumo de energía eléctrica para las próximas décadas, especialmente en los países desarrollados. Desde 2015, la energía hidroeléctrica constituye aproximadamente el 61 % del total de energía renovable mundial. De esto, las pequeñas y microcentrales hidroeléctricas aportan alrededor del 7 % (Tesfaye-Woldemariam, Lemu, & Wang, 2018). Esta tecnología ofrece un gran potencial de explotación como alternativa de generación de energía a partir de fuentes no convencionales de energía renovable, particularmente en zonas no interconectadas (ZNI) de países en desarrollo, con un impacto reducido en el ecosistema, en comparación con las grandes centrales hidroeléctricas (Paish, 2002). Por otro lado, representan la tecnología de generación eléctrica menos costosa en relación con la energía solar y eólica (Organization, UNID, 2016).

Para aprovechar el potencial hidroeléctrico disponible implementado en pequeñas centrales hidroeléctricas se requiere el uso de turbinas eficientes. Las tecnologías tradicionales de los sistemas de generación hidroeléctrica están integradas por turbinas de alta eficiencia como Francis, Pelton y Kaplan, y en menor proporción por MBT (Paredes-Gutiérrez, Palacio-Higueta, & Gómez-Gómez, 2008), a pesar de las ventajas comparativas en su simplicidad de diseño, bajo costo de fabricación y poca variación de eficiencia con cambios considerables en las condiciones de operación (Dragomirescu, 2016).

Contrario a los diferentes enfoques de optimización tanto numéricos como experimentales realizados en las últimas décadas (Olade, 1987), las metodologías de diseños de las MBT deben actualizarse (Tesfaye-Woldemariam *et al.*, 2018) debido a que actualmente existen nuevos materiales con mejores propiedades físicas, equipos y técnicas de fabricación que permitan obtener componentes mejorados. Así, una buena metodología de diseño para dimensionar los componentes de la MBT tendrá un impacto significativo en el rendimiento, lo que aumentará la factibilidad de implementación como tecnología de generación para las condiciones adecuadas de sitio (Q y H).

La MBT es una turbomáquina que aprovecha la energía cinética del fluido y la transforma en momento angular, el cual es convertido en energía eléctrica mediante un generador (Ceballos, Valencia, Zuluaga, Del-Rio, & García, 2017). Con base en las investigaciones reportadas en el estado del arte, se implementa un diseño de turbina similar compuesto por tres cuerpos: inyector, rotor y carcasa, como se muestra en la Figura 1(A). En la MBT, el fluido ingresa por el inyector, aumentando la velocidad del fluido y dirigiéndolo hacia la entrada del rotor, manteniendo el ángulo de ataque y la velocidad constantes a lo largo de la posición azimutal correspondiente a la interfaz entre la salida del inyector y la entrada del rotor. El flujo cruzado transfiere la energía en dos etapas del rotor, como se detalla en la Figura 1(B). En la primera y segunda etapa, la energía del fluido es entregada en un 70 y 30 %, respectivamente (Chiyembekezo S. Kaunda *et al.*, 2014; Ceballos *et al.*, 2017)

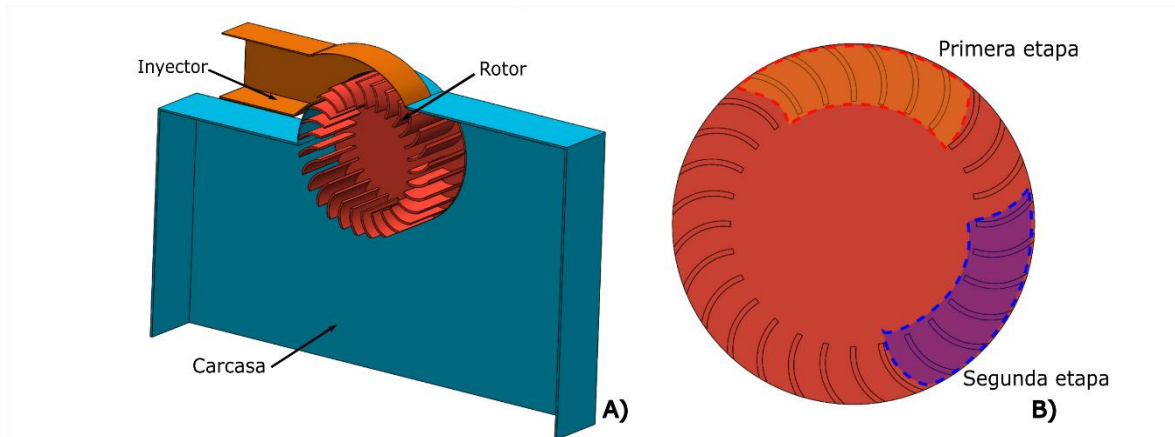


Figura 1. MBT: A) vista isométrica; B) vista lateral del rotor.

En la literatura se encuentran diferentes metodologías de diseño de cada uno de los componentes de la MBT, sobre todo para el inyector y el rotor, basadas en estudios tanto numéricos como experimentales. En cuanto a modificaciones del inyector, Adhikari y Wood (2017) realizaron un estudio del efecto de la geometría de la pared posterior del inyector en la eficiencia de la MBT mediante simulaciones computacionales, mostrando un aumento del 18 % en el rendimiento hidráulico de la turbina sobre el modelo sin la modificación. Luego, en un diseño posterior, Adhikari y Wood (2018) hicieron una investigación CFD en la que proponen un dispositivo electrónico que regula la entrada del inyector frente a cambios de flujo, con el fin de mantener constante la velocidad y el ángulo de ataque del fluido al entrar en el rotor, logrando eficiencias de hasta el 88 %. Finalmente, en cuanto al inyector, Rantererung, Tandiseno y Malissa (2019) diseñaron una MBT de 5 kW

para una ZNI; este diseño consiste en el uso de inyectores múltiples; busca determinar el número de inyectores necesarios para el mejor desempeño de la turbina. El modelo fue probado con 1, 2 y 3 inyectores; se concluyó que el mejor comportamiento del MBT ocurre cuando hay tres inyectores generando 4.259 kW.

