

OBTENCIÓN DE ECUACIONES EMPÍRICAS PARA ESTIMACIÓN DE CRECIENTES DE DISEÑO EN LA REGIÓN HIDROLÓGICA NÚM. 10 (SINALOA) DE MÉXICO

• Daniel Francisco Campos-Aranda* •
Profesor jubilado de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí

*Autor de correspondencia

Resumen

CAMPOS-ARANDA, D.F. Obtención de ecuaciones empíricas para estimación de crecientes de diseño en la Región Hidrológica Núm. 10 (Sinaloa) de México. *Tecnología y Ciencias del Agua*. Vol. V, núm. 1, enero-febrero de 2013, pp. 125-143.

Las crecientes de diseño (Q_{Tr}) son la estimación hidrológica más frecuente debido a que son básicas para dimensionar y revisar todo tipo de obras hidráulicas. Su estimación en cuencas sin datos de gasto máximo anual se basa en los métodos regionales, que emplean tal información de una región o zona geográfica para obtener resultados que son aplicables dentro de ella. Los procedimientos regionales son de dos tipos: los similares al índice de crecientes y el desarrollo de ecuaciones de empíricas. Los primeros se basan y deben su capacidad de predicción a la homogeneidad de la región; en cambio, el segundo método permite cierto grado de heterogeneidad, la cual es tomada en consideración en los propios modelos de regresión generados. Empleando como variables predictivas el área de cuenca (A), la longitud del cauce principal (Lcp) y las predicciones de lluvia máxima diaria (PMD), se establecieron cuatro ecuaciones empíricas, seleccionando dos, según sus índices de desempeño, para cada uno de los seis periodos de retorno establecidos. Se procesaron 23 registros de gastos máximos para obtener los valores de Q_{Tr} con base en la distribución general de valores extremos. Para la obtención de los coeficientes de ajuste de cada ecuación se emplearon tres métodos: el de mínimos cuadrados de los residuos en el dominio logarítmico, su corrección por sesgo y el de optimización numérica minimizando una función objetivo. Se obtuvieron seis ecuaciones empíricas para cada uno de los seis periodos de retorno analizados. El contraste numérico en seis estaciones hidrométricas no utilizadas en la deducción de las ecuaciones y en seis de las procesadas, las de mayor periodo de registro, indica una regularidad en las estimaciones y destaca la capacidad predictiva de las ecuaciones empíricas desarrolladas. Se recomienda aplicar el procedimiento propuesto en otras regiones para encontrar este tipo de ecuaciones, que permiten estimar las crecientes de diseño de manera sumamente fácil.

Palabras clave: regresión lineal múltiple, error relativo, índices de desempeño, algoritmo de Rosenbrock.

Abstract

CAMPOS-ARANDA, D.F. *Obtainment of empirical equations for design floods estimation in the Hydrological Region No. 10 (Sinaloa) of Mexico. Water Technology and Sciences (in Spanish). Vol. V, No. 1, January-February, 2013, pp. 125-143.*

Floods designing (Q_{Tr}) is the most common hydrological estimation, because it is basic to sizing and reviewing all types of hydraulic works. Its estimation in watersheds without annual maximum flow data is based on regional methods, which use such information from a region or geographical area, in order to obtain results that apply within it. There are two types of regional procedures: those related to the index flood and those that develop empirical equations. The first type is based on the homogeneity of the region, hence its predictability; whereas the second method allows some degree of heterogeneity, which is taken into account in the regression models generated. Four empirical equations were established, using as prediction variables: the watershed area (A), the main channel length (Lcp) and predictions of maximum daily rainfall (PMD). Only two equations were selected for each of the six return periods established. 23 records of maximum annual flow were processed to obtain values of Q_{Tr} based on the General Extreme Values distribution. To obtain the fit coefficients of each equation three methods were used: the least-squared residuals in the logarithmic domain, their bias correction and the numerical optimization minimizing an objective function. Six empirical equations for each of the six return periods analyzed were obtained. The regularity of the estimations was tested by numerically contrasting results from six gauging stations (not used in the derivation of the equations) and six of those processed (those with the longest period of record). Such analysis allowed to point out the predictive ability of the empirical equations developed. It is highly recommended to apply the proposed procedure in other regions to find such empirical equations for design flood estimation, because of their very simple application.

Keywords: multiple linear regression, relative error, performance indices, Rosenbrock algorithm.

Introducción

Las *crecientes de diseño*, conocidas de manera coloquial como *avenidas máximas*, son la estimación hidrológica más común, debido a que con base en ellas se dimensionan, en las etapas de planeación y/o diseño, todas las obras de infraestructura hidráulica; además, permiten la revisión de la seguridad asociada con tales obras cuando ya están construidas, sean éstas de aprovechamiento o de control (embalses), de protección (diques y encauzamientos) o de cruce (alcantarillas y puentes). El procedimiento más confiable para la estimación de las crecientes de diseño consiste en el ajuste de un modelo probabilístico al registro disponible de gastos máximos anuales, para obtener estimaciones o *predicciones* relativas a diversas probabilidades de excedencia, cuyo recíproco es el periodo de retorno o intervalo promedio en años entre la ocurrencia de un evento igual o mayor. El procedimiento citado se denomina de manera genérica análisis de frecuencia de crecientes (AFC) y actualmente emplea como modelos probabilísticos prescritos la distribución Log-Pearson tipo III, la General de Valores Extremos y la Logística Generalizada, ajustando éstas a través del método de momentos, de máxima verosimilitud o de momentos L .

La desventaja fundamental del AFC es la escasa disponibilidad de registros de crecientes en los sitios de interés. Por ello, se recurre al análisis *regional* de frecuencia de crecientes (ARFC), el cual utiliza la información de gastos máximos anuales disponible en una región o zona que puede ser considerada *homogénea* desde un punto de vista hidrológico. Las técnicas de ARFC utilizan de manera conjunta la información citada y sus resultados resultan aplicables a cualquier sitio o localidad ubicada dentro de la región homogénea. Por ello, el ARFC permite estimar crecientes de diseño en cuencas sin aforos. Entre los métodos clásicos del ARFC se tienen la técnica de las estaciones-años, el índice de crecientes, el ajuste de modelos probabilísticos con base en parámetros estadísticos regionales y la obtención de

ecuaciones de regresión potencial, que relacionan las crecientes de diseño obtenidas en cuencas aforadas, con ciertas características fisiográficas o climáticas de éstas (Cunnane, 1988; GREHYS, 1996a; Escalante-Sandoval y Reyes-Chávez, 2002).

El GREHYS (1996a) indica que se puede establecer una distinción clara dentro de las técnicas del ARFC; por una parte, se tienen los métodos similares al índice de crecientes y por la otra al método que desarrolla ecuaciones de regresión empíricas. Los primeros se basan y deben su capacidad de predicción a la homogeneidad de la región y por ello la definición más precisa posible de ésta resulta fundamental. En cambio, el segundo método permite cierto grado de no homogeneidad, la cual es tomada en consideración en los propios modelos de regresión desarrollados. Entonces, si la región bajo estudio puede ser caracterizada con un alto grado de homogeneidad, los métodos semejantes al índice de crecientes serán preferibles; por el contrario, si existe incertidumbre al definir las regiones homogéneas o la zona estudiada está conformada por varias subregiones y no existe suficiente información hidrométrica en ellas para ser trabajadas de manera independiente, el método de las ecuaciones empíricas será la mejor opción dentro del ARFC.

El objetivo de este trabajo consistió en desarrollar el método regional de las ecuaciones de regresión empíricas en la Región Hidrológica Núm. 10 (Sinaloa) de México, para la cual se ha encontrado que está integrada por dos subregiones: una al norte y otra al sur, según Escalante-Sandoval (1998); o bien por tres subregiones: zona norte, de montaña y planicie costera (Gutiérrez-López *et al.*, 2004; Campos-Aranda, 2008a). Se procesaron 23 registros de gastos máximos anuales, con amplitudes que oscilan entre los 19 y 56 años, con 36 años como valor medio. Se desarrollaron cuatro tipos de ecuaciones empíricas, cada una para seis periodos de retorno y todas se generaron con dos métodos básicos de ajuste, los mínimos cuadrados

de los residuos en el dominio logarítmico y la optimización numérica multivariada no restringida, aplicada a través del algoritmo de Rosenbrock. Como las ecuaciones obtenidas por mínimos cuadrados fueron corregidas por sesgo, se generó un total de 72 ecuaciones empíricas, de entre las cuales se seleccionaron 36, por tener sus mejores indicadores de desempeño, éstas se probaron en seis estaciones hidrométricas no utilizadas en su deducción y en seis de las procesadas, las de registro amplio. Las conclusiones formuladas destacan la regularidad de las predicciones estimadas y sugieren el desarrollo de este tipo de modelos empíricos en otras regiones del país con base en los tres planteamientos de ajuste seguidos. Tales ecuaciones empíricas permitirán estimar fácilmente las crecientes de diseño en otras zonas geográficas del país.

