

MODELO MATEMÁTICO PARA LA DETERMINACIÓN DEL TRANSPORTE LONGITUDINAL PARA PLAYAS DEL CARIBE

• Luis Fermín Córdova-López • Ronnie Torres-Hugues •
Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Cuba

Resumen

Se han evaluado, para la península de Hicacos, Matanzas, Cuba, los modelos de CERC (1984) y Kamphuis (2000), los cuales relacionan las tasas de transporte de sedimento con el flujo de energía, y el modelo de Bijker (1971), que relaciona las velocidades de la corriente litoral y los volúmenes de sedimento disponibles para el transporte. Estos han sido comparados con cubicaciones de levantamientos batimétricos realizados en el área. Posteriormente se comparan los resultados con los obtenidos mediante el *software* UNIBEST.

Palabras clave: transporte, longitudinal, sedimento, Caribe, playa, modelo, corriente.

Introducción

Para pronosticar el efecto de cualquier solución que se lleve a cabo en playas de arena es de vital importancia determinar la tasa de transporte de sedimentos. Entre los métodos más frecuentes para este propósito se encuentran: a) la adopción de tasas conocidas de áreas vecinas; b) la cubicación de levantamientos batimétricos de la playa; c) la medición indirecta por cuantificación de volúmenes de sedimentos aportados por las fuentes de material y volúmenes perdidos por otros conceptos dentro de un balance sedimentológico de la costa; d) el cálculo directo mediante la estimación de las velocidades de la corriente litoral y la determinación de volúmenes de sedimento disponible para el transporte, y e) el cálculo directo mediante el uso de ecuaciones de correlación entre transporte de sedimentos y el flujo de energía de los oleajes predominantes, mediante la aplicación de modelos numéricos de evolución.

Teniendo en cuenta este último, en el presente trabajo se aplican las formulaciones del

CERC (1984), Bijker (1971) y Kamphuis (2000). La diferencia entre ellos es la forma en que cada uno toma en cuenta los parámetros que intervienen en el proceso. Por ejemplo, con los modelos del CERC y Kamphuis se determina el transporte de sedimentos total en la zona de rompientes, mientras que el modelo de Bijker ofrece la distribución transversal del transporte de sedimentos longitudinal dentro y fuera de la zona de rompientes.

Materiales y métodos

Para la realización de las pruebas se definió un escenario de clima marítimo que consiste en las olas en aguas profundas generadas por el viento, provenientes del océano Atlántico y el Golfo de México. En estos cálculos se toman en cuenta cuatro direcciones del viento: oeste, noroeste, norte y noreste.

El Instituto de Oceanología de Cuba es responsable de investigaciones anteriores relacionadas con la erosión en la península de Hicacos. Plantea una tendencia erosiva en toda

la playa a lo largo de la península por casi treinta años, estimando una tasa de erosión de la playa mediante la comparación de perfiles a lo largo de los años. La conclusión a la que se arribó es que hay una pérdida anual de 50 000 m³ de arena por año.

Método del CERC (1984)

Fue desarrollado por el Centro de Investigaciones de Ingeniería Costera (CERC, según sus siglas en inglés) del Cuerpo de Ingenieros del Ejército de Estados Unidos de América. El modelo está basado en la idea de que la ola que se aproxima desde el océano genera transporte de sedimentos longitudinal. Esto indica una correlación entre la tasa de transporte longitudinal S_L y la componente longitudinal del flujo de energía en el borde exterior de la zona de rompientes.

El modelo del CERC sólo necesita como entrada de datos las características de la ola entrante y el perfil de la costa. Los resultados de la fórmula del CERC dependen de coeficientes empíricos, tales como el coeficiente A y el índice de rompientes γ . Este modelo es válido sólo para playas relativamente largas y estrechas, donde las diferencias a lo largo de la costa en la altura de la ola rompiente sean pequeñas. Más aún, puede ser aplicado a playas con arenas con diámetro medio en el rango de 0.2 a 1.0 mm.

Fórmula usada por CERC

Existen muchas versiones diferentes de esta fórmula; en este trabajo se presenta según la ecuación (1).

$$S_c = A \cdot H_{s0}^2 \cdot c_0 \cdot K_r^2 \cdot \sin(\phi_b) \cdot \cos(\phi_b) \quad (1)$$

Donde A es un coeficiente; S_L el transporte de arena en m³/s; c_0 la celeridad de la ola en aguas profundas en m/s; ϕ_b , el ángulo entre los contornos de la profundidad y la cresta de la ola en la zona de rompientes; H_{s0} la altura de ola significativa en aguas profundas en m, y K_r es el coeficiente de refracción.

Suposiciones y parámetros

El rango del coeficiente A , dependiendo del tipo de playa, oscila entre $A = 0.028$ - 0.070 m³/s. El Manual de Protección de la Orilla (SPM según sus siglas en inglés) recomienda un valor de 0.05, mientras que el valor más usado en Holanda es de 0.040. En los cálculos se usará un valor de 0.030.

Método de Kamphuis (2000)

El modelo de Kamphuis es una variante de la fórmula del CERC obtenida en un estudio canadiense de sedimentos costeros. Kamphuis (1991) llegó a una expresión que incluye los efectos del periodo de la ola (o esbeltez de la ola), la pendiente de la playa y el diámetro del grano.

La fórmula de Kamphuis es válida para playas planas, sin complicaciones en el sistema de barreras de rompientes, en donde no existan corrientes de marea, con contornos de profundidad rectos, sin presencia de campos de groins ni rompeolas fuera de la zona hacia fuera de la orilla.