Respecto a modificaciones en el rotor, Sammartano, Aricò, Carravetta, Fecarotta y Tucciarelli (2013), así como Chichkhede, Verma, Gaba y Bhowmick (2016) llevaron a cabo un análisis CFD 2D y 3D sobre el diseño óptimo de la MBT con base en criterios de mejora fundamentados en parámetros geométricos que afectan de manera significativa la eficiencia de la turbina, como la posición, número, forma de los álabes y el ángulo de ataque del fluido; se obtuvo una eficiencia del 86 % utilizando 35 álabes y un ángulo de ataque de 22°. Por otro lado, en la literatura se encontraron modificaciones en los álabes del rotor. Arellano-Vilchez (2015) efectuó un estudio utilizando técnicas CFD, examinando el comportamiento de los álabes del rotor con y sin bordes afilados, considerando también el grosor de los álabes; concluyó que el uso de álabes afilados mejora el rendimiento hidráulico de la MBT. Finalmente, con respecto a las modificaciones geométricas del rotor, la investigación realizada por Popescu (2017) analiza mediante CFD las bajas eficiencias de la MBT causadas por la interacción del fluido con el eje del rotor y la recirculación del flujo en régimen de baja rotación, determinando que, cuando el rotor trabaja sin eje, la eficiencia aumenta un 5 %.

Según la revisión del estado del arte existen diferentes ecuaciones para diseñar el inyector y el rotor de la MBT. Sin embargo, cada una de estas ecuaciones se realizó por separado, por lo que no es posible mostrar si al momento de concatenar estas ecuaciones para el diseño de una MBT se garantizarán los mismos resultados que se presentan por separado. Por lo tanto, es evidente la importancia de contar con una metodología de diseño actualizada para el dimensionamiento de cada uno de los elementos de la MBT, utilizando ecuaciones desarrolladas mediante metodologías experimentales y/o numéricas. El objetivo de este estudio es validar, mediante simulación CFD, la efectividad de una nueva metodología de diseño formada por un conjunto de ecuaciones actualizadas, que permita diseñar cada uno de los componentes del MBT, con el fin de mejorar su eficiencia.

Metodología

Ecuaciones de gobierno

La Figura 2 es una ilustración esquemática de la MBT, cuyo propósito es mostrar todos los parámetros geométricos que se consideraron en este estudio.

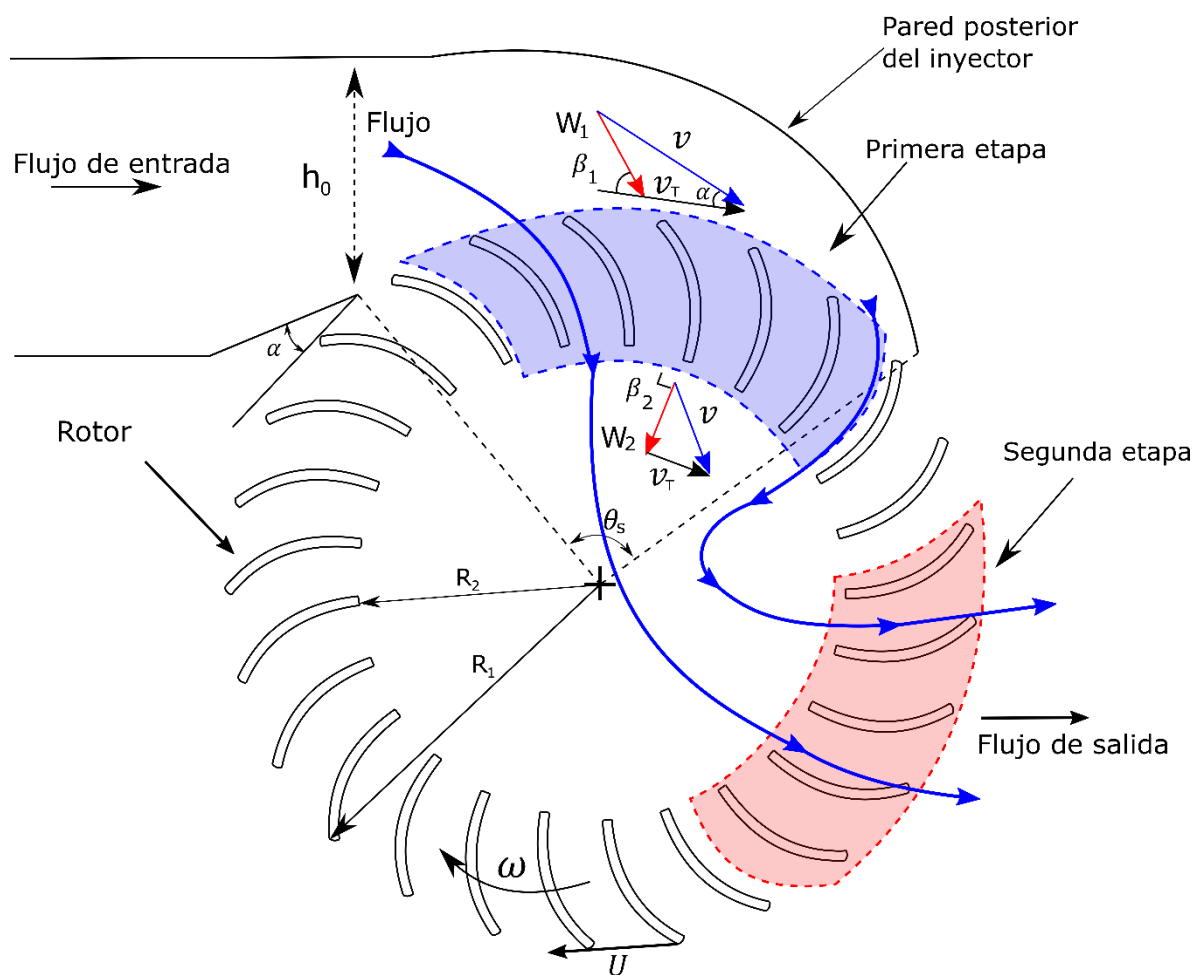


Figura 2. Ilustración esquemática del diseño básico de una MBT.
Fuente: adaptado de Adhikari y Wood (2017).

Para comenzar con el diseño de la MBT, las condiciones de operación deben tomarse como parámetros de entrada de acuerdo con las condiciones del sitio, Q y H ; 20 l/s y 0.5 m, respectivamente. Posteriormente, se inicia el diseño del rotor, utilizando los diámetros externos (D_{ext}) del rotor de acuerdo con la relación caudal/altura de la Tabla 1 (Paz, Carrocci, Filho, & Luna, 2007). Luego, el diámetro interno (D_{int}) se calcula mediante la Ecuación (1); la velocidad de flujo (v) en la entrada del rotor se determina mediante la Ecuación (2) (Adanta, Siswantara, & Prakoso, 2018).

Tabla 1. Selección del diámetro del rotor. Fuente: Paz *et al.* (2007).

