Estimación de los parámetros óptimos de la distribución Gumbel mixta por medio del algoritmo de Rosenbrock

Daniel Francisco Campos Aranda

Facultad de Ingeniería,
Universidad Autónoma de San Luis Potosí

En las zonas del país que son afectadas esporádicamente por los ciclones, los registros hidrométricos de gastos máximos anuales están integrados por eventos que proceden de dos tipos de fenómenos meteorológicos; el análisis estadístico de tales muestras tiene dos enfoques o tendencias, el primero consiste en segregar la muestra y obtener la función de distribución combinada y el segundo, se basa en funciones de distribución Gumbel de dos poblaciones o Gumbel mixta. En este trabajo se destaca la utilidad de la función citada y se puntualizan las precauciones que se deben tomar al considerar dos poblaciones, así como para definir el número de eventos de tipo ciclónico; sin embargo, el objetivo fundamental radica en presentar el código desarrollado en Basic para microcomputadora, que permite obtener los cinco parámetros de ajuste de la función Gumbel mixta, por optimización a través del algoritmo de Rosenbrock de múltiples variables no restringidas. Se describen, además, los contrastes y aplicaciones numéricas realizadas.

Generalidades

Los registros hidrométricos de gastos máximos anuales en las zonas del país afectadas esporádicamente por ciclones tropicales muestran la presencia de dos tipos de crecientes, las precipitaciones comunes o normales de la región y las ciclónicas. El U.S. Army Corps of Engineers indica que cuando la cuenca bajo estudio tiene una magnitud mayor de 1300 km^2 es muy común que las precipitaciones ciclónicas provoquen las más grandes crecientes, debido al comportamiento hidrológico de la cuenca, que por ser grande es sensible a lluvias de baja intensidad, pero de amplia cobertura y duración (Morris, 1982).

El análisis estadístico de un registro de gastos máximos anuales, que está integrado por valores procedentes de dos poblaciones, ha mostrado dos tendencias fundamentales, la primera consiste en segregar la muestra y analizar por separado cada población (enfoque presentado por Browzin et al (1972), o bien, en obtener una función de distribución combinada (Morris, 1982; Campos, 1987); la segunda utiliza una función de distribución mixta o para poblaciones mezcladas, enfoque al que se ha recurrido mucho en nuestro país (González, 1970) y (Raynal y Santillán, 1986). Otros planteamientos dentro de esta segunda tendencia son el uso de distribuciones normales mixtas (Singh y Sinclair, 1972) y recientemente el de distribuciones basadas en procesos de Poisson compuestos (Rossi et al, 1984).

En términos generales, el primer enfoque de análisis estadístico se considera más adecuado, excepto cuando no está claro que una determinada población sea la responsable del cambio súbito de tendencia que muestran los datos al llevarlos a un papel de probabilidad Gumbel, o cuando el número de eventos de la muestra es reducido y, por tanto, insuficiente para definir con exactitud la función de distribución de cada población (Morris, 1982).

Dentro del segundo planteamiento de análisis, cuando se define en el papel Gumbel una curva

formada por dos segmentos casi rectos, a partir de los datos de la muestra, (González, 1970) indica que el de menor pendiente se asocia a las crecientes no ciclónicas y el de pendiente mayor, a las avenidas ciclónicas. Esto permite ajustar la función de distribución Gumbel de dos poblaciones o Gumbel mixta, como se ilustra posteriormente.

Conviene puntualizar que se acepta que sólo las mayores crecientes fueron causadas por los ciclones, esto es, debe existir una correspondencia total entre la presencia de éstos en la cuenca y las fechas de ocurrencia de las avenidas máximas; esto implica, como mínimo, que las mayores crecientes de registro hayan acontecido de julio a noviembre, que es la temporada normal de incidencia de los ciclones en la República Mexicana (Secretaría de Programación y Presupuesto, 1970). Si no se cumple con tal relación causa-efecto, la aplicación de la distribución Gumbel mixta es incorrecta y no se trabaja dentro de un contexto hidrológico, sino únicamente estadístico–matemático. Esto debe ser tomado en cuenta al aplicar cualquier función de distribución para poblaciones mezcladas.