Fórmulas usadas para Kamphuis

Un análisis dimensional de la tasa de sedimento Q_s en la turbulenta zona de rompientes conduce a la siguiente expresión general:

$$\frac{Q_s}{\rho \cdot H_{sb}^3 / T_{op}} = 1.3 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{H_{sb}}{L_{op}} \right)^{-1.25} \cdot m_b^{0.75} \cdot \left(\frac{H_{sb}}{D_{50}} \right)^{0.25} \cdot \sin^{0.6}(2 \cdot \alpha_b) \quad (2)$$

En la cual Q es el transporte de sedimentos longitudinal a la costa en kg/s; ρ , la densidad del agua del mar en kg/m³; H_{sb} la altura de la ola en la zona de rompiente en m; T_{op} el periodo pico del espectro en s; L_{op} la longitud de la ola en aguas profundas en m; m , la pendiente de la playa; D_{50} el diámetro medio del grano en

m , y α_b es el ángulo de la ola en el punto de rompiente en grados. Para obtener el transporte de sedimento en unidades métricas (m^3/s) se debe dividir Q por la densidad del sedimento y la fracción de volumen ocupada por el material (1-porosidad):

$$S = \frac{Q}{(1-p)\rho_s}$$

Donde S es el transporte de sedimento en m^3/s ; p , la porosidad en tanto por 1, y ρ_s es la densidad del sedimento en kg/m^3 . Esto conduce a la siguiente fórmula:

$$S = \frac{1.3 \times 10^{-3}}{(1-p)\rho_s} \cdot \frac{\rho \cdot Hb^3}{T} \left(\frac{Hb}{L_0} \right)^{-1.2} \quad (3)$$

$$m^{0.75} \left(\frac{Hb}{D50} \right)^{0.25} \sin^{0.6}(2\phi b)$$

Suposiciones y parámetros

Según Kamphuis *et al.* (1986), el valor del coeficiente de Kamphuis fue determinado en $1.3 \cdot 10^{-3}$ o 41 000 para resultados por año. De acuerdo con Kamphuis (1991), este valor debe ser 64 000. Schoonees (1996) analizó más datos y propone un valor de $1.6 \cdot 10^{-3}$ (o 50 000) para condiciones de oleaje suave, y/o material grueso. Éste debe ser el valor correcto para calcular el transporte de sedimentos potencial por año. Para sitios expuestos, el mejor valor es 65 000.

Método de Bijker (1971)

Este modelo calcula el transporte de sedimentos como una función del campo de oleaje dado y de la corriente longitudinal dada, independiente del modelo original (olas inducidas por corriente o por mareas). La fórmula es capaz de predecir la distribución del transporte de sedimentos sobre el perfil, así como el transporte total.

La componente de carga de fondo fue adaptada de una fórmula existente para la carga de fondo bajo circunstancias de río. Bijker dividió la expresión en un parámetro de remoción y otro de transporte, e introduce la influencia del oleaje para modificar la tensión de cortante del fondo, τ_{cr} y convertirla en el parámetro de remoción τ_{cw} .

Este método tiene como ventajas que se resuelve cualquier problema que también se pueda con la fórmula de CERC; es adaptable a cualquier condición de corriente; el concepto de la fórmula de Bijker —el ajuste de la tensión de cortante tenida en cuenta para las olas— puede tener una aplicación mucho más universal; alternatively, la velocidad, V , incluida en la fórmula de Bijker, puede ser conducida por cualquier combinación de fuerzas y sujeta a toda clase de influencia local, y la fórmula de Bijker puede ser usada para predecir la sedimentación en un canal estrecho, en el cual no hay olas rompientes (Van der Velden, 2000).

Fórmulas usadas para Bijker

El modelo de Bijker está basado en el concepto de que el transporte de sedimentos " S " es igual al producto de la velocidad del flujo " V " y la concentración de sedimentos " C ":

$$S = S_b + S_s \quad (4)$$

En la cual S_b es el transporte de arrastre del fondo y S_s es el transporte de partículas suspendidas.

La formulación del transporte de fondo S_b es:

$$S_b = \frac{b \cdot D_{50} \cdot V \cdot \sqrt{g}}{C} \cdot \exp \left[\frac{-0.27 \cdot \Delta \cdot D_{50} \cdot \rho \cdot g}{\mu \cdot \tau_{cw}} \right] \quad (5)$$

En la cual S_b es el transporte de fondo en m^3/sm ; b , un coeficiente; D_{50} , el diámetro de la partícula en m ; V , la velocidad local en m/s ; r , la rugosidad de fondo en m ; g , la aceleración de

la gravedad en m/s^2 ; μ , el factor de ondulación $= (C/C90)$; C , el coeficiente de Chézy, y Δ es la densidad relativa aparente del material de fondo. La tensión de radiación de fondo promediada en el tiempo debido a oleaje y corriente ' τ_{cw} ' es:

$$\overline{\tau_{cw}} = \frac{\rho g \cdot V^2}{C^2} \cdot \left[0.75 + 0.45 \cdot \left(\xi \cdot \frac{u_o}{V} \right)^{1.13} \right] \quad (6)$$

En donde ξ es el parámetro de Bijker, $= C \sqrt{\frac{f_w}{2g}}$; f_w es el factor de fricción de Johnson, $= \exp[-5.977 + 5.213(ao/r) - 0.194]$; C es el coeficiente de Chézy en $\sqrt{m/s}$, $= 18 \log(12 h/r)$; $C90$ es el coeficiente de Chézy para el diámetro 90 en $\sqrt{m/s}$, $= 18 \log(12 h/D90)$; h es la profundidad local en m; u_o es la velocidad orbital en m/s , $= ao \frac{2\pi}{T}$; ao es el desplazamiento máximo en el fondo en m, $= \frac{1}{2} \frac{H}{\sinh(kh)}$.

Para determinar el transporte suspendido conociendo el transporte de fondo es necesario determinar el factor de las integrales de Einstein, Q , como se aprecia en la ecuación (8), para lo cual se utilizan los valores de las integrales de Einstein, donde se debe calcular el número de Rouse, z^* y la relación r/h .

$$z^* = \frac{w_s}{\kappa \cdot V^*} \quad (7)$$

Donde κ es la constante de von Karman $= 0.4$ y V^* es la velocidad de esfuerzo cortante $[m/s]$.