$Q \text{ (m}^3/\text{s)} / \sqrt{H \text{ (m)}}$	Diámetro externo del rotor (mm)
0.02236 – 0.04743	200
0.04743 – 0.07906	300
0.07906 – 0.11068	400
0.11068 – 0.15812	500

$$0.68 = \frac{D_{int}}{D_{ext}} \quad (1)$$

$$v = C_v \sqrt{2 \cdot g \cdot H} \quad (2)$$

Donde C_v corresponde al factor de pérdida dentro del inyector, idealmente; C_v se considera 1, mientras que experimentalmente

Sammartano, Morreale, Sinagra y Tucciarelli (2016) reportan valores iguales a 0.95. Posteriormente, para la selección del ángulo de ataque del fluido (α), diferentes estudios numéricos y experimentales proponen valores entre 12 y 22° (Chichkhede *et al.*, 2016; Warjito, Siswantara, Adanta, & Prakoso, 2017). Luego, se determina el ángulo de velocidad relativa (β_1) con respecto al rotor utilizando la Ecuación (3) dada por Sammartano *et al.* (2013):

$$2\tan(\alpha) = \tan(\alpha) \quad (3)$$

Basado en estudios realizados por Warjito *et al.* (2017) y Sammartano *et al.* (2013) se selecciona β_2 . Los ángulos de los álabes con respecto a la tangente de los diámetros interior y exterior deben ser β_{1b} y β_{2b} , respectivamente (Figura 3).

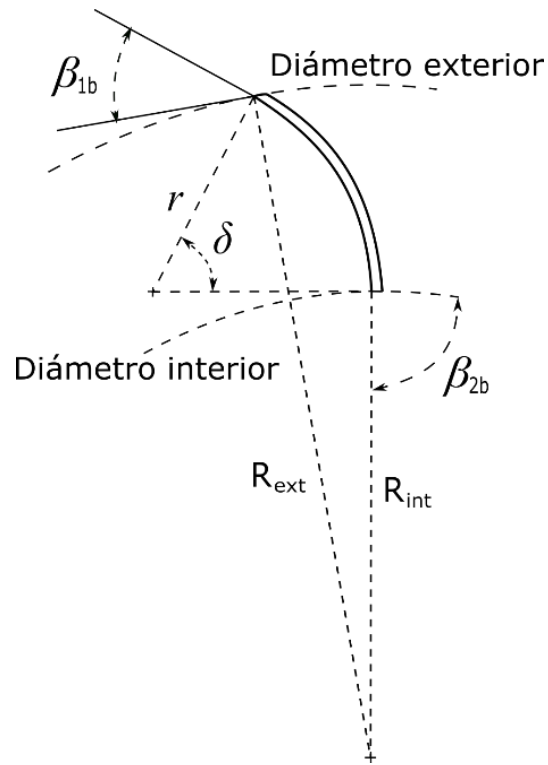


Figura 3. Geometría de los álabes de una MBT. Fuente: adaptado de Sammartano *et al.* (2013).

Luego se calcula el radio de los álabes (r) y el ángulo de curvatura de los álabes (δ) usando las ecuaciones (4) y (5), respectivamente (Olade, 1987):

$$r = \frac{D_{ext}}{4\cos\beta_1} \cdot \left(1 - \left(\frac{D_{int}}{D_{ext}}\right)^2\right) \quad (4)$$

$$\delta = 2 \tan^{-1} \left(\frac{\cos(\beta_1)}{\left(\frac{D_{int}}{D_{ext}}\right) + \sin(\beta_1)} \right) \quad (5)$$

Para calcular el ancho del rotor se debe obtener el número óptimo de palas (N_b) mediante la Tabla 2.

Tabla 2. Selección del número de álabes del rotor. Fuente: Paz *et al.* (2007).

Diámetro externo del rotor (mm)	Número de álabes
200	22
300	24
400	26
500	28

Luego h_0 se calcula mediante la Ecuación (6), que corresponde a la altura del inyector a la entrada del rotor; donde θ_s es la apertura del inyector a la entrada del rotor dada por Adhikari y Wood (2017), como se muestra en la Figura 4. Con estos datos es posible calcular el ancho del rotor mediante la Ecuación (7) (Olade, 1987):

$$\frac{h_0}{R_{ext} \cdot \theta_s} = 0.37 \quad (6)$$

$$W = \frac{Q \cdot N_b}{\pi \cdot D_{ext} \cdot v \cdot \sin(\alpha) \cdot Z_a} \quad (7)$$

Donde Z_a es el número de álabes mojados en la primera etapa de la turbina, como se muestra en la Figura 2; el ancho del inyector se calcula mediante la Ecuación (8), y el régimen de rotación de la turbina (ω_{max}) se determina mediante la Ecuación (9) (Adhikari & Wood, 2017):

$$B = \frac{W}{1.5} \quad (8)$$

$$\frac{\omega_{max} \cdot R_{ext}}{v} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{h_0^2}{R_{ext}^2 \cdot \theta_s^2} \right) \quad (9)$$

La forma geométrica de la pared posterior del inyector se puede obtener mediante la Ecuación (10) (Adhikari & Wood, 2017), donde θ tomará valores de 0 a θ_s (Figura 4):

$$R(\theta) = R_1 + h_0 \left(1 - \frac{\theta}{\theta_s} \right) \quad (10)$$

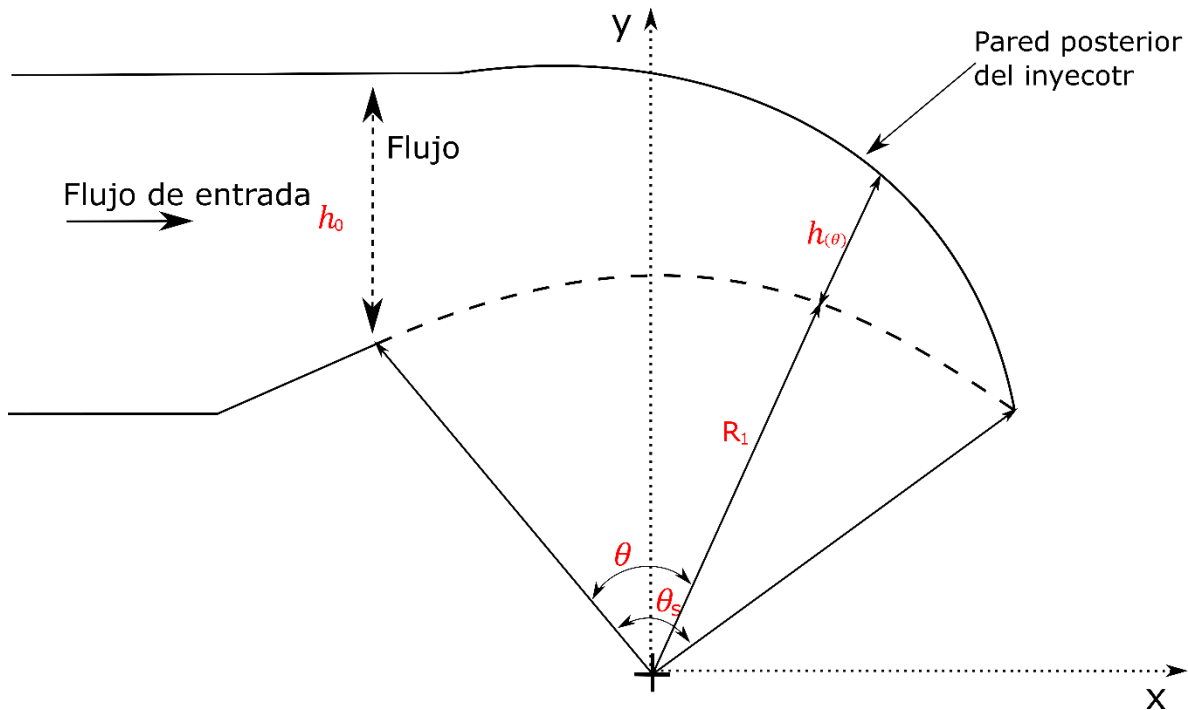


Figura 4. Ilustración esquemática de la pared posterior del inyector.