Desarrollo

Ecuaciones de regresión potencial y su ajuste

En la ingeniería hidrológica es común el uso de *ecuaciones empíricas* para realizar estimaciones en sitios donde no existe información hidrométrica. En relación con la estimación de crecientes de diseño, la *regresión potencial* ha sido el modelo más utilizado para describir la relación entre las predicciones (Q_{Tr}), y ciertas características fisiográficas y climáticas (X_i) de las cuencas de las cuales proceden las estimaciones involucradas. Entonces, para una cierta región considerada homogénea, se tiene (McCuen *et al.*, 1990; GREHYS, 1996a):

$$Q_{Tr} = b_0 \cdot X_1^{b_1} \cdot X_2^{b_2} \cdots X_m^{b_m} \cdot \varepsilon \quad (1)$$

en donde b_0, b_1, \dots, b_m son los parámetros de ajuste y ε es el error multiplicativo del modelo. Para estimar los parámetros b_i ha sido práctica común *linealizar* la ecuación (1), tomando logaritmos y entonces estimar los coeficientes de una ecuación de regresión lineal múltiple (RLM):

$$\begin{aligned} \log Q_{Tr} &= \log b_0 + b_1 \cdot \log X_1 + b_2 \cdot \log X_2 \\ &+ \cdots + b_m \cdot \log X_m + \log \varepsilon \end{aligned} \quad (2)$$

haciendo $y = \log Q_{Tr}$, $a_0 = \log b_0$, $a_i = b_i$ y $x_i = \log X_i$ con $i = 1, 2, \dots, m$, se obtiene la ecuación de la RLM:

$$y = a_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + \cdots + b_m \cdot x_m + \varepsilon \quad (3)$$

cuya solución matricial de *mínimos cuadrados de los residuos* (MCR) se puede encontrar en cualquier texto de métodos numéricos, por ejemplo, en Campos-Aranda (2003). El coeficiente b_0 es igual a 10^{a_0} o bien a e^{a_0} , según si se utilizaron logaritmos decimales o naturales; los demás coeficientes tienen correspondencia directa. Cuando el error en la ecuación (1) es de adición, la RLM no se puede utilizar para estimar los parámetros de ajuste y entonces la optimización numérica ha sido empleada.

Corrección por sesgo para el ajuste de MCR

Desde principios de la década de los años setenta se comenzaron a desarrollar métodos para corregir los resultados del ajuste de la ecuación (1) a través de una ecuación de RLM debido a que el ajuste de mínimos cuadrados de los residuos minimiza a éstos en el dominio logarítmico, al emplear los logaritmos de las variables predictivas (X_i) y de la dependiente (Q_{Tr}), como se estableció en la ecuación (2). Lo anterior implica que el coeficiente de determinación (R^2) encontrado está evaluado en el dominio logarítmico y por ello se cita después como $\log R^2$.

McCuen *et al.* (1990) exponen y aplican tres procedimientos para corregir el coeficiente b_0 , también llamado *ordenada al origen*, por la similitud entre la ecuación (3) y la fórmula de la línea recta. El primer método corrige la mayor parte del sesgo y su planteamiento consiste en obtener una estimación de b_0 no sesgada, haciendo cero los residuos (e_i) en el dominio real, es decir:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n e_i = 0 &= \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i) = \sum_{i=1}^n \hat{y}_i - \sum_{i=1}^n y_i \\ &= f_0 \cdot \sum_{i=1}^n (x_1^{b_1} \cdot x_2^{b_2} \cdots x_m^{b_m})_i = \sum_{i=1}^n y_i \end{aligned} \quad (4)$$

el estimador buscado será:

$$f_0 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=1}^n (x_1^{b_1} \cdot x_2^{b_2} \cdots x_m^{b_m})_i} \quad (5)$$

en la obtención de f_0 se está aceptando que el sesgo se puede corregir exclusivamente ajustando b_0 , pero ello no conduce a unos coeficientes b_i poblacionales insesgados; en realidad, sólo b_0 es insesgado para la muestra utilizada. Este procedimiento de corrección por sesgo no altera el valor del coeficiente de determinación. Los otros dos procedimientos de ajuste de b_0 expuestos por McCuen *et al.* (1990) se basan en los residuos en el dominio logarítmico.

Ecuaciones empíricas por probar

Las ecuaciones de regresión potencial que han sido probadas y que conducen a resultados satisfactorios para estimar crecientes de diseño (Q_{Tr}) han utilizado el área de cuenca (A) como variable fisiográfica fundamental con la que están relacionados todos los procesos hidrológicos y a partir de la cual toman dimensión. Después del tamaño de la cuenca, la longitud del cauce principal (Lcp) también se ha utilizado para dar dimensión con una relación inversa, ya que a mayor longitud, las crecientes son menores (McCuen *et al.*, 1990; Tasker *et al.*, 1996; GREHYS, 1996b; Pandey y Nguyen, 1999). El uso de ambas variables origina un problema de multicolinealidad, ya que es común que exista correlación entre ellas (Montgomery *et al.*, 2002).

Con respecto a las variables climáticas o meteorológicas empleadas, por lo general se

han considerado las predicciones asociadas con la lluvia máxima diaria anual (PMD_{Tr}), por la mayor cobertura de las estaciones pluviométricas y la facilidad de obtención de tales datos, comparados, por ejemplo, con los registros pluviográficos. Con base en lo anterior, las cuatro ecuaciones que se propone investigar son:

$$Q_{Tr} = b_0 \cdot A^{b_1} \quad (6)$$

$$Q_{Tr} = b_0 \cdot A^{b_1} \cdot Lcp^{b_2} \quad (7)$$

$$Q_{Tr} = b_0 \cdot A^{b_1} \cdot PMD_{Tr}^{b_3} \quad (8)$$

$$Q_{Tr} = b_0 \cdot A^{b_1} \cdot Lcp^{b_2} \cdot PMD_{Tr}^{b_3} \quad (9)$$

La comparación entre las dos primeras ecuaciones busca establecer si existe mejoría estadística al usar dos variables predictivas; en cambio, la comparación entre las siguientes dos ecuaciones potenciales propuestas se orienta a definir cuál resulta más conveniente en asociación con la tercera variable predictiva involucrada.

Índices de desempeño de las ecuaciones empíricas

Cuando se tienen varias ecuaciones de RLM, la selección de la más conveniente se puede buscar con base en varios indicadores en los residuos (Montgomery *et al.*, 2002); es decir, en las diferencias entre la variable observada (y) y la estimada (\hat{y}) con la ecuación de RLM que se contrasta. Cuando se trabaja con los logaritmos de las variables, tales indicadores, como el coeficiente de determinación (R^2) o la estadística C_p de Mallows no son confiables, pues los residuos se evalúan en el dominio logarítmico, como ya se ha indicado.

Por lo anterior, todas las ecuaciones potenciales empíricas que se obtengan a través de la RLM se evaluarán por medio de los

siguientes tres índices de desempeño *promedio*, calculados en el dominio real (Pandey y Nguyen, 1999):

1. DAM es la *desviación absoluta media* con unidades de m^3/s :

$$DAM = \frac{1}{n - npa} \sum_{i=1}^n |\hat{Q}_{Tr}^i - Q_{Tr}^i| \quad (10)$$

en la cual, Q_{Tr}^i y \hat{Q}_{Tr}^i son las predicciones del gasto observado y estimado con la ecuación potencial empírica; n , el número de datos utilizados de cada variable en este estudio (23) (ver cuadro 1), y npa es el número de parámetro de ajuste, que variará de 2 a 4.

2. EEM es el *error estándar medio*, con unidades de m^3/s :

$$EEM = \left[\frac{1}{n - npa} \sum_{i=1}^n (\hat{Q}_{Tr}^i - Q_{Tr}^i)^2 \right]^{1/2} \quad (11)$$

3. EREM es el *error relativo estándar medio* sin unidades:

$$EREM = \left[\frac{1}{n - npa} \sum_{i=1}^n \frac{(\hat{Q}_{Tr}^i - Q_{Tr}^i)^2}{(Q_{Tr}^i)^2} \right]^{1/2} \quad (12)$$

También se evaluarán tres índices de desempeño puntual, que son los errores relativos máximo ($ER_{m\acute{a}x}$), mínimo ($ER_{m\acute{i}n}$) y mediano (ER_{med}). La expresión del error relativo es:

$$ER_i = \frac{(\hat{Q}_{Tr}^i - Q_{Tr}^i)}{Q_{Tr}^i} \quad (13)$$

Cuando el ER resulta negativo indica que la estimación (\hat{Q}_{Tr}^i) resultó menor que la predicción observada o creciente de diseño calculada (Q_{Tr}^i , cuadro 2). Lógicamente, cuando ER es positivo ocurrió lo contrario.

Información hidrométrica procesada

En el cuadro 1 se citan las características generales de las 22 estaciones hidrométricas procesadas, cuyos datos de gasto máximo anual fueron obtenidos del sistema BANDAS (IMTA, 2002). Las estaciones están expuestas en orden decreciente de magnitud de cuenca. Los datos relativos a la estación San Francisco proceden del Boletín Hidrológico núm. 36 (SRH, 1970, 1975). Se observa que los registros anuales de tales estaciones fluctúan de 19 a 56 datos, con una media de 36 años. Las propiedades fisiográficas de área de cuenca (A) y longitud del cauce principal (Lcp) expuestas en el cuadro 1 proceden del Apéndice A de Escalante-Sandoval y Reyes-Chávez (2002). En la parte final del cuadro 1 se exponen otras cinco estaciones hidrométricas que serán empleadas en el contraste; sus registros no son confiables y se han integrado con base en el sistema BANDAS y los valores expuestos por Escalante-Sandoval y Reyes-Chávez (2002). En la figura 1 se muestran las cuencas de las 29 estaciones hidrométricas que serán utilizadas dentro de la Región Hidrológica Núm. 10 (Sinaloa).