Ésta es adaptada, teniendo en cuenta la influencia de las olas. $= V^* \cdot c_w = \sqrt{\frac{\tau_{cw}}{\rho}}$

El sedimento suspendido está directamente relacionado con la carga de transporte de fondo de la siguiente manera:

$$S_s = 1.83 \cdot Q \cdot S_b \quad (8)$$

El transporte de sedimentos en toda la sección se determina mediante:

$$S = S_b (1 + 1.83 \cdot Q \cdot S_b) \quad (9)$$

Distribución de velocidad en la zona de rompiente

Si se analiza una columna de agua existirán fuerzas que provocan el movimiento de las aguas y fuerzas que se oponen a éste. El equilibrio de estas fuerzas en la dirección a lo largo de la costa provoca una corriente constante en esa dirección.

Como fuerzas que provocan el movimiento se encuentran las componentes de la tensión de cortante, las fuerzas del viento y las provocadas por la marea. Como fuerzas resistentes se encuentran la turbulencia (mecanismo de difusión horizontal) y la fuerza de fricción del fondo.

Una predicción de la distribución de velocidad usada en el modelo original de Bijker (desde ahora se referirá como Bijker, original) está basada en el equilibrio entre la fricción del fondo y tensión de cortante. Estableciendo este equilibrio se podrán predecir los resultados de la velocidad en un perfil lineal perpendicular a la costa.

$$V = \frac{5\pi}{8\sqrt{2}} \frac{\sin(\phi_o)}{co} \frac{C}{\sqrt{f_w}} \gamma \sqrt{g} \cdot h \cdot m \quad (10)$$

Si se acepta este planteamiento, entonces la velocidad de la corriente longitudinal es una función lineal de la profundidad del agua dentro de la zona de rompiente, ocurriendo el máximo de velocidad en el borde externo de la zona de rotura. Fuera de la zona de rotura la velocidad es cero.

Longuet-Higgins (1971) ha predicho teóricamente la distribución de velocidades, incluyendo la fuerza turbulenta en un equilibrio dinámico junto con la tensión de cortante y la fricción. Según la teoría de Longuet-Higgins (1971), los efectos de fricción lateral de la corriente longitudinal producen una distribución transversal no uniforme a la

velocidad del flujo, con un máximo entorno a la línea de rompiente (Medina, 1997).

- Normalizar la abscisa, $Y = y/y_b$, donde y_b indica, con la notación habitual, la coordenada del punto de rotura (en este caso, la distancia a la línea de la orilla).
- Calcular el parámetro P , definido como $\frac{\pi}{2} \frac{m \cdot N}{\alpha \cdot C}$, donde N es una constante adimensional que ha sido acotada superiormente por $N=0.010$ por Galvin y Eagleson (1965), por lo que puede tomarse este valor a falta de uno mejor; α es una constante empírica, cuyo valor se sitúa en torno a 0.4; C es un coeficiente representativo de la fricción del fondo, su valor se sitúa en torno a 0.010.
- Calcular los parámetros:

$$p1 = \left(-\frac{3}{4}\right) + \sqrt{\frac{9}{16} + P^{-1}},$$

$$p2 = \left(-\frac{3}{4}\right) + \sqrt{\frac{9}{16} + P^{-1}}, \quad A = \frac{1}{1 - 2.5P},$$

$$B1 = \frac{p2 - 1}{p1 - p2} A \quad \text{y} \quad B2 = \frac{p1 - 1}{p1 - p2} A$$

- Determinar la distribución transversal adimensional de la velocidad:

$$\left. \begin{aligned} V^*(y) &= A \cdot Y + B1 \cdot Y^{p1} & 0 \leq Y \leq 1 \\ V^*(y) &= B2 \cdot Y^{p2} & 1 \leq Y \leq \infty \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

donde $V^*(y)$ es la velocidad litoral adimensional en el punto y [-] = V/V_b .

- Determinar la distribución transversal de la velocidad:

$$V(y) = V^*(y) \cdot V_b \quad (12)$$

Donde V_b es la velocidad litoral en la línea de rompiente en m/s.

Si en realidad el oleaje no es regular, la altura de la ola puede variar y el borde exterior

de la zona de rompientes cambiar de posición. Este efecto trae como consecuencia que el perfil de velocidades se haga más ancho y con menor pico en su forma.

Estas dos aproximaciones de distribución de la velocidad de la corriente longitudinal se emplean en los cálculos; la primera, la expresión simple, es usada en Bijker (original) y la segunda, con la distribución de Longuet-Higgins, en Bijker (LH).

UNIBEST

UNIBEST es un *software* creado por Deltares, que ha sido empleado en la modelación de varios proyectos costeros en Holanda y otras partes del mundo con muy buenos resultados.

Para calcular el transporte de sedimentos paralelo a la costa puede utilizarse el módulo UNIBEST LT (*Long shore transport*). Puede calcular la cantidad de transporte de sedimentos debido a condiciones de corriente y oleaje, y los datos que provienen de estos cálculos son usados en UNIBEST CL (*Coast line development*) para predecir cómo se desarrollará la línea de costa en un periodo de tiempo dado y cómo ello afecta el transporte local.

Caso de estudio

La península de Hicacos, situada en la provincia de Matanzas, Cuba, presenta serios problemas de erosión. Tal es así, que la playa de Varadero, que abarca los 20 km de la costa norte de la misma, está siendo constantemente monitoreada y atendida para no perder tan importante recurso natural y turístico, el más importante del país. Esta playa presenta un grupo de características que la hacen representativa no sólo del resto de las playas de Cuba, sino también de la región del Caribe, algunas de ellas son la dirección del clima marítimo, destacándose la dirección O, NO, N y NE; la composición del sedimento, predominando los restos de organismos vivos; la similitud entre variables climatológicas, como temperatura,

radiación solar y precipitaciones, entre otras, correspondientes a un clima tropical; y la importancia socioeconómica de la misma, utilizada como centro turístico y zona de asentamiento poblacional.

Oleaje de entrada

De acuerdo con la literatura, los cálculos con estos métodos se pueden hacer por dos vías diferentes de entrada de datos del oleaje: la primera tomando una ola que responda al promedio ponderado para cada dirección, O, NO, N y NE, y la segunda, para todo el clima de oleaje de estas direcciones.