Fuente: adaptado de Adhikari y Wood (2017).

Finalmente, la eficiencia (η) de la MBT es determinada por la Ecuación (11) (Ceballos *et al.*, 2017), la cual corresponde a la relación entre la potencia de salida del eje ($P_{out} = T \cdot \omega$) y la energía total del flujo de agua ($P_{in} = \gamma \cdot Q \cdot H \cdot \eta$):

$$\eta = \frac{T \cdot \omega}{\gamma \cdot Q \cdot H} \quad (11)$$

Modelo computacional

Luego de realizar la metodología de diseño de la MBT con base en las ecuaciones de gobierno encontradas en el estado del arte, se propone un diseño simplificado de los elementos (rotor, inyector y carcasa) que constituyen la turbina a partir de las ecuaciones (1) a (12); luego se realiza una operación booleana para obtener el volumen de control interno de la máquina hidráulica, el cual es mallado o discretizado en el módulo Mesh del *software* Ansys 2019R3®, utilizando elementos tetraédricos con funciones avanzadas de curvatura y proximidad, y un tamaño de elemento mínimo de 2 mm, que fue suficiente para determinar una independencia de malla (Figura 5) con ocho millones de elementos con un error relativo menor al 1 %.

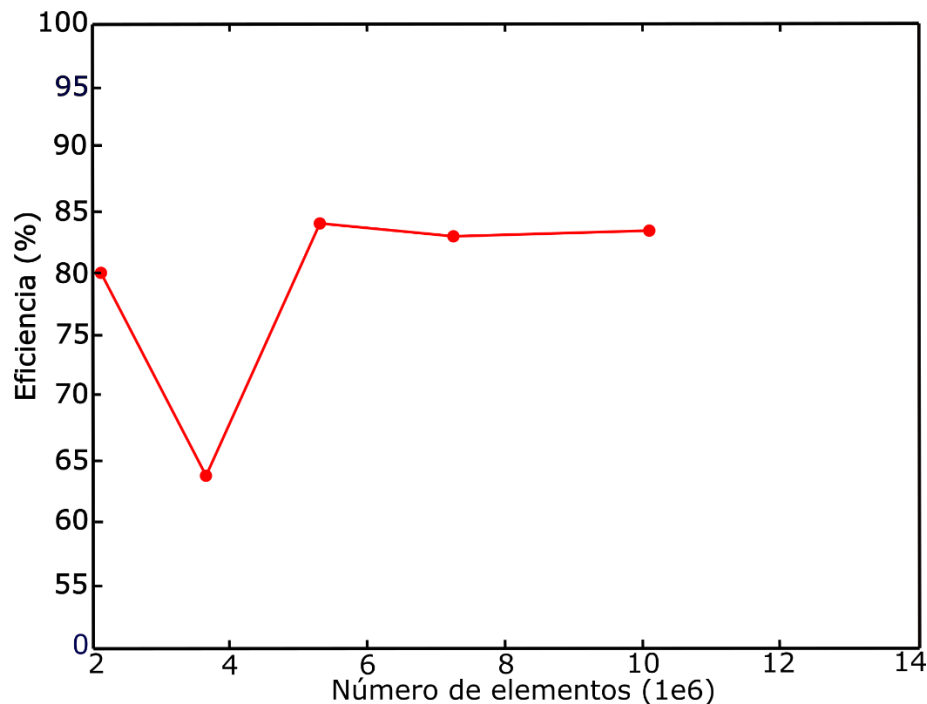


Figura 5. Independencia de malla.

Con base en diferentes investigaciones donde se comparan los diversos modelos de turbulencia en problemas similares, y en algunos modelos computacionales distintos, se encuentra que el modelo numérico estándar $k - \varepsilon$ representa correctamente el flujo dentro de la MBT. Según diferentes estudios y guías de usuario de herramientas de simulación, este modelo es robusto, económico y proporciona una precisión razonable no sólo para el problema actual, sino también para una amplia gama de problemas. Por tanto, en este trabajo se utilizó el modelo estándar para análisis dependiente del tiempo, simulaciones fugaces con un tiempo de simulación de un segundo y con un paso de tiempo de 0.001 segundos, considerando el modelo bifásico homogéneo

compuesto por agua y aire a 25 °C, debido a que tiene un costo computacional menor en comparación al no homogéneo. La Figura 6(A) presenta la configuración CFX Ansys®; el fluido ingresa al sistema por el inyector (entrada) con una velocidad de 2.3 m/s; luego pasa por el dominio del anillo, donde se configuran las interfaces, con el fin de que pueda haber una transferencia de datos entre los dominios giratorio (rotor) y estacionario (carcasa e inyector). La primera interfaz está configurada entre el inyector, la superficie del anillo externo y la carcasa, como se muestra en la Figura 6(B). Para esto, se implementa una interfaz de tipo "fluido-fluido", con un método de conexión de malla definido por un modelo de interfaz de "conexión general" y sin marco de modelo de cambio/mezcla para dominios estáticos. La segunda interfaz está configurada entre la superficie del anillo interno y la superficie externa del rotor, como se muestra en la Figura 6(C). De manera similar, a la primera interfaz, se configura una interfaz "fluido-fluido" con "Estator de rotor transitorio" para el marco del modelo de cambio/mezcla debido a las condiciones de fluido transitorias entre el inyector y el rotor.