Distribución Gumbel mixta

González (1970) dedujo la ecuación de la función de distribución de probabilidad de los gastos máximos anuales cuando éstos provienen de dos poblaciones mezcladas:

$$P(Q \leq q) = F(q) = e^{-e^{\frac{-(q-a_1)}{c_1}}} \left[p + (1-p) e^{-e^{\frac{-(q-a_2)}{c_2}}} \right] \quad (1)$$

siendo (Yevjevich, 1972):

- q = gasto máximo anual para el cual se estima la probabilidad de no excedencia, en m³/s
- a_1 = parámetro de ubicación de la población no ciclónica, en m³/s
- c_1 = parámetro de escala de la población no ciclónica, en m³/s
- a_2 = parámetro de ubicación de la población ciclónica, en m³/s
- c_2 = parámetro de escala de la población ciclónica, en m³/s
- p = probabilidad de tener eventos no ciclónicos, adimensional.

La estimación de los cinco parámetros de ajuste de la ecuación anterior puede efectuarse por medio de métodos estadísticos convencionales, como el de momentos o el de máxima verosimilitud, sin embargo, a medida que aumenta el número de parámetros, disminuye notoriamente la eficiencia de las estimaciones, por ello, González (1970) propuso evaluar los parámetros de ajuste minimizando la suma de los errores cuadráticos pesados (E), entre los valores estimados F(q) por la ecuación (1) y los empíricos, evaluados por ejemplo, con la fórmula de Weibull:

$$F'(q_i) = \frac{m}{n+1} \quad (2)$$

$$E = \sum_{i=1}^{n} \left[F'(q_i) - F(q_i) \right]^2 W_i \quad (3)$$

siendo m el número de orden del gasto máximo anual (q_i), cuando éstos son ordenados en forma creciente; n es el número total de datos y W_i, el peso asignado al error cometido, que es la estimación de la función de distribución en el gasto de orden i.

Para minimizar la ecuación (3), González (1970) aplicó el método del máximo ascenso (Fiacco and McCormick, 1968), que es una técnica de gradiente, esto es, requiere de evaluaciones de la función por minimizar y sus derivadas.

Propuesta de estimación de parámetros

Bunday (1984) no recomienda el método del máximo ascenso como un procedimiento formal de optimización, debido a su lentitud y a que el gradiente es una propiedad local; por lo tanto, son necesarios cambios frecuentes de dirección, lo cual conduce a un procedimiento ineficiente de cómputo; el algoritmo falla al tomar en cuenta cualquiera de las segundas derivadas. A partir de esto, el procedimiento propuesto para minimizar la función E (ecuación 3), se basa en el algoritmo de Rosenbrock de múltiples variables no restringidas, técnica de búsqueda directa, cuya descripción operativa se detalla en el Apéndice. Dicho algoritmo requiere de los valores iniciales de los parámetros por optimizar; para ello, se utilizan las expresiones de cada uno, considerando una sola población y su evaluación se efectúa a través de la técnica de momentos (Chow, 1964). Dichas expresiones son:

$$a_1 = \gamma c_1 - \bar{x}_1 \quad (4)$$

$$c_1 = (\sqrt{6}/\pi)S_1 \quad (5)$$

$$a_2 = \gamma\, c_2 - \bar{x}_2 \quad (6)$$

$$c_2 = (\sqrt{6}/\pi)S_2 \quad (7)$$

$$p = \frac{número\ de\ gastos\ no\ ciclónicos}{número\ total\ de\ datos} = \frac{n-nc}{n} \quad (8)$$

donde, γ es la constante de Euler igual a 0.57721..., $\bar{x}_1$, S_1, $\bar{x}_2$, S_2 son los valores de la media y desviación estándar de los gastos máximos anuales de la población no ciclónica y ciclónica, respectivamente, y *nc* es el número de gastos ciclónicos considerados. Después de aplicar el algoritmo de Rosenbrock, se obtienen los valores óptimos de los parámetros de ajuste de la distribución Gumbel mixta.