Predicciones del gasto máximo anual (Q_{Tr})

Los seis periodos de retorno que tendrán las *crecientes de diseño* que se estimarán con las ecuaciones empíricas por desarrollar son de 5, 10, 25, 50, 100 y 500 años. Estos intervalos de recurrencia cubren la mayoría de los que son empleados en los dimensionamientos y revisiones hidrológicas de las diversas obras hidráulicas. Se probó la calidad estadística de los 23 registros procesados, verificando que estuvieran exentos de componentes determinísticas, para buscar obtener predicciones confiables. En el cuadro 2 se exponen las predicciones del gasto máximo anual (Q_{Tr}), obtenidas con base en el ajuste de la distribución General de Valores Extremos (GVE), a través de los cuatro métodos siguientes (Campos-Aranda, 2001): momentos, sextiles, máxima

Cuadro 1. Características generales de las 29 estaciones hidrométricas procesadas en la Región Hidrológica Núm. 10 (Sinaloa).

Núm.	Nombre	Río o arroyo	Clave BANDAS	Longitud WG	Latitud N	A* (km ²)	Lcp** (km)	Años de registro*** (disponibles)
1	Huites	R. Fuerte	10037	108° 22'	26° 54'	26 057	267	1942-1992 (51)
2	San Francisco	R. Fuerte	–	108° 07'	26° 54'	17 531	246	1941-1973 (33)
3	San Ignacio	R. San Miguel	10094	107° 51'	26° 53'	10 920	209	1967-1985 (19)
4	Santa Cruz	R. San Lorenzo	10040	106° 57'	24° 28'	8 919	180	1944-2002 (52)
5	Guatenipa II	R. Humaya	10112	107° 13'	25° 21'	8 252	178	1969-2001 (32)
6	Jaina	R. Sinaloa	10036	108° 01'	25° 54'	8 179	177	1942-1998 (56)
7	Palo Dulce	R. Chinipas	10077	108° 26'	27° 02'	6 439	184	1958-1986 (21)
8	Ixpalino	R. Piaxtla	10065	106° 36'	23° 57'	6 166	174	1953-1999 (45)
9	La Huerta	R. Humaya	10113	106° 42'	25° 22'	6 149	117	1970-1999 (28)
10	Toahayana	R. Petatlán	10110	107° 42'	26° 10'	5 281	131	1958-1987 (27)
11	Chinipas	R. Oteros	10064	108° 32'	27° 25'	5 098	131	1965-2002 (24)
12	Tamazula	R. Tamzula	10087	106° 58'	24° 56'	2 241	58	1963-1999 (32)
13	Naranjo	A. Ocoroni	10029	108° 28'	25° 48'	2 064	107	1939-1984 (45)
14	Acatitán	R. Elota	10070	106° 39'	24° 02'	1 884	115	1955-2002 (43)
15	Guamúchil	R. Mocorito	10031	108° 05'	25° 28'	1 645	65	1940-1971 (32)
16	Choix	R. Choix	10066	108° 19'	26° 44'	1 403	82	1956-2002 (38)
17	Badiraguato	R. Badiraguato	10079	107° 32'	25° 20'	1 018	59	1974-1999 (26)
18	El Quelite	R. Quelite	10083	106° 30'	23° 30'	835	42	1961-2001 (33)
19	Zopilote	A. Cabrera	10034	108° 21'	25° 44'	666	68	1939-2001 (56)
20	El Bledal	A. El Bledal	10027	107° 08'	24° 48'	371	31	1938-1994 (56)
21	Pericos	A. Pericos	10086	107° 41'	25° 07'	270	31	1961-1992 (30)
22	La Tina	A. Sibajahui	10078	108° 37'	26° 13'	254	30	1960-1983 (24)
23	Bamícori	A. Barotén	10057	108° 29'	26° 22'	223	20	1951-1983 (33)
I	Piaxtla	R. Piaxtla	–	106° 25'	23° 56'	5 307	142	1958-1973 (16)
II	Urique II	R. Urique	10100	107° 50'	27° 20'	4 000	127	1968-2002 (29)
III	Tecusiapa	R. Petatlán	10137	107° 22'	25° 51'	3 773	90	1959-1981 (23)
IV	Cazanate	A. Álamos	10098	108° 46'	26° 36'	1 813	93	1968-1985 (19)
V	Los Molinos	A. Los Molinos	–	107° 21'	25° 42'	501	35	1958-1970 (13)
VI	Chico Ruiz	A. Mezcales	10090	107° 45'	25° 09'	391	25	1977-2002 (19)

* Área de cuenca.

** Longitud del cauce principal.

*** Gasto máximo anual.

verosimilitud y momentos L , adoptando los resultados del que condujo al menor error estándar de ajuste (Kite, 1977).

Predicciones de la lluvia máxima diaria (PMD_T)

Campos-Aranda (2008a) procesó los registros de precipitación máxima diaria anual de 67 estaciones pluviométricas de la Región Hidrológica Núm. 10 (Sinaloa) y expuso sus predicciones de periodos de retorno de 2, 5, 10 y

100 años. Como no existe correspondencia entre estos periodos de retorno y los seleccionados para las predicciones de gasto máximo anual, se decidió emplear la lluvia máxima diaria de 10 años en los tres primeros intervalos de recurrencia del gasto y la lluvia con frecuencia de 100 años en los siguientes tres (ecuaciones (8) y (9)). En cada una de las 29 cuencas de las estaciones hidrométricas que fueron empleadas se localizaron las estaciones pluviométricas procesadas y se buscó obtener su predicción promedio. Lógicamente, en las cuencas pe-



Figura 1. Localización en la Región Hidrológica Núm. 10 de México de las cuencas de las 29 estaciones hidrométricas procesadas.

queñas sólo existe la estación pluviométrica ubicada en donde está la hidrométrica, es decir, a la salida de la cuenca, tal fue el caso de Bamícori, La Tina, Pericos y Choix. En otros casos se localizaron dos estaciones pluviométricas dentro de la cuenca, como en Badiraguato, Naranjo y Guamúchil. Por último, en las cuencas medianas y grandes se ubicaron tres o más estaciones pluviométricas. Los valores calculados para cada cuenca se tienen en las dos últimas columnas del cuadro 2.

Ecuaciones empíricas obtenidas por MCR

En los cuadros 3 y 4 se exponen los parámetros de ajuste obtenidos en el dominio logarítmico mediante MCR, para las ecuaciones (6) a (9) y cada uno de los seis periodos de retorno analizados; por ello, el primer indicador de

desempeño es el coeficiente de determinación, indicado como $\log R^2$. También en tales cuadros se citan los otros índices de desempeño promedio y puntual (ecuaciones (10) a (13)). Las predicciones observadas y estimadas, así como los errores relativos obtenidos en cada una de las 23 estaciones hidrométricas procesadas en los periodos de retorno extremos analizados, es decir, 5 y 500 años, se muestran en los cuadros 5 y 6.

Ecuaciones empíricas obtenidas por MCR con corrección por sesgo

Los resultados de la aplicación de la ecuación (5) para estimar el coeficiente b_0 corregido, es decir f_{0v} en las cuatro ecuaciones empíricas propuestas y para los seis periodos de retorno analizados, se muestran en los cuadros 7 y 8, en los cuales se ha suprimido $\log R^2$, por ser

Cuadro 2. Predicciones del gasto anual (Q_{Tr}) en m^3/s en las 29 estaciones hidrométricas indicadas de la Región Hidrológica Núm. 10 y predicciones de la precipitación máxima diaria (PMD) en milímetros en sus cuencas respectivas.

Núm.	Nombre	EEA* (m^3/s)	Periodos de retorno (Tr) en años del Q_{Tr}						Tr de la PMD	
			5	10	25	50	100	500	10	100
1	Huites	1 021.6	4 134	6 166	10 030	14 266	20 144	44 215	95	140
2	San Francisco	376.6	2 292	3 258	4 925	6 593	8 732	16 355	80	125
3	San Ignacio	256.4	2 065	2 607	3 435	4 173	5 030	7 605	102	150
4	Santa Cruz	406.0	1 434	2 104	3 258	4 410	5 883	11 118	133	213
5	Guatenipa II	246.9	2 466	3 247	4 285	5 093	5 930	8 001	121	179
6	Jaina	311.1	1 347	2 029	3 309	4 692	6 589	14 199	117	183
7	Palo Dulce	895.5	1 274	1 913	3 252	4 858	7 267	18 597	110	157
8	Ixpalino	346.4	1 557	2 201	3 333	4 485	5 982	11 455	143	298
9	La Huerta	96.3	1 431	1 718	2 027	2 223	2 393	2 709	110	186
10	Toahayana	158.1	1 557	2 019	2 653	3 164	3 709	5 123	98	148
11	Chinipas	139.0	1 231	1 626	2 209	2 714	3 283	4 919	110	157
12	Tamazula	145.0	770	1 009	1 390	1 745	2 173	3 543	145	235
13	Naranjo	156.3	909	1 353	2 105	2 842	3 775	7 009	107	126
14	Acatitán	226.9	1 227	1 779	2 654	3 459	4 422	7 458	150	309
15	Guamúchil	234.9	948	1 351	2 038	2 717	3 579	6 599	108	149
16	Choix	99.9	461	650	979	1 312	1 741	3 294	98	150
17	Badiraguato	1 077.2	1 374	2 283	4 244	6 664	10 381	28 652	177	371
18	El Quelite	86.7	707	987	1 414	1 795	2 238	3 568	150	270
19	Zopilote	48.5	558	738	977	1 161	1 351	1 817	121	168
20	El Bledal	64.0	401	565	834	1 090	1 404	2 446	138	247
21	Pericos	28.5	354	457	601	719	846	1 184	136	271
22	La Tina	86.2	144	229	393	573	824	1 860	128	231
23	Bamícori	52.3	270	391	591	782	1 020	1 815	110	202
I	Piaxtla	909.8	1 672	2 585	4 442	6 613	9 796	24 180	143	298
II	Urique II	35.2	456	549	660	740	817	983	75	121
III	Tecusiapa	173.6	1 542	2 083	2 861	3 516	4 240	6 241	97	139
IV	Cazanate	419.6	722	1 123	1 907	2 792	4 049	9 427	105	125
V	Los Molinos	12.6	226	260	293	312	328	355	105	156
VI	Chico Ruiz	27.7	329	413	510	576	637	761	136	271

* Error estándar de ajuste.

igual al indicado en los cuadros 3 y 4. También se tienen en los cuadros 7 y 8 los indicadores de desempeño definidos en las ecuaciones (10) a (13). Nuevamente, las predicciones observadas y estimadas, así como los errores relativos obtenidos en cada una de las 23 estaciones hidrométricas procesadas en los periodos de retorno extremos analizados se muestran en los cuadros 9 y 10.