- Primero, una ola media ponderada por dirección del viento es tomada en cuenta para facilitar los cálculos. Para esto, los datos de la dirección, altura y periodo de la ola y su probabilidad de ocurrencia se tomaron del *Global Wave Statistics* (GWS), zona 32. La altura de ola significativa media ponderada se calcula multiplicando la altura de cada ola por su probabilidad de ocurrencia. Esto es hecho para todas las alturas de ola y la suma es el valor para esa dirección. Lo mismo es hecho para determinar los periodos de la ola. Los resultados se muestran en el cuadro 1. En los cálculos, cada ola causa un transporte proporcional a la ocurrencia de la dirección representativa.
- Segundo, se toma en cuenta todo el clima de oleaje que afecta la península de Hicacos, según el *Global Wave Statistics*, zona 32, en la cual se puede obtener cada

altura de ola posible y su probabilidad de ocurrencia. Para cada rango de alturas de ola se ha calculado un periodo medio multiplicando el periodo de cada ola por su por ciento de ocurrencia. Esto significa un clima de oleaje de 37 olas significativas en aguas profundas. Cada una de estas olas específicas produce una cierta cantidad de transporte de sedimentos.

Sólo hay una corriente de marea débil presente en la península. Si la velocidad de esta corriente es despreciada, esto no tendrá un gran impacto en el sistema.

El valor del índice de rompiente que se toma es de 0.8.

Características de la arena

A partir de los estudios realizados por el Instituto de Oceanología (Juanes, 1997), se determina el resto de los parámetros usados en estos cálculos relacionados con el sedimento y que se muestran en el cuadro 2.

La fuente principal de los sedimentos son las algas *Halimeda algae*.

Batimetría y transporte de sedimentos

En Varadero existe una batería de perfiles perpendiculares a la playa que se muestran en la figura 1. Estos perfiles cubren aproximadamente hasta 50 m al interior de la playa, tal y como se observa en las figuras 2a y 2b. Según Juanes (1997), un estudio realizado a tres perfiles de la playa sirvió para hacer una primera aproximación del ritmo de pérdida

Cuadro 1. Olas promedio obtenidas del GWS.

Dirección	Ángulo de aproximación ϕ_0 (°)	Altura de ola significativa media H_s (m)	Periodo medio, T (s)
Noreste	-75	1.51	5.10
Norte	-30	1.71	5.32
Noroeste	15	1.74	5.19
Oeste	60	1.33	4.60

Cuadro 2. Parámetros usados en los cálculos del modelo de Bijker.

Símbolo	Parámetro	Valor	Unidad
ρ_{sand}	Densidad de la arena	2 700	(kg/m ³)
ρ_{water}	Densidad del agua	1 025	(kg/m ³)
D_{50}	Diámetro del grano medio	0.26	(mm)
D_{90}	Diámetro 90% del grano	0.40	(mm)
r	Coefficiente de rugosidad	0.050	(m)
w_s	Velocidad de caída del grano	0.04550	(m/s)