A fin de evaluar numéricamente y de una manera objetiva la bondad o calidad del ajuste realizado a la muestra y poder comparar con otros modelos matemáticos de función de distribución, como por ejemplo, el General de Valores Externos (GVE) y el GVE mixta, se evalúa el llamado Error Estándar de Ajuste (EE), definido por Raynal (1986a) de la manera siguiente:

$$EE = \left[\frac{(q_o - q_e)^2}{n - np}\right]^{1/2} \quad (9)$$

donde, q_0 son los gastos máximos anuales observados y q_e, los pronosticados a través de la ecuación (1), que corresponden a la misma probabilidad asociada a los valores históricos por medio de la ecuación (2); n_p es el número de parámetros de ajuste, en este caso cinco (a_1, c_1, a_2, c_2 y p).

Considerando que en la ecuación (1), el valor de q correspondiente a una determinada probabilidad de no excedencia no se puede obtener explícitamente, se eligió la técnica numérica de bisección, aceptando una tolerancia de 10^{-5} para el valor absoluto entre la probabilidad calculada con la ecuación (2) y la obtenida con la ecuación (1), al asignar el valor medio o de la bisección a q. Por último, el programa GUM2P (descrito en el Apéndice) permite asignar valores a q y obtener sus correspondientes probabilidades de no excedencia y periodos de retorno, así como analizar otros valores del número de eventos ciclónicos.

Aplicaciones

Con objeto de contrastar los resultados obtenidos con el algoritmo propuesto y los del método de máximo ascenso, se seleccionaron varias estaciones hidrométricas de las 53 procesadas (Secretaría de Recursos Hidráulicos, 1972); los datos correspondientes a cinco de ellas se señalan en el cuadro 1 y los resultados se concentran en el 2. A partir de los valores de este último, se concluye que, en general, el algoritmo de Rosenbrock conduce a valores sensiblemente menores del error estándar de ajuste y se logra una excelente concordancia entre las magnitudes de los parámetros de ajuste y uno de los resultados, de los más utilizados en la actualidad, que es la avenida asociada a un periodo de retorno de 10 000 años. Lógicamente, cuando el número de eventos ciclónicos no está definido con exactitud, se pueden considerar varios y adoptar el que conduzca al menor error estándar de ajuste, pero respetando las recomendaciones citadas al final del primer apartado. En los análisis del cuadro 2, se adoptó el número de eventos ciclónicos que conducía al valor más próximo al parámetro p (ecuación 8), (definido por la Secretaría de Recursos Hidráulicos, 1972, Tabla 5.3, pág. 50).

La siguiente aplicación numérica corresponde al ejemplo 8.13 citado por Springall (1975), para los gastos máximos anuales de la estación hidrométrica Las Cañas sobre el río Fuerte, para el periodo 1952–1969 *(n = 18)*. Springall (1975) realiza el ajuste de la función Gumbel mixta usando sólo los valores iniciales de los parámetros de ajuste (ecuaciones 4 a 8), de manera que el error estándar de ajuste es de 736 m³/s; en cambio, después de aplicar el algoritmo de Rosenbrock, tal valor desciende a 487 m³/s. Conviene destacar que con tal variación se obtienen severas diferencias en los valores del gasto máximo asociado a un determinado periodo de retorno, así por ejemplo, para un intervalo de recurrencia de 100 años, Springall obtiene 11 300m³/s y con el modelo optimizado se deduce un gasto de 17 100m³/s.

Otra aplicación numérica corresponde al ejemplo presentado por Raynal (1986b) para las avenidas máximas anuales de la estación hidrométrica San Francisco en el río Fuerte, para el periodo de 1942–1981 *(n = 32)*. En la ilustración 1 se ejemplifican los dos ajustes de la función Gumbel mixta, uno de ellos obtenido por Raynal (1986b), estimando los parámetros de tal modelo por máxima verosimilitud y el otro a través del algoritmo de