Ecuaciones empíricas obtenidas con optimización numérica

Desde el inicio de los años noventa (McCuen *et al.*, 1990; GREHYS, 1996a) se ha sugerido

emplear la optimización numérica para ajustar modelos de regresión potencial (ecuación (1)) en el dominio real y así evitar los inconvenientes de la transformación logarítmica. También desde tal fecha se ha sugerido utilizar como función objetivo (FO) minimizar la suma de los errores relativos al cuadrado por medio del algoritmo de múltiples variables no restringidas de Rosenbrock (Rosenbrock, 1960; Kuester y Mize, 1973; Campos-Aranda, 2003).

Con el propósito de tomar en cuenta el número de parámetros de ajuste (n_{pa}), el cual cambia en las ecuaciones (6) a (9) de dos a cuatro, se consideró conveniente emplear como FO

Cuadro 3. Coeficientes de ajuste e índices de desempeño de las ecuaciones empíricas indicadas ajustadas por MCR (dominio logarítmico) para las crecientes de diseño (Q_{Tr}) en la Región Hidrológica Núm. 10.

Coeficientes de ajuste e índices de desempeño	Periodos de retorno (T_r) en años del gasto (Q_{Tr})					
	5	10	25	50	100	500
$Q_{Tr} = b_0 \cdot A^{b_1}$						
b_0	17.8007	26.7186	41.1347	54.4500	70.4608	122.2585
b_1	0.5121	0.5036	0.4981	0.4965	0.4962	0.4973
$\log R^2$	0.8437	0.8300	0.7927	0.7487	0.6936	0.5460
DAM	273.8	415.8	704.5	1 076.5	1 681.4	4 674.3
EEM	365.2	587.2	1 118.8	1 817.2	2 915.7	8 346.5
EREM	0.3485	0.3237	0.3270	0.3644	0.4339	0.7150
ERmáx	1.1066	0.8969	0.6507	0.8629	1.2336	2.4565
ERmín	-0.5505	-0.6172	-0.6948	-0.7455	-0.7891	-0.8664
ERmed	-0.0023	-0.0082	0.0732	0.0203	0.0295	-0.0087
$Q_{Tr} = b_0 \cdot A^{b_1} \cdot Lcp^{b_2}$						
b_0	17.5616	25.3697	37.3631	47.9470	60.2210	97.7937
b_1	0.4974	0.4474	0.3938	0.3586	0.3259	0.2552
b_2	0.0283	0.1084	0.2012	0.2660	0.3285	0.4670
$\log R^2$	0.8438	0.8308	0.7952	0.7528	0.6995	0.5554
DAM	287.0	432.5	735.3	1 103.1	1 723.6	4 833.8
EEM	375.6	609.1	1 166.0	1 894.8	3 037.6	8 664.5
EREM	0.3578	0.3327	0.3318	0.3637	0.4266	0.6877
ERmáx	1.1094	0.9078	0.6683	0.7483	1.0653	2.0921
ERmín	-0.5505	-0.6168	-0.6942	-0.7449	-0.7884	-0.8658
ERmed	0.0019	0.0005	0.0772	0.0244	0.0165	-0.0532

el error relativo cuadrado medio (ERCM), cuya expresión es:

$$ERCM = \frac{\sum_{i=1}^n \left[\frac{(\hat{Q}_{Tr}^i - Q_{Tr}^i)}{Q_{Tr}^i} \right]^2}{(n - npa)} \quad (14)$$

Las condiciones iniciales que se utilizaron para poner a funcionar el algoritmo de Rosenbrock fueron las dos siguientes de acuerdo con cada ecuación (6) a (9), cuya FO se estaba minimizando: (1) se empleó el b_0 y los respectivos b_i y (2) se cambió sólo al b_0 por f_0 . En los cuadros 11 y 12 se tienen los nuevos valores de los coeficientes de ajuste, así como otras magnitudes asociadas con el funcionamiento del algoritmo de Rosenbrock, como son

FO inicial y final, número de etapas y de evaluaciones de la FO. Cuando se trabajó con las ecuaciones (6) y (7), la mayoría de las veces los coeficientes de ajuste de MCR condujeron a la FO más baja (cuadro 11). En cambio, cuando procesan las ecuaciones (8) y (9), en la mitad de los casos la segunda condición de inicio es la que lleva a la menor FO (cuadro 12).

Análisis y selección de ecuaciones empíricas

La comparación del desempeño entre las ecuaciones (6) y (7) se tiene en el cuadro 3, e indica que en el dominio logarítmico, el coeficiente de determinación (R^2) es escasamente superior en la ecuación (7). Los índices de desempeño DAM y EEM son también ligeramente mayores en la ecuación (7), quizás debido al mayor

Cuadro 4. Coeficientes de ajuste e índices de desempeño de las ecuaciones empíricas indicadas ajustadas por MCR (dominio logarítmico) para las crecientes de diseño (Q_{Tr}) en la Región Hidrológica Núm. 10.

Coeficientes de ajuste e índices de desempeño	Periodos de retorno (Tr) en años del gasto (Q_{Tr})					
	5	10	25	50	100	500
$Q_{Tr} = b_0 \cdot A^{b_1} \cdot PMD_{Tr}^{b_3}$	PMD_{10}			PMD_{100}		
b_0	0.2490	0.2335	0.1966	1.2051	1.1086	0.8310
b_1	0.5618	0.5588	0.5604	0.5616	0.5671	0.5825
b_3	0.8116	0.9011	1.0158	0.6271	0.6832	0.8213
$\log R^2$	0.8722	0.8657	0.8370	0.7923	0.7417	0.6004
DAM	313.6	474.1	787.5	1 173.0	1 834.4	5 082.7
EEM	402.8	644.4	1 209.5	1 878.5	2 999.2	8 517.4
EREM	0.3372	0.3161	0.3279	0.3749	0.4517	0.7505
ERmáx	0.9911	0.7827	0.6737	0.9279	1.3174	2.6118
ERmín	-0.4079	-0.4798	-0.5686	-0.6388	-0.6912	-0.7888
ERmed	-0.0781	-0.0445	-0.0207	-0.0061	0.0763	0.0526
$Q_{Tr} = b_0 \cdot A^{b_1} \cdot Lcp^{b_2} \cdot PMD_{Tr}^{b_3}$	PMD_{10}			PMD_{100}		
b_0	0.2482	0.2271	0.1859	0.9893	0.8717	0.5936
b_1	0.5563	0.5126	0.4671	0.4065	0.3781	0.3181
b_2	0.0107	0.0889	0.1793	0.3010	0.3666	0.5130
b_3	0.8113	0.8983	1.0102	0.6359	0.6940	0.8364
$\log R^2$	0.8722	0.8662	0.8390	0.7977	0.7491	0.6117
DAM	329.9	499.8	830.5	1 230.9	1 936.5	5 447.8
EEM	413.7	668.4	1 261.3	1 976.6	3 151.2	8 895.2
EREM	0.3464	0.3224	0.3257	0.3647	0.4313	0.6999
ERmáx	0.9936	0.7919	0.5550	0.7957	1.1243	2.1997
ERmín	-0.4074	-0.4797	-0.5686	-0.6360	-0.6883	-0.7859
ERmed	-0.0775	-0.0536	0.0105	0.0611	0.0880	0.1448

número de parámetros de ajuste. El índice adimensional *EREM* (ecuación (12)) indica que la ecuación (6) tiene mejor desempeño en los primeros tres periodos de retorno y en los siguientes tres la (7). Lo mismo se puede decir para la comparación entre las ecuaciones (8) y (9) del cuadro 4, pero la ecuación (8) sólo es recomendable en los dos primeros periodos de retorno, es decir, en 5 y 10 años. En los cuadros 3, 4, 7, 8, 11 y 12, los coeficientes de ajuste de las ecuaciones empíricas seleccionadas se muestran sombreados.

Respecto a la comparación mostrada en el cuadro 7 y de acuerdo con el índice de desempeño *EREM*, se concluye que la ecuación (6) con f_0 es mejor en los cuatro primeros periodos de retorno y la ecuación

(7) en los dos últimos, es decir, en 100 y 500 años. Para la comparación del cuadro 8 y nuevamente con respecto al índice *EREM*, la ecuación (8) con f_0 resulta recomendable sólo en los dos primeros periodos de retorno y la ecuación (9) en el resto.

El algoritmo de Rosenbrock en todos los casos operó y minimizó la FO inicial (ecuación (14)) definida con base en los resultados del método de MCR o de MCR con corrección por sesgo, sus resultados (cuadros 11 y 12), es decir, las ecuaciones (6) a (9) ajustadas a cada uno de los seis periodos de retorno serán sometidas al mismo proceso de selección, en este caso adoptando la que condujo al mejor *ERCM* o menor FO. Para el cuadro 11, la ecuación (6) es la mejor en los tres primeros periodos de

Cuadro 5. Errores relativos de periodo de retorno de cinco años estimados en las 23 estaciones hidrométricas de la Región Hidrológica Núm. 10. La ecuación empírica indicada se ajustó por MCR (dominio logarítmico).