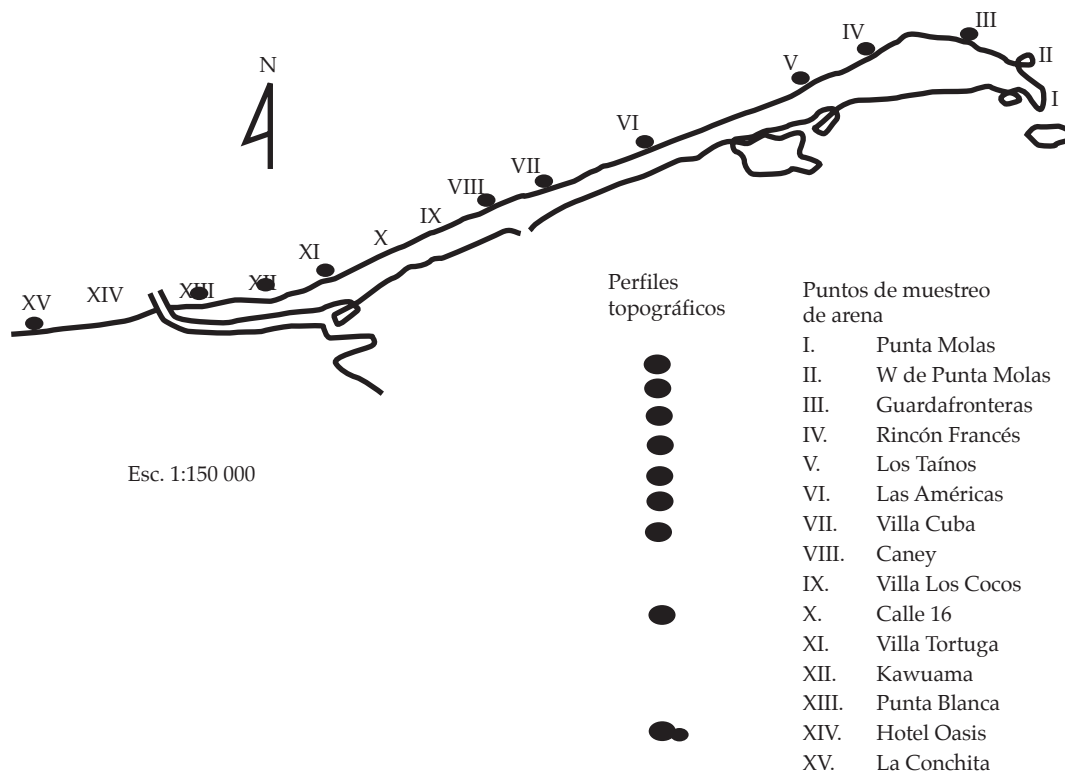


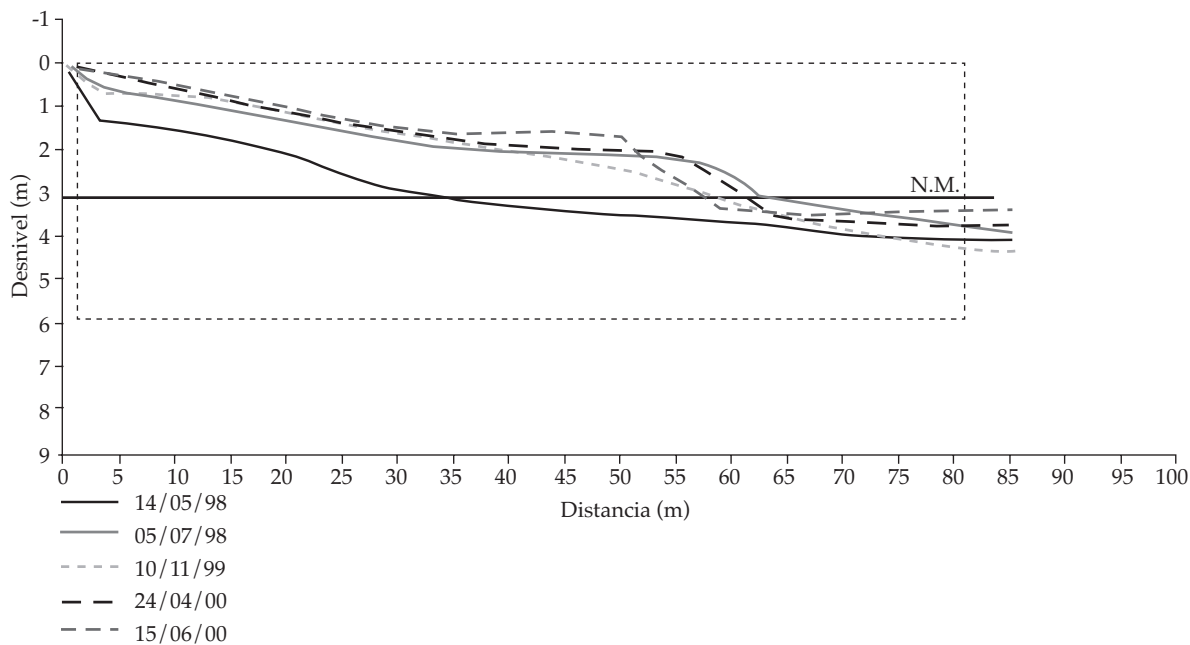
Figura 1. Distribución de los perfiles y puntos de muestreo a lo largo de la península de Hicacos (Juanes, 1997).

general, considerándose una longitud de playa de 20 km, obteniéndose que la pérdida de volumen está en el orden de los 40 000 a 50 000 m³/año.

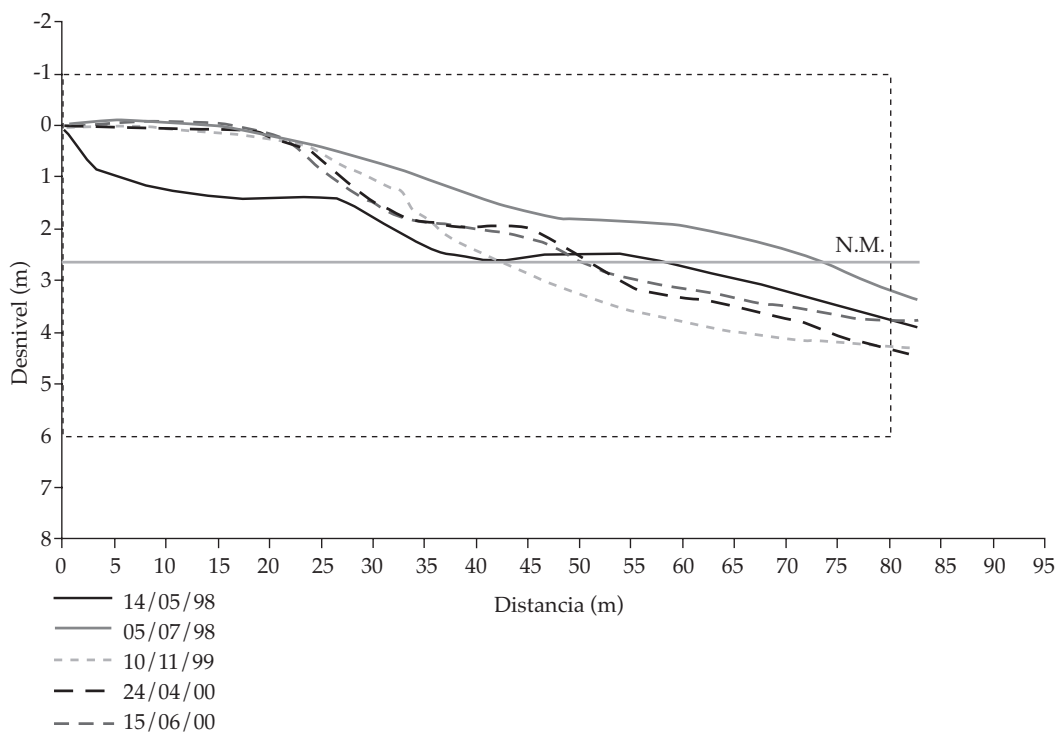
Perfil promedio

Para simplificar los cálculos se ha seleccionado un perfil medio para toda la península. Este

perfil es tomado cerca del Hotel Bella Costa, el cual se muestra en la figura 3. Se ha agregado una línea recta en este perfil para simplificar los cálculos. Con esto se asume que esta línea es representativa para todo perfil de la playa en toda la península. La línea de tendencia tiene una pendiente de 1:60. Es decir, por cada metro de profundidad se ha medido una distancia de 60 metros.



a) Perfiles para la sección PN-18



b) Perfiles para la sección PN-24

Figura 2. Perfiles medidos en la península. Fuente: Instituto de Oceanología, Cuba.