1. Gastos máximos anuales en m^3/s en las estaciones hidrométricas indicadas

No	Año	Acaponeta	Tapichahua	Papagayo	Cihuatlán	La Unión
1	1945	1,1885	–	–	–	–
2	1946	834	–	–	–	–
3	1947	1,126	–	–	–	–
4	1948	1,949	–	–	–	–
5	1949	434	–	–	–	–
6	1950	1,220	–	–	–	–
7	1951	1,334	–	–	–	–
8	1952	1,390	–	–	–	–
9	1953	1,561	–	–	–	–
10	1954	1,041	–	–	–	–
11	1955	2,052	316	1,376	–	–
12	1956	1,442	142	912	–	–
13	1957	3,550	157	1,080	–	–
14	1958	2,080	841	1,211	–	–
15	1959	671	314	789	–	–
16	1960	692	366	2,387	186	–
17	1961	875	683	1,750	406	–
18	1962	597	895	549	340	241
19	1963	2,706	1,240	2,125	457	213
20	1964	1,691	648	298	871	330
21	1965	6,150	1,481	–	333	28.2
22	1966	1,066	637	–	1,061	267
23	1967	2,099	639	–	761	1,399
24	1968	16,000	–	–	1,870	188
25	1969	4,230	–	–	4,960	374
26	1970	1,582	–	–	–	–
Número de datos		26	13	10	10	8
Area (Km^2)		5,092	3,981	2,184	1,991	1,091

2. Comparación de resultados en cinco estaciones hidrométricas

Parámetro / Estación	a_1 (m^3/s)	C_1 (m^3/s)	a_2 (m^3/s)	C_2 (m^3/s)	p	EE (m^3/s)	QTr Tr=10,000 (m^3/s)
Acaponeta							
Método de máximo ascenso	1,118.23	567.62	6,473.79	4,019.80	0.870	1,149.8	35,000
Algoritmo de Rosenbrock	1,112.90	572.39	9,526.33	5,410.70	0.884	786.1	47,710
Tapichahua							
Método de máximo ascenso	374.58	293.15	1,305.90	99.46	0.850	112.5	3,075
Algoritmo de Rosenbrock	370.73	297.45	1,283.90	350.76	0.836	107.7	3,906
Papagayo							
Método de máximo ascenso	638.36	559.33	2,181.27	137.40	0.800	172.6	5,790
Algoritmo de Rosenbrock	795.16	524.80	2,163.78	218.39	0.843	65.2	5,629
Cihuatlán							
Método de máximo ascenso	387.16	286.04	2,721.02	1,205.04	0.780	673.6	12,600
Algoritmo de Rosenbrock	383.79	316.92	4,322.02	1,703.89	0.801	271.1	17,395
La Unión							
Método de máximo ascenso	120.51	131.81	653.55	404.80	0.770	338.3	3,780
Algoritmo de Rosenbrock	205.69	81.52	725.12	945.09	0.810	325.3	7,859

Rosenbrock, que requirió de dos etapas y 44 evaluaciones de la función objetivo; los valores iniciales y finales de los parámetros de ajuste fueron los siguientes:

a_1 = 886.085 m³/s	a_1 = 844.776 m³/s
c_1 = 438.061 m³/s	c_1 = 478.905 m³/s
a_2 = 3706.802 m³/s	a_2 = 3966.016 m³/s
c_2 = 1078.911 m³/s	c_2 = 1229.807 m³/s
p = 0.8125 (nc = 6)	p = 0.80303

La siguiente aplicación numérica se realizó a los gastos máximos anuales de la estación hidrométrica Jaina en el río Sinaloa, para el periodo de 1942–1980 *(n = 39)*; el ajuste de la función Gumbel mixta se realizó a partir de los siguientes valores del número de gastos ciclónicos:

Número de gastos ciclónicos	Error estándar de ajuste en m³/s
2	1,109
3	750
4	461
5	604
6	555
7	686

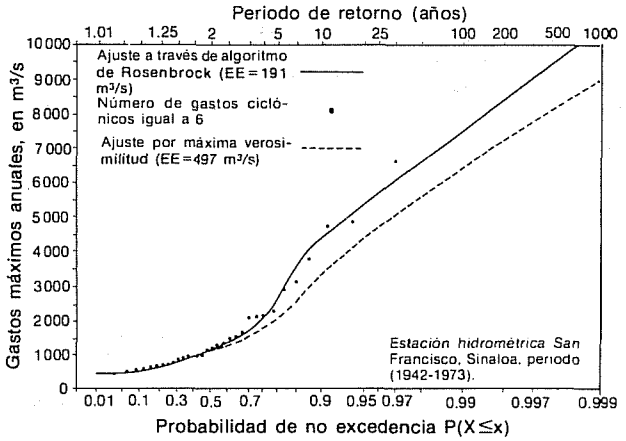
En la ilustración 2 se presenta la distribución Gumbel mixta, adoptando seis gastos ciclónicos, que es el número considerado más apegado a la realidad, de acuerdo con la magnitud de los eventos; además, se observa el ajuste obtenido por Raynal (1986a), al emplear una distribución GVE. En este caso, el algoritmo de Rosenbrock requirió de tres etapas y 142 evaluaciones de la función objetivo; los parámetros de ajuste iniciales y finales fueron:

a_1 = 631.993 m³/s	a_1 = 613.104 m³/s
c_1 = 272.268 m³/s	c_1 = 289.997 m³/s
a_2 = 2,164.739 m³/s	a_2 = 2,442.305 m³/s
c_2 = 1,517.205 m³/s	c_2 = 811.861 m³/s
p = 0.84616 (nc = 6)	p = 0.84215

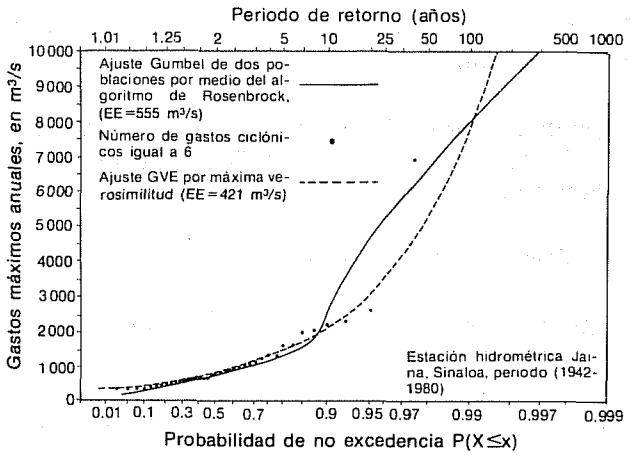
En cambio, en la ilustración 3 se muestran los ajustes GVE y Gumbel mixta, esta última para un número de gastos ciclónicos igual a cuatro, que fue el que condujo al menor error estándar de ajuste.

Para las tres últimas aplicaciones descritas, se revisaron las fechas de ocurrencia de las avenidas consideradas ciclónicas y en todos los casos se encontró una concordancia con las épocas de incidencia de tal tipo de lluvias, o de las llamadas *equipatas* que son precipitaciones originadas por frentes polares (masas de aire frío y húmedo), con características de amplia cobertura y prolongada duración (Secretaría de Recursos Hidráulicos, 1970). La versatilidad de la distribución Gumbel mixta se ha demostrado en las tres ilustraciones anteriores, sin embargo, en la 4 se destaca su

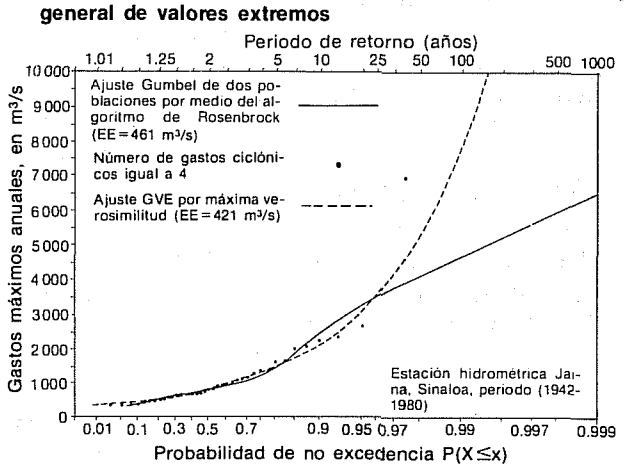
1. Funciones de distribución Gumbel de dos poblaciones