Núm.	Nombre	Predicciones observadas	$Q_5 = 17.8007 \cdot A^{0.5121}$	Error relativo (ER)	ER ordenado
1	Huites	4 134	3 249.613	-0.2139	-0.5505
2	San Francisco	2 292	2 653.714	0.1574	-0.3101
3	San Ignacio	2 065	2 081.665	0.0081	-0.2687
4	Santa Cruz	1 434	1 876.696	0.3087	-0.2139
5	Guatenipa II	2 466	1 803.461	-0.2687	-0.2108
6	Jaina	1 347	1 795.274	0.3328	-0.1670
7	Palo Dulce	1 274	1 588.301	0.2467	-0.1158
8	Ixpalino	1 557	1 553.452	-0.0023	-0.1094
9	La Huerta	1 431	1 551.257	0.0840	-0.0815
10	Toahayana	1 557	1 434.961	-0.0784	-0.0784
11	Chinipas	1 231	1 409.277	0.1448	-0.0243
12	Tamazula	770	925.120	0.2015	-0.0023
13	Naranjo	909	886.951	-0.0243	0.0081
14	Acatitán	1 227	846.459	-0.3101	0.0511
15	Guamúchil	948	789.652	-0.1670	0.0840
16	Choix	461	727.856	0.5789	0.1448
17	Badiraguato	1 374	617.596	-0.5505	0.1574
18	El Quelite	707	557.998	-0.2108	0.2015
19	Zopilote	558	496.979	-0.1094	0.2467
20	El Bledal	401	368.310	-0.0815	0.3087
21	Pericos	354	312.996	-0.1158	0.3328
22	La Tina	144	303.356	1.1066	0.5789
23	Bamícori	270	283.794	0.0511	1.1066

retorno y la ecuación (7), en los tres siguientes. Respecto al cuadro 12, la ecuación (8) es la más conveniente en los dos primeros periodos de retorno y la ecuación (9) en los cuatro siguientes, es decir, en 25, 50, 100 y 500 años de intervalo de recurrencia.

En el cuadro 13 se exponen las 36 ecuaciones empíricas obtenidas bajos los tres planteamientos seguidos de: (1) mínimos cuadrados de los residuos (MCR) en el dominio logarítmico, (2) MCR con corrección por sesgo y (3) optimización numérica de una función objetivo (FO = ERCM).

Contrastes numéricos de las 36 ecuaciones empíricas seleccionadas

Se realizaron dos contrastes numéricos. El primero en las seis estaciones hidrométricas indicadas al final de los cuadros 1 y 2, las

cuales no fueron utilizadas en la deducción de las ecuaciones empíricas, porque sus registros no son confiables. Para el segundo contraste se emplearon las estaciones hidrométricas con registro más amplio de gasto máximo anual, mismo que varía de 45 a 56; se eliminó Huites por tener un área de cuenca que está fuera de las expectativas de aplicación de las ecuaciones empíricas dentro de la Región Hidrológica Núm. 10. Debido a que se han seleccionado seis ecuaciones empíricas para cada uno de los seis periodos de retorno procesados, se optó por obtener su *valor mediano* para definir la predicción estimada y contrastarla con la observada.

En el cuadro 14 se tienen los resultados del primer contraste. Respecto a las predicciones observadas en la estación Piaxtla, éstas se consideran sumamente elevadas, pues son superiores a las observadas en la estación

Cuadro 6. Errores relativos de periodo de retorno de 500 años estimados en las 23 estaciones hidrométricas de la Región Hidrológica Núm. 10. La ecuación empírica indicada se ajustó por MCR (dominio logarítmico).

Núm.	Nombre	Predicciones observadas	$Q_{500} = 0.5936A^{0.3181} Lcp^{0.5130} PMD_{100}^{0.8364}$	Error relativo (ER)	ER ordenado
1	Huites	44 215	16 520.40	-0.6264	-0.7859
2	San Francisco	16 355	12 701.47	-0.2234	-0.6264
3	San Ignacio	7 305	11 704.96	0.6023	-0.4822
4	Santa Cruz	11 118	13 630.15	0.2260	-0.4694
5	Guatenipa II	8 001	11 431.49	0.4288	-0.3973
6	Jaina	14 199	11 578.39	-0.1846	-0.2802
7	Palo Dulce	18 597	9 628.99	-0.4822	-0.2234
8	Ixpalino	11 455	15 773.59	0.3770	-0.1846
9	La Huerta	2 709	8 667.87	2.1997	-0.0696
10	Toahayana	5 123	7 228.64	0.4110	0.0084
11	Chinipas	4 919	7 509.80	0.5267	0.0394
12	Tamazula	3 543	5 334.19	0.5056	0.1448
13	Naranjo	7 009	4 224.03	-0.3973	0.2090
14	Acatitán	7 458	9 016.47	0.2090	0.2260
15	Guamúchil	6 599	3 501.33	-0.4694	0.3770
16	Choix	3 294	3 770.87	0.1448	0.4110
17	Badiraguato	28 652	6 133.80	-0.7859	0.4288
18	El Quelite	3 568	3 708.53	0.0394	0.5056
19	Zopilote	1817	2 971.44	0.6354	0.5267
20	El Bledal	2 446	2 275.79	-0.0696	0.6023
21	Pericos	1 184	2 222.87	0.8774	0.6354
22	La Tina	1 860	1 875.68	0.0084	0.8774
23	Bamícori	1 815	1 306.51	-0.2802	2.1997

Ixpalino, que tiene un área de cuenca mayor un 16%. Por lo anterior, las predicciones de las ecuaciones empíricas están más acordes con los valores probables. Lo contrario ocurre en la estación Urique II, cuyas predicciones observadas son en extremo bajas, como se comprueba al compararlas con las de Chinipas, cuenca vecina y adyacente, con un 27% más de área. Nuevamente, las predicciones de las ecuaciones empíricas se consideran más aproximadas a las crecientes probables.

En las estaciones Tecusiapa y Cazanate todas las predicciones de las ecuaciones empíricas están por debajo de las observadas, pero dentro del orden de magnitud. Lo contrario, pero mucho más acusado, ocurre en las dos últimas estaciones contrastadas: Los Molinos y Chico Ruiz. Para la primera ya se ha demostrado que su registro de gastos máximos anuales tiene valores que no están

acordes con su tamaño de cuenca (Campos-Aranda, 2008b) y respecto a la segunda, la cuenca contigua de Pericos, que tiene un 31% menos de tamaño, reporta predicciones mayores, intuyendo que quizás en el registro corto de Chico Ruiz todavía no se han presentado los valores extremos grandes, pero sí los menores (1991 con 10 m³/s y 1999 con 17 m³/s). Respecto al cuadro 14, las predicciones estimadas con las ecuaciones empíricas son consideradas más apegadas a la realidad que las derivadas de sus registros, pues éstos no son confiables. Las aplicaciones numéricas del cuadro 14 ilustran los beneficios del método regional desarrollado.

En relación con los resultados del cuadro 15, se concluye de manera general una excelente aproximación entre las predicciones observadas y las estimadas, en los periodos de retorno menores de 100 años. Exclusivamente,

Cuadro 7. Coeficientes de ajuste e índices de desempeño de las ecuaciones empíricas indicadas ajustadas por MCR con corrección por sesgo para las crecientes de diseño (Q_{Tr}) en la Región Hidrológica Núm. 10.

Coeficientes de ajuste e índices de desempeño	Periodos de retorno (Tr) en años del gasto (Q_{Tr})					
	5	10	25	50	100	500
$Q_{Tr} = f_0 \cdot A^{b_1}$						
f_0	18.3055	27.7196	43.5402	59.0646	78.9490	153.4207
b_1	0.5121	0.5036	0.4981	0.4965	0.4962	0.4973
DAM	281.0	432.0	745.3	1 128.9	1 791.7	5 029.8
EEM	362.6	579.8	1095.9	1 766.9	2 813.8	7 910.6
EREM	0.3638	0.3439	0.3619	0.4215	0.5277	1.0002
ERmáx	1.1664	0.9680	0.7472	1.0208	1.5027	3.3376
ERmín	-0.5378	-0.6028	-0.6769	-0.7240	-0.7637	-0.8323
ERmed	0.0260	0.0290	0.1360	0.1068	0.1535	0.2440
$Q_{Tr} = f_0 \cdot A^{b_1} \cdot Lcp^{b_2}$						
f_0	18.0685	26.3414	39.5923	52.0804	67.5652	122.8478
b_1	0.4974	0.4474	0.3938	0.3586	0.3259	0.2552
b_2	0.0283	0.1084	0.2012	0.2660	0.3285	0.4670
DAM	295.7	472.3	788.8	1 173.8	1 860.7	5 247.5
EEM	372.8	601.7	1 141.4	1 841.7	2 931.8	8 224.2
EREM	0.3737	0.3692	0.3682	0.4227	0.5226	0.9733
ERmáx	1.1703	1.0259	0.7678	0.8991	1.3171	2.8842
ERmín	-0.5375	-0.5931	-0.6760	-0.7229	-0.7626	-0.8314
ERmed	0.0308	0.0625	0.1415	0.1127	0.1405	0.1893

en la estación Naranjo se tienen errores relativos por defecto mayores del 20% en los periodos de retorno mayores de 50 años. En el resto de las estaciones hidrométricas contrastadas, los errores relativos por exceso no son importantes, pues llegan a un máximo del 38% en Santa Cruz en el periodo de retorno de cinco años. En las estaciones Ixpalino y El Bledal se tienen los errores relativos más bajos en todas sus predicciones, en la primera por exceso y en la segunda por defecto, pero ambos menores del 8.5%.