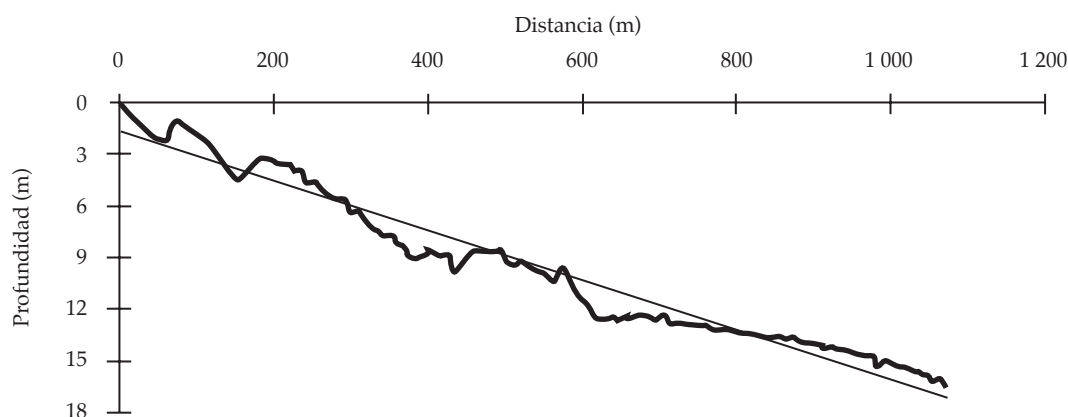


Figura 3. Perfil medio usado para los cálculos

Resultados y discusión

Ancho de la zona de rompientes

En primer lugar, se determina el ancho de la zona de rompientes y valores de algunas de las características más importantes en el resto de los cálculos para las olas representativas de cada dirección, tal como aparece en el cuadro 3.

Resultados de cálculo con el modelo del CERC

Teniendo en cuenta el rango de aplicación del modelo y las características de la playa en estudio, se puede afirmar que este modelo es aplicable a esta playa.

Usando el modelo del CERC se han determinado las siguientes cantidades de transporte de sedimentos con los datos mostrados en el cuadro 3 para las cuatro olas, una por cada

dirección, y con todo el clima de oleaje. El resultado del cálculo se tiene en el cuadro 4.

Resultados de cálculo con el modelo de Kamphuis

En el área de interés (península de Hicacos) existe alguna influencia de la marea, pero no es mucha realmente (la diferencia de mareas es de 0.20 m). Hay rompeolas en la salida del Canal de Paso Malo y los contornos de profundidad difieren a lo largo de la península; pero tomando esto en consideración, el modelo de Kamphuis aún puede ser usado para una estimación de la cantidad potencial de transporte de sedimentos. Para estos cálculos, el coeficiente de Kamphuis ha sido determinado como $1.3 \cdot 10^{-3}$ m/s o 41 000 m/a, porque en la playa de Varadero, las condiciones de oleaje no son suaves y no hay presente material de fondo grueso.

Cuadro 3. Características fundamentales en la línea de rompiente para las cuatro olas.

Dirección	ϕ_0 (°)	H_s (m)	T (s)	ZR (m)	H_b (m)	hb (m)	V_b (m/s)
Noreste	-75	1.51	5.10	26	0.91	1.14	0.87
Norte	-30	1.71	5.32	103	1.67	2.09	1.86
Noroeste	15	1.74	5.19	106	1.75	2.18	2.00
Oeste	60	1.33	4.60	75	1.05	1.31	1.13

Usando este modelo se calcularon las siguientes cantidades de transporte de sedimentos con los datos del cuadro 3 para cuatro olas, una para cada dirección, y para todo el clima de oleaje. Los resultados se presentan en el cuadro 4.

Resultados de cálculo con el modelo de Bijker

Para los cálculos por este modelo se toman los valores recomendados para el coeficiente $b = 1$ para la zona fuera de la zona de rompiente, y 5 para el interior de la zona de rompiente.

Los cálculos se hicieron tanto con la distribución de la velocidad con la teoría simple como con la distribución de la velocidad de Longuet-Higgins.

Usando el modelo de Bijker se calculan las siguientes cantidades de transporte de sedimentos con los datos del cuadro 3 para las cuatro olas, una para cada dirección, y para todo el clima de oleaje. Los resultados se tienen en el cuadro 4.

A modo de resumen se presentan los resultados de los cálculos en el cuadro 5. Observando estos, se puede decir que:

- El signo negativo indica el sentido del transporte, tomándose como convenio que el transporte hacia el oeste es positivo y hacia el este es negativo. En este caso se puede apreciar que el transporte neto total es positivo, por lo que el transporte neto es en la dirección oeste, es decir, desde Cayo Francés hacia el Canal de Paso Malo, comportándose según los estudios realizados por el Instituto de Oceanología.

Si se observan los valores del transporte de sedimento se pueden notar cuestiones interesantes:

- La diferencia entre los valores calculados con las cuatro olas representativas y todo el clima de oleaje se debe a la dependencia no lineal de la altura de ola rompiente en

Cuadro 4. Resultados del cálculo de la tasa de transporte.

Dirección del oleaje	P (%)	$S4_{CERC}$ (m ³ /año)	ST_{CERC} (m ³ /año)	$S4_{Kamphuis}$ (m ³ /año)	$ST_{Kamphuis}$ (m ³ /año)	$S4_{Bijker(OR)}$ (m ³ /año)	$ST_{Bijker(OR)}$ (m ³ /año)	$S4_{Bijker(LH)}$ (m ³ /año)	$ST_{Bijker(LH)}$ (m ³ /año)
Noreste	18.19	312 000	590 000	46 500	66 670	112 000	218 100	55 000	107 100
Norte	9.82	652 000	1 001 000	24 000	49 380	179 000	293 800	61 000	100 100
Noroeste	4.93	-154 000	-301 000	-13 900	-24 500	-50 000	-82 700	-28 000	-46 300
Oeste	3.29	-86 000	-186 000	-5 100	-10 240	-37 000	-78 000	-7 000	-14 800
Total		724 000	1 104 000	51 500	81 300	204 000	351 200	81 000	146 100

Donde P : por ciento de ocurrencia; $S4_{CERC}$: tasa total de transporte de sedimentos usando cuatro olas representativas mediante el método de CERC; ST_{CERC} : tasa total de transporte de sedimentos usando todo el clima marítimo mediante el método de CERC; $S4_{Kamphuis}$: tasa total de transporte de sedimentos usando cuatro olas representativas mediante el método de Kamphuis; $ST_{Kamphuis}$: tasa total de transporte de sedimentos usando todo el clima marítimo mediante el método de Kamphuis; $S4_{Bijker(OR)}$: tasa total de transporte de sedimentos usando cuatro olas representativas mediante el método de Bijker(OR); $ST_{Bijker(OR)}$: tasa total de transporte de sedimentos usando todo el clima marítimo mediante el método de Bijker(OR); $S4_{Bijker(LH)}$: tasa total de transporte de sedimentos usando cuatro olas representativas mediante el método de Bijker(LH); $ST_{Bijker(LH)}$: tasa total de transporte de sedimentos usando todo el clima marítimo mediante el método de Bijker(LH).