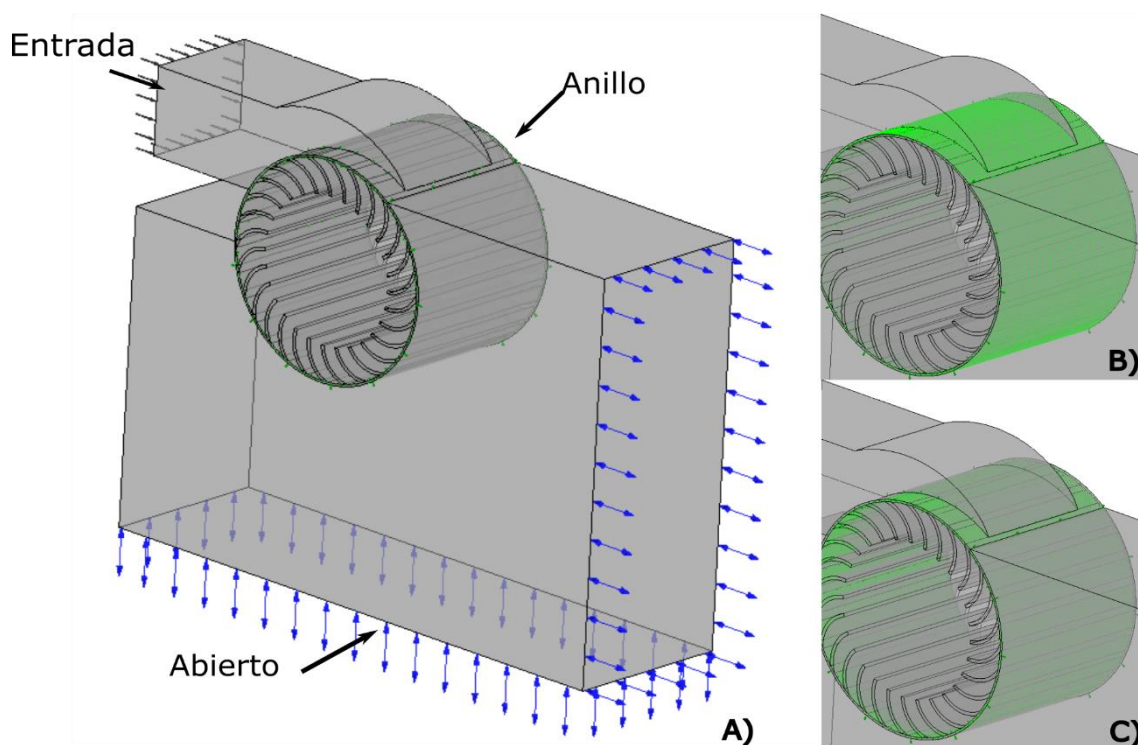


Figura 6. Configuración del CFX: A) condiciones de frontera; B) interfaz carcasa-inyector-anillo; C) interfaz rotor-anillo.

Resultados

En este apartado se presentan los resultados obtenidos mediante CFD, luego de implementar la configuración del modelo estudiado en CFX

Ansys® para una altura neta de 0.5 m y una simulación de flujo real de 16.2 l/s debido a que la presión fue configurada como condición de frontera a la entrada. Se procesan y examinan los contornos de fracción volumétrica de agua, velocidad y presión obtenidos por el CFD, para caracterizar la influencia de la metodología propuesta en el desempeño de la turbina.

En la Figura 7 se presenta la eficiencia con base en la relaciones de velocidad de la MBT para los resultados experimentales obtenidos por Sammartano, Morreale, Sinagra, Collura y Tucciarelli (2014), y los resultados numéricos obtenidos en este estudio, para el cual se realizaron seis simulaciones, variando el régimen de giro del rotor de a 100 a 200 RPM, obteniendo una eficiencia máxima del 83 %, con un régimen de giro igual a 160 RPM, similar al obtenido mediante la Ecuación (9) propuesta por Adhikari y Wood (2017), con una relación de velocidad de $\left(\frac{v_t}{U}\right) = 1.7$. Con base en tales resultados, este estudio muestra similitudes con los resultados experimentales obtenidos por Sammartano *et al.* (2014), quienes lograron eficiencias del 82.1% a relaciones de velocidad $\left(\frac{v_t}{U}\right)$ cercanas a 1.7, como se muestra en la Figura 7.

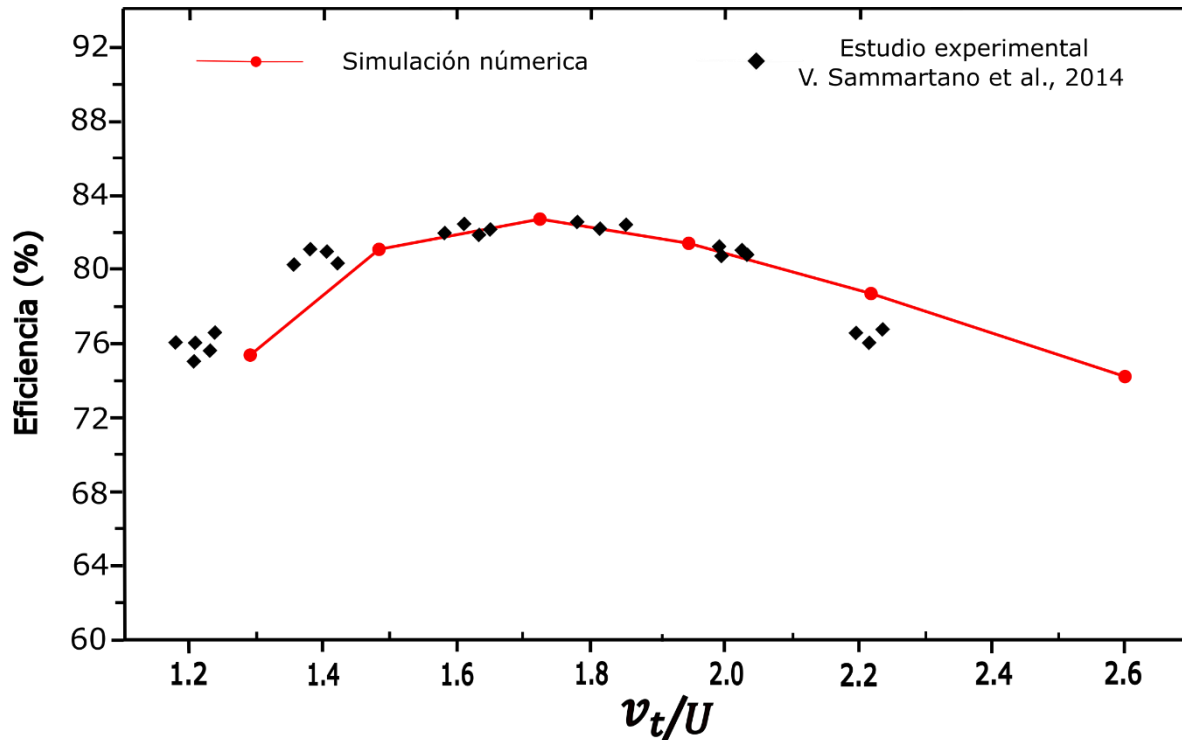


Figura 7. Relación de velocidades de la MBT.