Conclusiones

Se estableció encontrar sólo cuatro tipos de ecuaciones potenciales para las crecientes de diseño de periodos de retorno de 5, 10, 25, 50, 100 y 500 años, empleando como variables predictivas dos propiedades fisiográficas, el área de cuenca y la longitud del cauce principal, y una característica climática, la precipitación

máxima diaria de periodo de retorno de 10 y 100 años. Sin embargo, sólo se seleccionan dos ecuaciones para cada intervalo de recurrencia: las de mejor desempeño estadístico. Al emplear tres procedimientos de obtención de los parámetros de ajuste, se obtiene un total de 36 ecuaciones empíricas, expuestas en el cuadro 13.

Los dos primeros métodos de ajuste, el de mínimos cuadrados de los residuos en el dominio logarítmico y su versión corregida por sesgo en el dominio real conducen a cuatro ecuaciones empíricas en cada periodo de retorno, que son únicas; por el contrario, el tercer procedimiento de ajuste, basado en optimización numérica (algoritmo de Rosenbrock) permite obtener muchas ecuaciones empíricas con sólo cambiar la función objetivo (FO) a minimizar. En este trabajo, únicamente se aplicó como FO el error relativo cuadrado medio.

Los dos contrastes realizados, el primero en seis estaciones hidrométricas no usadas en

Cuadro 8. Coeficientes de ajuste e índices de desempeño de las ecuaciones empíricas indicadas ajustadas por MCR con corrección por sesgo para las crecientes de diseño (Q_{Tr}) en la Región Hidrológica Núm. 10.

Coeficientes de ajuste e índices de desempeño	Periodos de retorno (Tr) en años del gasto (Q_{Tr})					
	5	10	25	50	100	500
$Q_{Tr} = f_0 \cdot A^{b_1} \cdot PMD_{Tr}^{b_3}$	PMD_{10}			PMD_{100}		
f_0	0.2567	0.2424	0.2078	1.2975	1.2312	1.0285
b_1	0.5618	0.5588	0.5604	0.5616	0.5671	0.5825
b_3	0.8116	0.9011	1.0158	0.6271	0.6832	0.8213
DAM	308.4	476.6	802.6	1 227.6	1 966.0	5 554.8
EEM	398.4	635.1	1 185.2	1 833.0	2 905.4	8 105.0
EREM	0.3534	0.3360	0.3611	0.4257	0.5375	1.0213
ERmáx	1.0526	0.8507	0.7690	1.0757	1.5736	3.4702
ERmín	-0.3896	-0.4600	-0.5441	-0.6112	-0.6571	-0.7386
ERmed	-0.0495	-0.0080	0.0351	0.0701	0.1954	0.3028
$Q_{Tr} = f_0 \cdot A^{b_1} \cdot Lcp^{b_2} \cdot PMD_{Tr}^{b_3}$	PMD_{10}			PMD_{100}		
f_0	0.2556	0.2358	0.1966	1.0651	0.9680	0.7329
b_1	0.5563	0.5126	0.4671	0.4065	0.3781	0.3181
b_2	0.0107	0.0889	0.1793	0.3010	0.3666	0.5130
b_3	0.8113	0.8983	1.0102	0.6359	0.6940	0.8364
DAM	324.6	502.7	846.5	1 299.4	2 112.1	5 953.0
EEM	409.4	658.9	1 236.8	1 932.9	3 062.6	8 522.5
EREM	0.3624	0.3429	0.3598	0.4156	0.5168	0.9620
ERmáx	1.0530	0.8606	0.6445	0.9333	1.3589	2.9205
ERmín	-0.3897	-0.4598	-0.5438	-0.6081	-0.6539	-0.7357
ERmed	-0.0500	-0.0174	0.0686	0.1424	0.2082	0.4134

la deducción de las ecuaciones empíricas y, el segundo, en las seis estaciones de aforos con mayor registro, destacan la regularidad de las predicciones estimadas, cuyo valor mediano se considera una aproximación aceptable a los valores probables de las crecientes de diseño en cualquier sitio y su cuenca dentro de la Región Hidrológica Núm. 10 (Sinaloa) de México. Por lo anterior, el procedimiento seguido para obtener las ecuaciones potenciales que permiten estimar predicciones de gasto máximo anual o crecientes de diseño se sugiere aplicarlo o desarrollarlo en otras regiones o zonas geográficas para obtener tales herramientas de estimación hidrológica (ecuaciones empíricas), cuya aplicación es extraordinariamente simple.

Recibido: 19/07/12

Aceptado: 23/05/13

Referencias

- CAMPOS-ARANDA, D.F. *Introducción a los métodos numéricos: software en Basic y aplicaciones en hidrología superficial*. Capítulo 5, Ajuste de curvas, y capítulo 9: Optimización numérica. San Luis Potosí, México: Librería Universitaria Potosina, 2003, pp. 93-127 y 172-211.
- CAMPOS-ARANDA, D.F. Contraste de cinco métodos de ajuste de la distribución GVE en 31 registros históricos de eventos máximos anuales. *Ingeniería Hidráulica en México*. Vol. XVI, núm. 2, abril-junio de 2001, pp. 77-92.
- CAMPOS-ARANDA, D.F. Estudio de la precipitación máxima diaria anual en la Región Hidrológica No. 10 (Sinaloa), con base en Distancias Euclidianas. *Investigaciones Geográficas*. Núm. 65, abril-junio, 2008a, pp. 56-67.
- CAMPOS-ARANDA, D.F. Calibración del método Racional en ocho cuencas rurales menores de 1,650 km² de la Región Hidrológica No. 10 (Sinaloa), México. *Agrociencia*. Vol. 42, núm. 6, 2008b, pp. 615-627.

Cuadro 9. Errores relativos de periodo de retorno de cinco años estimados en las 23 estaciones hidrométricas de la Región Hidrológica Núm. 10. La ecuación empírica indicada se ajustó por MCR y se corrigió por sesgo.

Núm.	Nombre	Predicciones observadas	$Q_5 = 18.3055 \cdot A^{0.5121}$	Error relativo (ER)	ER ordenado
1	Huites	4 134	3 341.767	-0.1916	-0.5378
2	San Francisco	2 292	2 727.941	0.1902	-0.2906
3	San Ignacio	2 065	2 140.698	0.0367	-0.2479
4	Santa Cruz	1 434	1 929.917	0.3458	-0.1916
5	Guatenipa II	2 466	1 854.604	-0.2479	-0.1884
6	Jaina	1 347	1 846.185	0.3706	-0.1434
7	Palo Dulce	1 274	1 633.342	0.2821	-0.0908
8	Ixpalino	1 557	1 597.505	0.0260	-0.0841
9	La Huerta	1 431	1 595.249	0.1148	-0.0555
10	Toahayana	1 557	1 475.654	-0.0522	-0.0522
11	Chinipas	1 231	1 449.242	0.1773	0.0034
12	Tamazula	770	951.355	0.2355	0.0260
13	Naranjo	909	912.104	0.0034	0.0367
14	Acatitán	1 227	870.463	-0.2906	0.0809
15	Guamúchil	948	812.045	-0.1434	0.1148
16	Choix	461	748.496	0.6236	0.1773
17	Badiraguato	1 374	635.110	-0.5378	0.1902
18	El Quelite	707	573.822	-0.1884	0.2355
19	Zopilote	558	511.073	-0.0841	0.2821
20	El Bledal	401	378.755	-0.0555	0.3458
21	Pericos	354	321.872	-0.0908	0.3706
22	La Tina	144	311.959	1.1664	0.6236
23	Bamícori	270	291.842	0.0809	1.1664

CUNNANE, C. Methods and merits of regional flood frequency analysis. *Journal of Hydrology*. Vol. 100, 1988, pp. 269-290.

ESCALANTE-SANDOVAL, C. Multivariate extreme value distributions with mixed Gumbel marginals. *Journal of the American Water Resources Association*, Vol. 34, No. 2, 1998, pp. 321-333.

ESCALANTE-SANDOVAL, C. y REYES-CHÁVEZ, L. *Técnicas Estadísticas en Hidrología*. Capítulo 8: Análisis regional hidrológico y Apéndice A. México, D.F.: Facultad de Ingeniería de la UNAM, 2002, pp. 157-202 y 291-298.

GREHYS (GROUPE DE RECHERCHE EN HYDROLOGIE STATISTIQUE). Presentation and review of some methods for regional flood frequency analysis. *Journal of Hydrology*. Vol. 186, 1996a, pp. 63-84.

GREHYS (GROUPE DE RECHERCHE EN HYDROLOGIE STATISTIQUE). Inter-comparison of regional flood frequency procedures for Canadian rivers. *Journal of Hydrology*. Vol. 186, 1996b, pp. 85-103.

GUTIÉRREZ-LÓPEZ, A., LEBEL, T. y DESCROIX, L. Reflexiones sobre el concepto de cuencas hidrológicamente homogéneas. *Memorias del XXI Congreso Latinoamericano de Hidráulica*, Sao Paulo, Brasil, 2004, 10 pp.

IMTA. *Banco Nacional de Datos de Aguas Superficiales (BANDAS)*. Ocho CD. Jiutepec, México: Comisión Nacional del Agua-Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales-Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, 2002.