2. Funciones de distribución Gumbel de dos poblaciones y general de valores extremos

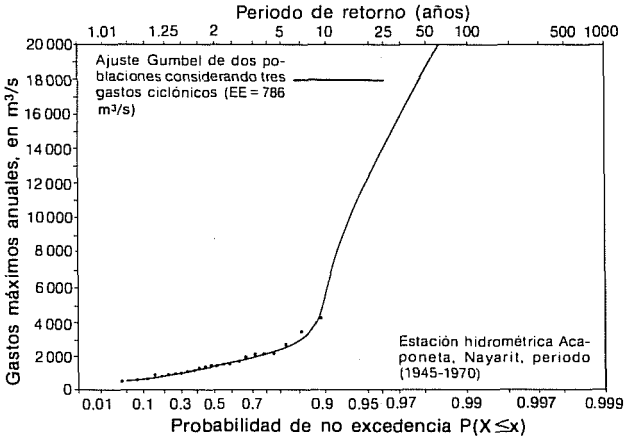


3. Funciones de distribución Gumbel de dos poblaciones y general de valores extremos



gran flexibilidad con el ajuste a los datos de la estación hidrométrica Acaponeta, correspondiente a tres gastos ciclónicos, valor que condujo al menor error estándar de ajuste; los otros valores analizados fueron 2, 4 y 5 con los resultados de 1 162 965 y 1 499 m³/s, respectivamente.

4. Funciones de distribución de Gumbel de dos poblaciones



Apéndice

Descripción del algoritmo de Rosenbrock y del programa GUM2P

El propósito general del algoritmo de Rosenbrock es minimizar una función no lineal de múltiples variables no restringidas, esto es:

$$\text{minimizar} \quad F(X_1, X_2, \cdots\cdots, X_N) \qquad (10)$$

El procedimiento del algoritmo es como sigue (Rosenbrock, 1960):

- Se escogen un punto inicial e incrementos también iniciales S_i, $i = 1, 2, 3...n$. Se evalúa la función objetivo (FX).
- La primera variable X_1 se incrementa una distancia S_1 y se evalúa la función objetivo (FX); si el valor de FX decreció, el incremento es denominado *éxito* y S_1 se multiplica por un factor α mayor o igual a uno. Si el valor de FX aumentó, el incremento es denominado falla y S_1 se multiplica por el factor $\beta(0 \leq \beta \leq 1.0)$ y se invierte la dirección del movimiento.
- El procedimiento descrito se sigue para todas las variables, hasta encontrar un éxito (reducción de FX) y una falla (aumento de FX) en todas las *N* direcciones.
- Se realiza la rotación de ejes, la cual es designada como una *etapa*, por medio de las ecuaciones citadas por Kuester y Mize (1973).
- La búsqueda prosigue en cada una de las *X* direcciones usando los nuevos ejes coordenados.
- El procedimiento termina cuando se satisface el criterio de convergencia, es decir, cuando la diferencia absoluta entre el valor actual de FX y el de la etapa anterior es inferior a la tolerancia establecida.

El código en Basic para el programa GUM2P tiene como característica principal utilizar variables de sólo dos alfanuméricos, lo cual permite su fácil adaptación y uso en microcomputadoras como Apple y Commodore, siempre que se hagan los cambios necesarios para las impresiones o salidas de datos y resultados. La porción correspondiente al algoritmo de Rosenbrock (líneas 1580 a 2500) es una transcripción de la subrutina ROSENB en Fortran presentada por Kuester y Mize (1973, pp. 325-328).

Las principales variables y parámetros del algoritmo de Rosenbrock y del programa GUM2P son:

NQ,NC	número de gastos máximos anuales y ciclónicos, respectivamente.
Q(NQ), QO(NQ)	vector de gastos máximos anuales observados.
X(I)	vector de valores iniciales supuestos para las cinco variables independientes *(I = 1, 2,...,5)* o parámetros de ajuste.
EP(I)	vector de incrementos iniciales para las variables *(I = 1,....,5)*.
MF	número máximo de veces que el programa evalúa la función objetivo *(MF = 1000)*.
KF,KE	contadores del número de evaluaciones de la función objetivo y de etapas, respectivamente.
ME	número máximo de veces que se rotan los ejes *(ME = 30)*.
MC	número de fallas sucesivas encontradas en todas las direcciones antes de terminar *(MC = 50)*.
EY	tolerancia de error en la función objetivo o diferencia entre el valor actual y el valor de la etapa previa *(EY = 10^{-5})*.
NP	variables para el control de los incrementos que se utilizarán después de cada rotación de ejes; si es igual

a uno, se utilizarán los incrementos iniciales; si es igual a dos, se emplearán los incrementos finales de la etapa previa *(NP = 2)*.