En la Figura 8 se muestra la fracción volumétrica de agua en el plano de simetría (XY) de la MBT, donde se puede observar que existe una separación de flujo insignificante en la primera y segunda etapa debido a que el diseño implementado en el inyector permite una mayor similitud entre los ángulos de la velocidad relativa del fluido y la posición de los álabes ($\beta_1 = \beta_{1b}$) a lo largo de la posición del azimutal en la entrada del rotor; esto mejora las condiciones de flujo en la entrada y a través del rotor, lo que provoca una mejora en el rendimiento hidráulico, coincidiendo con los resultados obtenidos por Adhikari y Wood (2017). Además, se puede observar que el flujo no presenta alteraciones dentro

del rotor debido a que no hay un eje que lo atraviese. En consecuencia, el rendimiento hidráulico mejora en comparación con un rotor con eje, como concluye el estudio realizado por Sammartano *et al.* (2013).

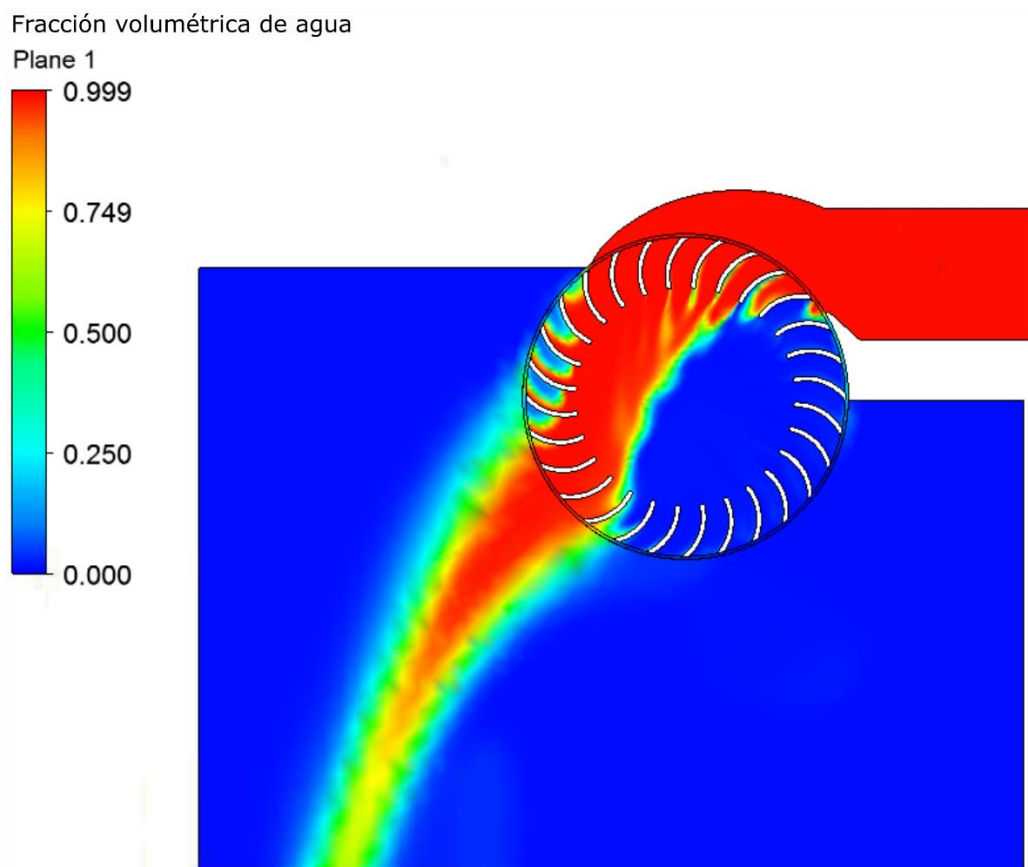


Figura 8. Fracción volumétrica de agua en la MBT.

La Figura 9 presenta los vectores de velocidad trazados por la magnitud de la velocidad en el plano de simetría (XY). En este caso, se produce un aumento de la velocidad en la reducción de la sección

transversal del inyector, obteniendo una eficiencia del inyector determinada por la Ecuación (2) de alrededor del 97 %. Luego hay una reducción de la velocidad a la salida de la primera etapa debido a que el fluido entrega la mayor parte de su energía cinética en la primera etapa (Shepherd, 1956). Inmediatamente después se genera el flujo cruzado y el fluido transfiere el resto de su energía cinética a los álabes del rotor durante la segunda etapa.

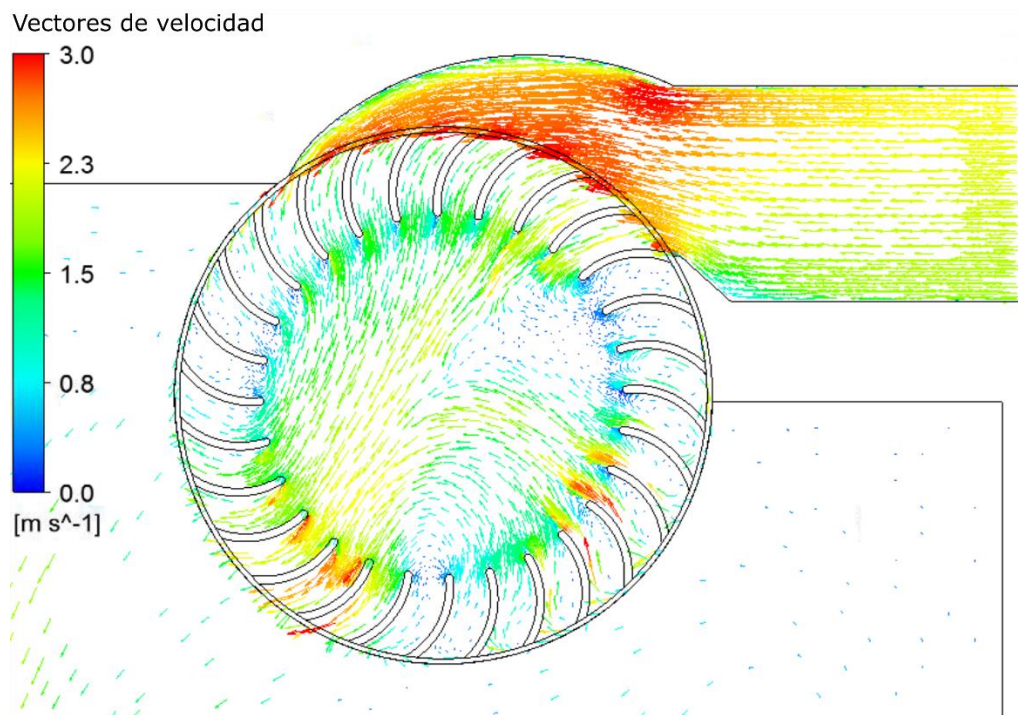


Figura 9. Vectores de velocidad del agua en la MBT.