KITE, G.W. *Frequency and Risk Analyses in Hydrology*. Chapter 12: Comparison of frequency distributions. Fort Collins, USA: Water Resources Publications, 1977, pp. 156-168.

KUESTER, J.L. and MIZE, J.H. *Optimization Techniques with Fortran*. ROSENB algorithm. New York: McGraw Hill Book Co., 1973, pp. 320-330.

McCUEN, R.H., LEAHY, R.B., and JOHNSON, P.A. Problems with logarithmic transformations in regression. *Journal of Hydraulic Engineering*. Vol. 116, No. 3, 1990, pp. 414-428.

MONTGOMERY, D.C., PECK, E.A., y VINING, G.G. *Introducción al Análisis de Regresión Lineal*. Capítulo 10: Multicolinealidad. México, D.F.: Compañía Editorial Continental, 2002, pp. 291-342.

PANDEY, G.R. and NGUYEN, V.T.V. A comparative study of regression based methods in regional flood frequency analysis. *Journal of Hydrology*. Vol. 225, 1999, pp. 92-101.

Cuadro 10. Errores relativos de periodo de retorno de 500 años estimados en las 23 estaciones hidrométricas de la Región Hidrológica Núm. 10. La ecuación empírica indicada se ajustó por MCR y se corrigió por sesgo.

Núm.	Nombre	Predicciones observadas	$Q_{500} = 0.7329 A^{0.3181} Lcp^{0.5130} PMD_{100}^{0.8364}$	Error relativo (ER)	ER ordenado
1	Huites	44 215	20 397.250	-0.5387	-0.7357
2	San Francisco	16 355	15 682.120	-0.0411	-0.5387
3	San Ignacio	7 305	14 451.770	0.9783	-0.3607
4	Santa Cruz	11 118	16 828.740	0.5136	-0.3449
5	Guatenipa II	8 001	14 114.110	0.7640	-0.2559
6	Jaina	14 199	14 295.490	0.0068	-0.1112
7	Palo Dulce	18 597	11 888.630	-0.3607	-0.0411
8	Ixpalino	11 455	19 475.170	0.7001	0.0068
9	La Huerta	2 709	10 701.950	2.9505	0.1488
10	Toahayana	5 123	8 924.988	0.7421	0.2451
11	Chinipas	4 919	9 272.124	0.8850	0.2833
12	Tamazula	3 543	6 585.969	0.8589	0.4134
13	Naranjo	7 009	5 215.279	-0.2559	0.4927
14	Acatitán	7 458	11 132.360	0.4927	0.5136
15	Guamúchil	6 599	4 322.990	-0.3449	0.7001
16	Choix	3 294	4 655.785	0.4134	0.7421
17	Badiraguato	28 652	7 573.219	-0.7357	0.7640
18	El Quelite	3 568	4 578.810	0.2833	0.8589
19	Zopilote	1 817	3 668.745	1.0191	0.8850
20	El Bledal	2 446	2 809.847	0.1488	0.9783
21	Pericos	1 184	2 744.513	1.3180	1.0191
22	La Tina	1 860	2 315.850	0.2451	1.3180
23	Bamícori	1 815	1 613.112	-0.1112	2.9505

ROSENBROCK, H.H. An automatic method of finding the greatest or least value of a function. *Computer Journal*. Vol. 3, 1960, pp. 175-184.

SRH. *Boletín Hidrológico No. 36. Tomos I y VI. Región Hidrológica No. 10 (Sinaloa)*. México, D.F.: Secretaría de Recursos Hidráulicos, Dirección de Hidrología, 1970 y 1975.

TASKER, G.D., HODGE, S.A., and BARKS, C.S. Region of influence regression for estimating the 50-year flood at ungaged sites. *Water Resources Bulletin*. Vol. 32, No. 1, 1996, pp. 163-170.

Dirección institucional del autor

Dr. Daniel Francisco Campos-Aranda

Profesor jubilado
 Universidad Autónoma de San Luis Potosí
 Genaro Codina 240
 colonia Jardines del Estadio
 78280 San Luis Potosí, San Luis Potosí, MÉXICO
 campos_aranda@hotmail.com

Cuadro 11. Coeficientes de ajuste y funciones objetivo (FO) de las ecuaciones empíricas indicadas ajustadas con optimización numérica (algoritmo de Rosenbrock) para las crecientes de diseño (Q_{Tr}) en la Región Hidrológica Núm. 10.

Coeficientes de ajuste e índices de desempeño	Periodos de retorno (Tr) en años del gasto (Q_{Tr})					
	5	10	25	50	100	500
$Q_{Tr} = b_0 \cdot A^{b_1}$						
b_0	9.6794	16.6157	31.8794	53.0888	66.9377	110.4147
b_1	0.5712	0.5488	0.5137	0.4779	0.4714	0.4542
FO inicial	0.1215	0.1048	0.1070	0.1328	0.1883	0.5112
Número de etapas	8	13	7	3	2	4
Evaluaciones de la FO	48	70	41	22	18	30
FO final	0.0913	0.0818	0.0848	0.1029	0.1327	0.2536
$Q_{Tr} = b_0 \cdot A^{b_1} \cdot Lcp^{b_2}$						
b_0	15.1401	23.7836	35.4876	34.6689	57.1394	88.0143
b_1	0.7466	0.4465	0.3899	0.2958	0.3091	0.2327
b_2	-0.3970	0.0978	0.1914	0.4117	0.3245	0.4376
FO inicial	0.1397	0.1107	0.1101	0.1322	0.1820	0.4730
Número de etapas	11	4	3	13	3	3
Evaluaciones de la FO	96	43	45	117	37	33
FO final	0.0983	0.0924	0.0901	0.1015	0.1310	0.2481

Cuadro 12. Coeficientes de ajuste y funciones objetivo (FO) de las ecuaciones empíricas indicadas ajustadas con optimización numérica (algoritmo de Rosenbrock) para las crecientes de diseño (Q_{Tr}) en la Región Hidrológica Núm. 10.

Coeficientes de ajuste e índices de desempeño	Periodos de retorno (Tr) en años del gasto (Q_{Tr})					
	5	10	25	50	100	500
$Q_{Tr} = b_0 \cdot A^{b_1} \cdot PMD_{Tr}^{b_3}$		PMD_{10}			PMD_{100}	
b_0	0.1821	0.2303	0.1971	1.1448	1.1822	0.9922
b_1	0.6011	0.5728	0.5747	0.5335	0.5436	0.4948
b_3	0.7873	0.8560	0.9641	0.6428	0.6649	0.8342
FO inicial	0.1137	0.1129	0.1076	0.1405	0.2889	1.0430
Número de etapas	7	2	12	2	4	7
Evaluaciones de la FO	69	25	118	21	58	73
FO final	0.0914	0.0826	0.0879	0.1101	0.1442	0.2751
$Q_{Tr} = b_0 \cdot A^{b_1} \cdot Lcp^{b_2} \cdot PMD_{Tr}^{b_3}$		PMD_{10}			PMD_{100}	
b_0	0.1953	0.5055	0.1966	0.9856	0.9080	0.4005
b_1	0.5755	0.5367	0.4034	0.3911	0.3636	0.1872
b_2	0.0502	0.0889	0.3017	0.3511	0.3844	0.7050
b_3	0.7667	0.6674	0.9616	0.5876	0.6559	0.8674
FO inicial	0.1200	0.1176	0.1294	0.1730	0.2671	0.4899
Número de etapas	8	21	10	8	5	16
Evaluaciones de la FO	118	251	150	97	79	180
FO final	0.0962	0.0841	0.0853	0.1034	0.1350	0.2540

Cuadro 13. 36 ecuaciones empíricas obtenidas con los planteamientos indicados, para los seis periodos de retorno indicados.

Ajuste por MCR en el dominio logarítmico	Ajuste por MCR con corrección por sesgo	Ajuste por optimización numérica de una FO
$Q_5 = 17.8007 A^{0.5121}$	$Q_5 = 18.3055 A^{0.5121}$	$Q_5 = 9.6794 A^{0.5712}$
$Q_{10} = 26.7186 A^{0.5036}$	$Q_{10} = 27.7196 A^{0.5036}$	$Q_{10} = 16.6157 A^{0.5488}$
$Q_{25} = 41.1347 A^{0.4981}$	$Q_{25} = 43.5402 A^{0.4981}$	$Q_{25} = 31.8794 A^{0.5137}$
$Q_{50} = 47.9470 A^{0.3586} Lcp^{0.2660}$	$Q_{50} = 59.0646 A^{0.4965}$	$Q_{50} = 34.6689 A^{0.2958} Lcp^{0.4117}$
$Q_{100} = 60.2210 A^{0.3259} Lcp^{0.3285}$	$Q_{100} = 67.5652 A^{0.3259} Lcp^{0.3285}$	$Q_{100} = 57.1394 A^{0.3091} Lcp^{0.3245}$
$Q_{500} = 97.7937 A^{0.2552} Lcp^{0.4670}$	$Q_{500} = 122.8478 A^{0.2552} Lcp^{0.4670}$	$Q_{500} = 88.0143 A^{0.2327} Lcp^{0.4376}$
$Q_5 = 0.2490 A^{0.5618} PMD_{10}^{0.8116}$	$Q_5 = 0.2567 A^{0.5618} PMD_{10}^{0.8116}$	$Q_5 = 0.1821 A^{0.6011} PMD_{10}^{0.7873}$
$Q_{10} = 0.2335 A^{0.5588} PMD_{10}^{0.9011}$	$Q_{10} = 0.2424 A^{0.5588} PMD_{10}^{0.9011}$	$Q_{10} = 0.2303 A^{0.5728} PMD_{10}^{0.8560}$
$Q_{25} = 0.1859 A^{0.4671} Lcp^{0.1793} PMD_{10}^{1.0102}$	$Q_{25} = 0.1966 A^{0.4671} Lcp^{0.1793} PMD_{10}^{1.0102}$	$Q_{25} = 0.1966 A^{0.4034} Lcp^{0.3017} PMD_{10}^{0.9616}$
$Q_{50} = 0.9893 A^{0.4065} Lcp^{0.3010} PMD_{100}^{0.6359}$	$Q_{50} = 1.0651 A^{0.4065} Lcp^{0.3010} PMD_{100}^{0.6359}$	$Q_{50} = 0.9856 A^{0.3911} Lcp^{0.3511} PMD_{100}^{0.5876}$
$Q_{100} = 0.8717 A^{0.3781} Lcp^{0.3666} PMD_{100}^{0.6940}$	$Q_{100} = 0.9680 A^{0.3781} Lcp^{0.3666} PMD_{100}^{0.6940}$	$Q_{100} = 0.9080 A^{0.3636} Lcp^{0.3844} PMD_{100}^{0.6559}$
$Q_{500} = 0.5936 A^{0.3181} Lcp^{0.5130} PMD_{100}^{0.8364}$	$Q_{500} = 0.7329 A^{0.3181} Lcp^{0.5130} PMD_{100}^{0.8364}$	$Q_{500} = 0.4005 A^{0.1872} Lcp^{0.7050} PMD_{100}^{0.8674}$