Cuadro 5. Resumen de los resultados de los cálculos.

Capacidad de transporte de sedimentos (m ³ /a)	CERC	Bijker (original)	Bijker (Longuet-Higgins)	Kamphuis
Cuatro olas representativas	724 000	204 000	81 000	51 500
Todo el clima de oleaje	1 104 000	351 200	146 100	81 300

la ecuación de transporte de sedimentos. Esto conduce a resultados mayores. Si, por ejemplo, las olas siguen una distribución tipo Rayleigh y las olas tienen periodo uniforme, la tasa de transporte calculada usando la distribución de alturas de olas es aproximadamente 1.53 veces más grande que los calculados usando sólo una altura de ola media ponderada. Esto explica los resultados más grandes. Cuando se usa todo el clima de oleaje, las olas están representadas con más exactitud, causando mayores capacidades de transporte de sedimentos y, por tanto, mayores tasas de erosión.

- En cuanto a las tasas de transporte, se observó que los cálculos realizados con la formulación del CERC daban valores muy elevados, mientras que la formulación de Kamphuis daba valores muy pequeños. Estos dos métodos son dos métodos integrales que no describen el transporte de sedimentos a partir de la descripción detallada de los fenómenos que tienen lugar. Son fórmulas generales calibradas con mediciones de laboratorio y prototipo, por lo que la universalización de las mismas puede brindar resultados no satisfactorios, tal y como ocurre en el caso de la playa de Varadero.

El modelo de Bijker usa la tensión de corte del fondo para calcular la distribución en el perfil, mientras que los modelos de CERC y Kamphuis emplean la altura de la ola entrante

y su dirección, usando un modelo de energía de más, mostrando que no hay diferencia en la cantidad de transporte de sedimentos a través de una unidad de ancho en una sección transversal.

Los resultados del transporte de sedimentos longitudinal neto para los primeros cincuenta metros de playa se observan en el cuadro 6. Es de destacar que las estimaciones del transporte de sedimentos realizadas por el Instituto de Oceanología, a partir de los perfiles batimétricos existentes en Varadero, plantean un desplazamiento de la arena entre los 40 000 y los 50 000 m³/año, el cual puede comprender otros fenómenos, tales como el transporte transversal, producto de eventos extremos, que pueden conducir parte de la arena fuera del sistema y por tanto no retorna al origen. Observando las figuras 2a y 2b se puede apreciar que aproximadamente la mitad de los perfiles corresponde a la parte seca de la playa, por lo que se puede estimar que el transporte de sedimentos longitudinal es un 70% del transporte total, por tanto debe estar en el orden de los 28 000 a 35 000 m³/año. En el cuadro 6 se muestran los resultados para el resto de las formulaciones, pero integradas solamente para los primeros cincuenta metros de playa, lo cual fue realizado por Trujillo (2004). De estos resultados se observa que el método de Bijker, utilizando la distribución de corrientes longitudinales original (propuesta por Bijker) y la formulación propuesta por Longuet-Higgins (1971) para el cálculo de las corrientes longitudinales generadas por el

Cuadro 6. Transporte de sedimentos para los primeros cincuenta metros (m³/año).

Dirección	CERC	Kamphuis	Bijker (OR)	Bijker (LH)
NE	183 600	14 100	35 300	27 000
N	117 000	8 300	7 400	11 200
NO	-28 400	-2 600	-3 200	-5 600
O	-40 500	-2 400	-6 300	-3 400
Total	231 700	17 400	33 200	29 200
Oceanología	entre 28 000 y 35 000			

oleaje, brinda un resultado muy satisfactorio (33 200 y 29 200 m³/año, respectivamente), en comparación con las estimaciones del Instituto de Oceanología; mientras que la formulación del CERC brinda un resultado muy grande (231 700 m³/año) y la formulación de Kamphuis da un resultado pequeño (17 400 m³/año).

Comparación de un modelo simplificado en UNIBEST con los resultados de los cálculos anteriores

A continuación se lleva a cabo una comparación entre los resultados con el mismo modelo simplificado arrojados por UNIBEST LT y los resultados estimados anteriormente, para comprobar si el modelo UNIBEST arroja resultados similares a los cálculos con Bijker (LH).

Como se había visto, en el primer caso se ha tomado sólo una ola representativa de cada dirección; en el segundo caso se ha corrido todo el clima de oleaje. Se ha usado el mismo perfil. El borde dinámico se ha puesto a una profundidad de 11 m (672 m fuera de la costa).

Con la aproximación de Bijker se calculó la cantidad y dirección del transporte de sedimentos. Para ello se utilizaron los mismos parámetros. Los resultados de la corrida con LT en UNIBEST se presentan en el cuadro 7. El modelo UNIBEST arroja un valor negativo en la dirección oeste, mientras que el estimado dio un resultado positivo para esta dirección. Por tanto, el signo de este estimado ha sido cambiado en el cuadro 7.

Observando los resultados del cuadro 7 relacionados con la determinación de la capacidad de transporte de sedimentos, se puede notar que los resultados están en el mismo orden de magnitud entre los valores obtenidos mediante el modelo de Bijker (LH) y el modelo UNIBEST tanto para las cuatro olas representativas de las direcciones como para todo el clima de oleaje marítimo.

Esto, sin duda, guarda estrecha relación con la configuración y los valores de la distribución de la velocidad de la corriente longitudinal mostrada en la figura 4. De la observación de esta figura se puede señalar que ambos modelos presentan aproximadamente la misma área bajo la curva, y que la velocidad según Longuet-Higgins presenta valores mayores, de ahí que también se produzcan mayores valores en la tasa de transporte de sedimentos longitudinal que los obtenidos con el UNIBEST, pero en el mismo rango de magnitud.