La Figura 10 presenta los contornos de presión del fluido en el mismo plano de simetría XY, donde se puede ver el paso del fluido a

través del MBT desde la entrada hasta la salida, donde los valores asignados a los colores verde y azul indican las presiones máxima y mínima generadas, respectivamente, por el chorro de agua. Es posible observar una pérdida de presión del fluido al pasar por la turbina, que se debe a dos factores: la conversión de H en energía cinética y las pérdidas en el inyector. Además, también se evidencian presiones de vacío que ocurren en los lados convexos de los álabes durante la primera y segunda etapa, siendo más evidentes en la primera etapa debido a que todos los álabes están sumergidos; esto concuerda con los perfiles de velocidad presentados en la Figura 9, donde se obtienen los mayores deltas de velocidad en los álabes ubicados en la primera etapa, lo cual es aconsejable debido a que la MBT funcionará como turbina de reacción, al utilizar la diferencia de presiones en los álabes para aumentar el momento angular del corredor (Ceballos *et al.*, 2017).

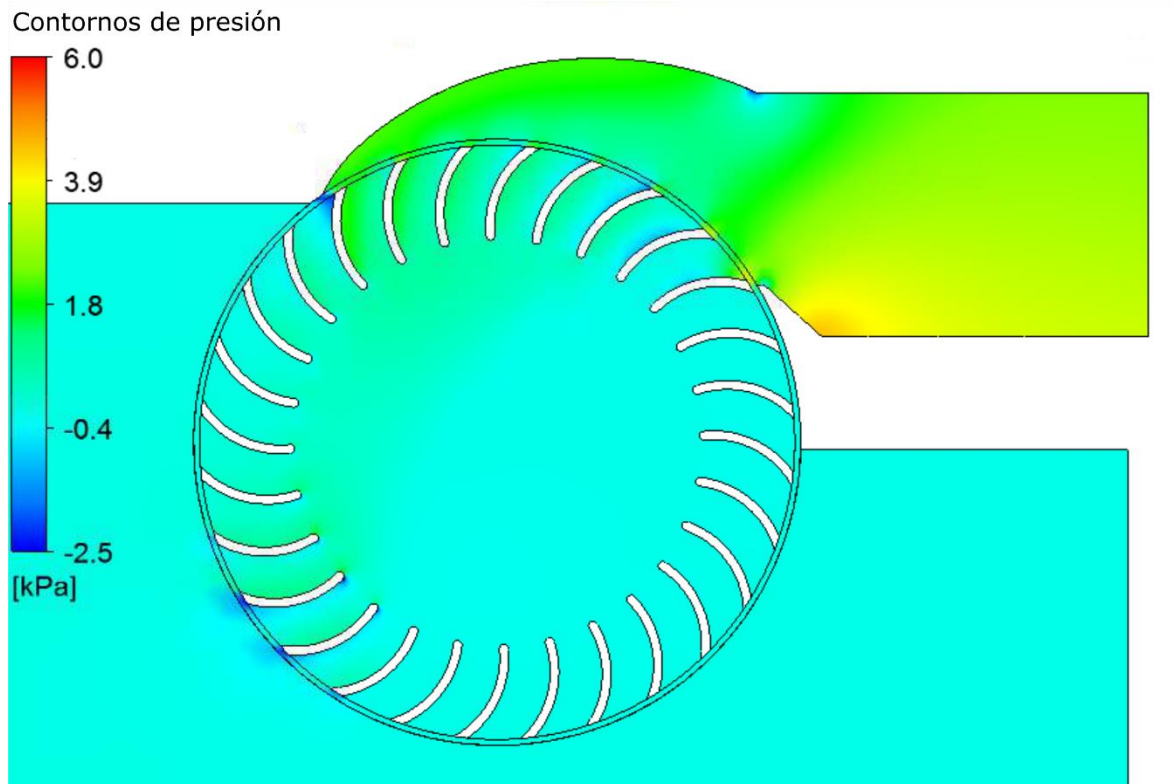


Figura 10. Contornos de presión manométrica en la MBT.

Conclusiones

Este artículo presenta la validación numérica de una metodología de diseño nueva y simple para el dimensionamiento de la MBT, que se utiliza por lo regular en todo el mundo en sistemas hidroeléctricos de

pequeña escala. Para tal efecto, se ha realizado un estudio analítico, utilizando diferentes ecuaciones para el diseño geométrico de cada elemento de la MBT, especialmente para el rotor y el inyector, a partir de investigaciones numéricas y experimentales que se utilizaron para establecer la metodología presentada, la cual fue validada mediante simulaciones tridimensionales de Navier-Stokes promediadas por el método de Reynolds (RANS) con el modelo de turbulencia $k-\varepsilon$, un modelo de flujo de superficie libre homogéneo de dos fases, y el *software* comercial *ANSYS CFX*.

La metodología establecida en este trabajo permite diseñar cada uno de los elementos de la MBT con base en las condiciones de operación del lugar de instalación (Q y H), logrando eficiencias hidráulicas del 83 % y acortando de forma significativa el tiempo requerido en la etapa de diseño. Se verifica que la metodología de diseño propuesta para el rotor y el inyector permite al diseñador obtener una MBT de alto rendimiento, siguiendo las condiciones de sitio (Q y H). Además, ofrece una alternativa actualizada a la metodología propuesta por Olade (1987) para el diseño de este tipo de turbinas.

Trabajo futuro

En cuanto a trabajos futuros, conviene establecer diferentes ecuaciones para un nuevo diseño de álabes para el rotor en términos de las condiciones del sitio (H y Q), integrando nuevos materiales y técnicas de fabricación que permitan fabricar álabes con geometrías mejorada, que puedan incrementar la transferencia de energía en la primera y segunda etapa. Además, las modificaciones en la pared posterior del inyector podrían mejorar el perfil de velocidad en la entrada del rotor y la eficiencia de la turbina.

Agradecimientos

Los autores agradecen al Instituto Tecnológico Metropolitano y su grupo de investigación en Materiales Avanzados y Energía MATyER, en el campo de la Computación Avanzada y Diseño Digital, y al Grupo de Energía Alternativa GEA de la Universidad de Antioquia por poner a disposición sus recursos para llevar a cabo este proyecto.