Cuadro 14. Predicciones estimadas (m³/s) con las ecuaciones empíricas seleccionadas en seis estaciones hidrométricas de registro no confiable de la Región Hidrológica Núm. 10.

Ecuaciones empíricas del	Piaxtla						Urique II					
	Periodos de retorno en años						Periodos de retorno en años					
	5	10	25	50	100	500	5	10	25	50	100	500
Cuadro 3	1 439	2 008	2 948	3 882	5 020	8 831	1 245	1 741	2 561	3 405	4 413	7 799
Cuadro 4	1 730	2 466	3 736	5 379	7 159	13 550	874	1 177	1 672	2 614	3 304	5 503
Cuadro 7	1 479	2 083	3 121	4 176	5 632	11 094	1 280	1 806	2 711	3 629	4 952	9 797
Cuadro 8	1 784	2 560	3 951	5 791	7 950	16 729	901	1 222	1 768	2 814	3 669	6 794
Cuadro 11	1 299	1 840	2 612	3 372	4 043	5 665	1 105	1 575	2 259	2 962	3 573	5 051
Cuadro 12	1 571	2 192	3 297	4 571	5 789	9 192	798	1 073	1 529	2 317	2 771	3 687
Q_{Tr} mediano	1 525	2 138	3 209	4 374	5 711	10 143	1 003	1 399	2 014	2 888	3 621	5 923
Q_{Tr} observado	1 672	2 585	4 442	6 613	9 796	24 180	456	549	660	740	817	983
Ecuaciones empíricas del	Tecusiapa						Cazante					
	Periodos de retorno en años						Periodos de retorno en años					
	5	10	25	50	100	500	5	10	25	50	100	500
Cuadro 3	1 208	1 691	2 488	3 042	3 867	6 542	830	1 169	1 727	2 360	3 078	5 510
Cuadro 4	1 042	1 436	1 983	2 513	3 136	5 084	737	1 024	1 535	1 761	2 235	3 747
Cuadro 7	1 242	1 754	2 633	3 525	4 338	8 218	854	1 213	1 828	2 450	3 454	6 921
Cuadro 8	1 075	1 491	2 097	2 706	3 483	6 277	759	1 063	1 623	1 896	2 482	4 626
Cuadro 11	1 069	1 526	2 192	2 526	3 138	4 286	703	1 020	1 504	2 062	2 529	3 666
Cuadro 12	943	1 293	1 724	2 177	2 602	3 227	646	910	1 398	1 554	1 883	2 626
Q_{Tr} mediano	1 072	1 509	2 145	2 616	3 311	5 681	748	1 044	1 579	1 979	2 506	4 187
Q_{Tr} observado	1 542	2 083	2 861	3 516	4 240	6 241	1 542	2 083	2 861	3 516	4 240	6 241
Ecuaciones empíricas del	Los Molinos						Chico Ruiz					
	Periodos de retorno en años						Periodos de retorno en años					
	5	10	25	50	100	500	5	10	25	50	100	500
Cuadro 3	430	612	910	1 147	1 468	2 514	378	540	804	960	1 213	2 017
Cuadro 4	358	499	706	896	1 120	1 815	384	549	769	1 040	1 323	2 240
Cuadro 7	442	635	963	1 294	1 648	3 158	389	560	851	1 144	1 361	2 534
Cuadro 8	369	518	747	964	1 244	2 240	396	570	814	1 120	1 469	2 765
Cuadro 11	337	504	777	942	1 237	1 772	293	440	684	763	1 028	1 444
Cuadro 12	298	435	620	759	937	1 256	315	471	350	847	1 081	1 527
Q_{Tr} mediano	364	511	762	953	1 241	2 028	387	545	792	1 000	1 268	2 129
Q_{Tr} observado	226	260	293	312	328	355	329	413	510	576	637	761

Cuadro 15. Contraste de predicciones estimadas (m^3/s) con las ecuaciones empíricas seleccionadas en seis estaciones hidrométricas de registro confiable de la Región Hidrológica Núm. 10.

Ecuaciones empíricas del	Santa Cruz						Jaina					
	Periodos de retorno en años						Periodos de retorno en años					
	5	10	25	50	100	500	5	10	25	50	100	500
Cuadro 3	1 877	2 607	3 818	4 980	6 427	11 263	1 795	2 496	3 657	4 806	6 214	10 930
Cuadro 4	2 184	3 087	4 617	5 762	7 528	13 630	1 875	2 620	3 884	5 025	6 516	11 578
Cuadro 7	1 930	2 705	4 042	5 403	7 211	14 148	1 846	2 590	3 871	5 176	6 972	13 731
Cuadro 8	2 251	3 205	4 883	6 204	8 359	16 829	1 933	2 720	4 107	5 411	7 236	14 296
Cuadro 11	1 747	2 446	3 410	4 335	5 126	7 091	1 663	2 332	3 262	4 196	4 964	6 899
Cuadro 12	2 028	2 774	4 072	4 996	6 145	8 948	1 740	2 365	3 459	4 392	5 356	7 627
Q_{Tr} mediano	1 979	2 740	4 057	5 200	6 819	12 447	1 821	2 543	3 764	4 916	6 365	11 254
Q_{Tr} observado	1 434	2 104	3 258	4 410	5 883	11 118	1 347	2 029	3 309	4 692	6 589	14 199
Error relativo (%)	38.0	30.2	24.5	17.9	15.9	12.0	35.2	25.3	13.8	4.8	-3.4	-20.7
Ecuaciones empíricas del	Ixpalino						Naranjo					
	Periodos de retorno en años						Periodos de retorno en años					
	5	10	25	50	100	500	5	10	25	50	100	500
Cuadro 3	1 554	2 165	3 177	4 324	5 636	10 089	887	1 248	1 842	2 566	3 363	6 081
Cuadro 4	1 882	2 681	4 156	6 078	8 163	15 774	804	1 120	1 704	1 946	2 485	4 224
Cuadro 7	1 598	2 246	3 363	4 499	6 323	12 674	912	1 294	1 950	2 613	3 773	7 638
Cuadro 8	1 941	2 783	4 395	6 543	9 065	19 475	829	1 163	1 802	2 096	2 759	5 215
Cuadro 11	1 415	1 997	2 821	3 832	4 524	6 411	757	1 096	1 608	2 270	2 755	4 017
Cuadro 12	1 719	2 389	3 724	5 206	6 611	10 910	709	996	1 565	1 725	2 094	2 990
Q_{Tr} mediano	1 659	2 318	3 544	4 853	6 467	11 792	817	1 142	1 753	2 183	2 757	4 720
Q_{Tr} observado	1 557	2 201	3 333	4 485	5 982	11 455	909	1 353	2 105	2 842	3 775	7 009
Error relativo (%)	6.6	5.3	6.3	8.3	8.1	2.9	-10.1	-15.6	-16.7	-23.2	-27.0	-32.7
Ecuaciones empíricas del	Zopilote						El Bledal					
	Periodos de retorno en años						Periodos de retorno en años					
	5	10	25	50	100	500	5	10	25	50	100	500
Cuadro 3	497	706	1 049	1 516	2 004	3 687	368	526	784	997	1 279	2 200
Cuadro 4	471	665	1 049	1 287	1 675	2 971	377	540	792	1 024	1 316	2 276
Cuadro 7	511	732	1 110	1 490	2 248	4 631	379	545	829	1 114	1 436	2 764
Cuadro 8	485	690	1 109	1 386	1 860	3 669	389	561	837	1 102	1 461	2 810
Cuadro 11	397	589	813	1 348	1 676	2 532	284	427	666	820	1 084	1 567
Cuadro 12	396	579	973	1 119	1 408	2 256	309	463	688	848	1 084	1 623
Q_{Tr} mediano	478	678	1 049	1 367	1 768	3 320	373	533	788	1 011	1 298	2 238
Q_{Tr} observado	558	738	977	1 161	1 351	1 817	401	565	834	1 090	1 404	2 446
Error relativo (%)	-14.3	-8.1	7.4	17.7	30.9	82.7	-7.0	-5.7	-5.5	-7.2	-7.5	-8.5