Si se compara la distribución de velocidad encontrada en UNIBEST con la de los cálculos, se pueden apreciar diferencias entre las usadas en Bijker (original), Bijker (Longuet-Higgins) y Bijker (UNIBEST). Dicha comparación se muestra en la figura 4.

El modelo UNIBEST usa para describir la distribución de la corriente longitudinal en la aproximación de Bijker la ecuación básica de momentum (ecuación (13)):

$$\frac{d}{dx} S_{xy} + \rho g d \frac{dh_0}{dy} + \rho \frac{g}{C^2} V |V_{tot}| = 0 \quad (13)$$

Cuadro 7. Comparación del UNIBEST con los resultados anteriores.

Dirección de la ola	Cálculos con Bijker (LH) (m ³ /y)	(UNIBEST) Bijker (m ³ /y)
NE	-55 000	-37 600
N	-61 000	-68 500
NO	28 000	+22 200
O	7 000	+10 100
Total	-81 000	-84 000
Todo el clima marítimo	-146 100	-121 400

Distribución de la velocidad de la corriente (NE)

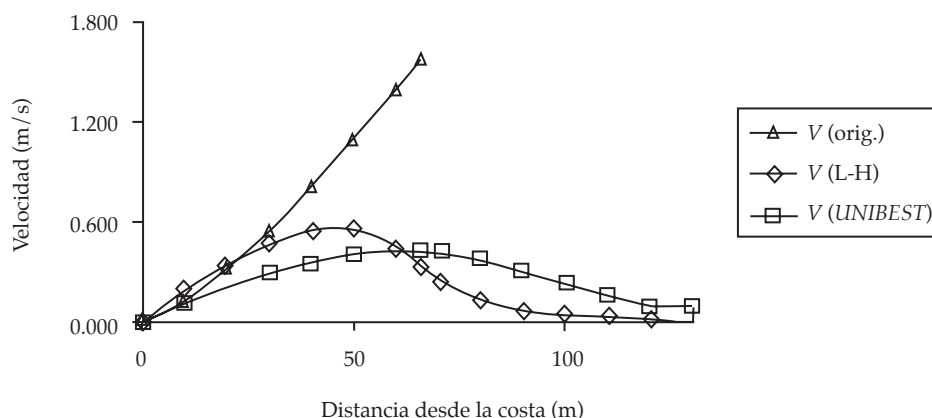


Figura 4. Distribución de la velocidad de la corriente en la dirección NE.

En la cual, la segunda parte (dh_0/dy) involucra a la marea. Pero como se puede observar de la figura 4, el área bajo el gráfico para Longuet-Higgins y UNIBEST son aproximadamente las mismas. De esto se puede concluir que se toma en cuenta la misma cantidad potencial de transporte de sedimentos.

Conclusiones

El modelo Bijker (LH) es capaz de describir con buen grado de aceptación el mecanismo del transporte de sedimentos longitudinal, por lo que se recomienda que este modelo sea utilizado en el resto de las playas de la región, ajustándolo a las características particulares de cada playa.

Recibido: 21/10/09
Aprobado: 30/09/10

Referencias

- BIJKER, E.W. Long shore Transport Computations. *Journal of the Waterways, Harbours and Coastal Engineering Division*. Vol. 97, No. WW4, 1971, pp. 687-701.
- CERC. *Shore Protection Manual (SPM)*. USACE, U.S. Army Coastal Engineering Research Center, 1984.
- JUANES, J.L. La erosión en las playas de Cuba. Alternativas para su control. Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Geográficas. La Habana: Universidad de La Habana, 1997.
- KAMPHUIS, J.W., DAVIES, M.H., NAIR, R.B., and SAYAO, O.J. Calculation of Littoral Sand Transport Rate. *Coastal Engineering*. Vol. 10, 1986, pp. 1-21.
- KAMPHUIS, J.W. Alongshore Sediment Transport Rate. *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng.* ASCE. Vol. 117, 1991, pp. 624-640.
- KAMPHUIS, J.W. Introduction to Coastal Engineering and Management. *Advanced Series on Ocean Engineering*. Vol. 16. Queens: University of Queens, World Scientific, 2000.
- LONGUET-HIGGINS, M.S. Recent progress in the Study of Long shore Current. Waves on Beaches and Resulting Sediment Transport. *Proceeding of an Advanced Seminar, Mathematics Research Center Publication*. Vol. 28. University of Wisconsin, Madison, USA, 1971, pp. 203-248.
- MEDINA, J.M. Introducción a la evaluación del transporte sólido longitudinal neto. *Revista Ingeniería Civil*. Núm. 103, julio-septiembre, 1997, pp. 49-63.
- TRUJILLO, L.G. Estudio de diferentes teorías de oleaje y su aplicación al transporte de sedimentos en playas. Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Técnicas. La Habana: Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, 2004.
- VAN DER VELDEN, E.T.J.M. *Coastal Engineering*. Vol. II. Delft: Faculty of Civil Engineering and Geosciences, Delft University of Technology, 2000.

Abstract

CÓRDOVA-LÓPEZ, L.F. & TORRES-HUGUES, R. *Mathematical model to determine alongshore transport rate to Caribbean beaches. Water Technology and Sciences, formerly Hydraulic engineering in Mexico (in Spanish). Vol. II, No. 3, July-September, 2011, pp. 127-140.*

This article evaluates CERC (1984) and Kamphuis (2000) models for the Hicacos Peninsula, Matanzas, Cuba, which relate sedimentation transport rates with energy flow. The Bijker (1971) model is also evaluated, relating alongshore current velocity with sediment volumes available to be transported. These are compared with volumetric/bathymetric measurements conducted in the area. The results are then compared with those obtained using UNIBEST software.

Keywords: *transport, longitudinal, sediment, Caribbean, beach, model, current.*

Dirección institucional de los autores

*Dr. Luis Fermín Córdova-López
M.C. Ronnie Torres-Hugues*

Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría
Calle 114 número 11901, esquina 119 y 127
Marianao, CUBA
Teléfonos: +53 (7) 2601 416 y 2672 013
Fax: +53 (7) 2672 013
cordova@tesla.cujae.edu.cu
ronnie@cih.cujae.edu.cu