Nomenclatura		H	Columna de agua (m)
D_{ext}	Diámetro externo del rotor (mm)	Q	Caudal (m^3/s)
D_{int}	Diámetro interno del rotor (mm)	N_s	Número específico de revoluciones
N_b	Número de álabes	N_q	Número específico de revoluciones

W	Ancho del rotor (mm)	v	Velocidad del fluido (m/s)
B	Ancho del inyector (mm)	T	Torque ($N \cdot m$)
h_0	Altura del inyector a la entrada del rotor (mm)	Símbolos griegos	
θ_s	Arco de salida del inyector ($^\circ$)	γ	Peso específico (N/m^3)
C_v	Coeficiente de pérdidas del inyector	ω	Velocidad del corredor (RPM)
Z_a	Número de álabes mojados	δ	Ángulo de curvatura de los álabes ($^\circ$)
P	Potencia de freno (CV)	α	Ángulo de ataque del fluido ($^\circ$)
U	Velocidad tangencial del rotor (m/s)	β_1	Ángulo de entrada de la velocidad relativa ($^\circ$)
v_t	Velocidad tangencial del fluido (m/s)	β_2	Ángulo de salida de la velocidad relativa ($^\circ$)
g	Gravedad (m/s^2)	β_{1b}	Ángulo de ataque de los álabes ($^\circ$)
R_B	Radio de curvatura de los álabes (mm)	β_{2b}	Ángulo de salida de los álabes ($^\circ$)

Referencias

Adanta, D., Siswantara, A. I., & Prakoso, A. P. (2018). Performance Comparison of NACA 6509 and 6712 on pico hydro type cross- flow turbine by numerical method. *Journal of Advanced Research in Fluid Mechanics and Thermal Sciences*, 45, 116-127.

Adhikari, R.C., & Wood, D. H. (2018). Computational analysis of part-load flow control for crossflow hydro-turbines. In: *Energy for sustainable development*, vol. 45 (pp. 38-45). Recovered from <https://doi.org/10.1016/j.esd.2018.04.003>

Adhikari, R. C., & Wood, D. H. (2017). A new nozzle design methodology for high efficiency crossflow hydro turbines. *Energy for Sustainable Development*, 41, 139-148. Recovered from <https://doi.org/10.1016/j.esd.2017.09.004>

Arellano-Vilchez, M. A. (2015). *Geometría del álabe del rotor para mejorar el torque en una turbina Michell-Banki* (Tesis de maestría no publicada). Universidad Nacional del Centro del Perú.

Ceballos, Y. C., Valencia, M. C., Zuluaga, D. H., Del-Rio, J. S., & García, S. V. (2017). Influence of the number of blades in the power generated by a Michell Banki Turbine. *International Journal of Renewable Energy Research*, 7(4), 1989-1997.

Chichkhede, S., Verma, V., Gaba, V. K., & Bhowmick, S. (2016). A simulation based study of flow velocities across cross flow turbine at different nozzle openings. *Procedia Technology*, 25(Raerest), 974-981. Recovered from <https://doi.org/10.1016/j.protcy.2016.08.190>

- Dragomirescu, A. (2016). Numerical investigation of the flow in a modified Bánki turbine with nozzle foreseen with guide vanes. *Proceedings of the 2016 International Conference and Exposition on Electrical and Power Engineering, EPE 2016, Epe*, 874-879. Recovered from <https://doi.org/10.1109/ICEPE.2016.7781461>
- Chiyembekezo, K., Cuthbert, K., & Torbjorn, N. (2014). A numerical investigation of flow profile and performance of a low cost crossflow turbine. *International Journal of Energy and Environment*, 5(3), 275-296.
- Olade, Organización Latinoamericana de Energía. (1987). *Manual de diseño, estandarización y fabricación de equipos para pequeñas centrales hidroelectricas (Vol 1, pp. 5-118)*. Quito, Ecuador. Quito, Ecuador: Organización Latinoamericana de Energía. Recuperado de <http://biblioteca.olade.org/opac-tmpl/Documentos/old0194.pdf>
- Organization, UNID, United Nations Industrial Development Organization. (2016). *World Small Hydropower Development Report 2016*. Viena, Austria: United Nations Industrial Development Organization. Recuperado de http://www.smallhydroworld.org/fileadmin/user_upload/pdf/2016/WSHPDR_2016_full_report.pdf
- Paish, O. (2002). Small hydro power: Technology and current status. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 6(6), 537-556. Recovered from [https://doi.org/10.1016/S1364-0321\(02\)00006-0](https://doi.org/10.1016/S1364-0321(02)00006-0)

Paredes-Gutiérrez, C. A., Palacio-Higuita, E. A., & Gómez-Gómez, J. I. (2008). La turbina Michell-Banki y su presencia en Colombia. *Avances de Recursos Hidraulicos*, 17, 33-42.

Paz, E. P., Carrocci, L. R., Filho, P. M., & Luna, C. R. (2007). Metodología de diseño hidráulico y mecánico de una turbina Michell-Banki. *8º Congreso Iberoamericano De Ingeniería Mecánica*. Cusco, Perú.

Popescu, D. (2017). Flow control in Banki turbines. *Energy Procedia*, 136, 424-429. Recovered from <https://doi.org/10.1016/j.egypro.2017.10.272>

Rantererung, C. L., Tandiseno, T., & Malissa, M. (2019). Application of cross flow turbine with multi nozzle in remote areas. *International Journal of Mechanical Engineering and Technology (IJMET)*, 10(08), 1-12. Recovered from <http://iaeme.com/Home/issue/IJMET?Volume=10&Issue=8>

Sammartano, V., Morreale, G., Sinagra, M., & Tucciarelli, T. (2016). Numerical and experimental investigation of a cross-flow water turbine. *Journal of Hydraulic Research*, 54, 321-331.

Sammartano, V., Morreale, G., Sinagra, M., Collura, A., & Tucciarelli, T. (2014). Experimental study of cross-flow micro-turbines for aqueduct energy recovery. *Procedia Engineering*, 89, 540-547. Recovered from <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2014.11.476>

Sammartano, V., Aricò, C., Carravetta, A., Fecarotta, O., & Tucciarelli,

T. (2013). Banki-Michell optimal design by computational fluid dynamics testing and hydrodynamic analysis. *Energies*, 6(5), 2362-2385. Recovered from <https://doi.org/10.3390/en6052362>

Shepherd, D. G. (1956). *Principles of turbomachinery*. New York, USA: Macmillan Company.

Tesfaye-Woldemariam, E., Lemu, H. G., & Wang, G. G. (2018). CFD-driven valve shape optimization for performance improvement of a micro cross-flow turbine. *Energies*, 11(1), 248. Recovered from <https://doi.org/10.3390/en11010248>

Warjito, A. I., Siswantara, D., Adanta, A. P., & Prakoso, R. D. (2017). Comparison between airfoil NACA-6712 profiled and ordinary blade in cross-flow turbine by numerical simulation. *15th International Conference on Quality in Research*, Bali, Indonesia.