AA factor de escalamiento α para aumentar los incrementos *(AA = 2.0)*.

BA factor de escalamiento β para reducir los incrementos *(BA = 0.50)*.

En la línea 1340 se define o calcula el parámetro c_2, y se observa que la desviación estándar S_2 se obtiene a través de su estimador insesgado, esto es, dividiendo el segundo momento central entre *(nc – 1)*; por lo tanto, el número *mínimo* de eventos ciclónicos por considerar será dos. Por otra parte, como indica Bunday (1984), a la fecha no existe un algoritmo de optimización universal garantizado bajo todas las circunstancias y, por ello en ocasiones, puede fallar; algunas veces con sólo cambiar el criterio de terminación sensiblemente, por ejemplo de $\leq$0.00001 a $\leq$0.0001, se logra alcanzar su conclusión. Para el algoritmo de Rosenbrock tal cambio se realiza en el parámetro EY de la línea 1400.

También conviene considerar que el cálculo del error estándar de ajuste se realiza por medio de una técnica numérica (bisección) y por ello, quizás en algunas ocasiones habrá que hacer cambios en las líneas 2690 ó 2720, para conseguir su inicio, funcionamiento y/o terminación. Si durante la ejecución del programa aparece en pantalla *overflow*, significa que el resultado de un cálculo es demasiado grande y que se está utilizando el valor infinito de la máquina; cuando se hace la rotación de ejes, es decir, al iniciar otra etapa el mensaje desaparece, excepto si vuelve a ocurrir en dicha etapa. A continuación, se presenta el programa GUM2P desarrollado y aplicado en una microcomputadora personal (véase ilustración 5).

5. Lista del programa

```
1000  REM ESTE PROGRAMA UTILIZA EL ALGORITMO DE ROSENBROCK
1010  REM PARA OBTENER LOS PARAMETROS OPTIMOS DE AJUSTE DE
1020  REM LA FUNCION DE DISTRIB. GUMBEL DE DOS POBLACIONES
1030  REM PROGRAMA REALIZADO DURANTE ABRIL DE 1988
1040  REM POR DANIEL FCO. CAMPOS ARANDA EN PC: NCR
1050  REM SE INTRODUCEN LOS GASTOS MAXIMOS ANUALES
1060  CLS: PRINT"CALCULO DE LA DISTRIBUCION GUMBEL DE DOS POBLACIONES": PRINT
1070  INPUT"NOMBRE DE LA ESTACION HIDROMETRICA: "; EH$: PRINT
1080  PRINT"SE INTRODUCEN GASTOS MAXIMOS ANUALES (m^3/s)": PRINT
1090  INPUT"NUMERO DE GASTOS MAXIMOS ANUALES ="; NQ
1100  INPUT"NUMERO DE GASTOS MAXIMOS CICLONICOS ="; NC
1110  DIM EP(5),X(5),V(5,5),D(5),BL(5,5),Q(NQ)
1120  DIM BN(5),AJ(5),E(5),AL(5,5),XF(5),QO(NQ)
1130  FOR I=1 TO NQ
1140  PRINT"GASTO MAXIMO No."; I;: INPUT"="; Q(I): NEXT I: PRINT
1150  INPUT"DESEA CORREGIR ALGUN GASTO (S/N)"; A$: IF A$="N" THEN 1180: PRINT
1160  INPUT"INTRODUCIR No.DE GASTO Y VALOR CORRECTO"; I,Q(I): PRINT: GOTO 1150
1170  REM INICIA ORDENAMIENTO DE DATOS
1180  CLS: LOCATE 8,10: PRINT"ORDENAMIENTO DE DATOS"
1190  FOR I=1 TO NQ
1200  QO(I)=Q(I): NEXT I
1210  FOR I=1 TO NQ-1: FOR J=I+1 TO NQ
1220  IF QO(J)¿=QO(I) THEN 1240
1230  Q1=QO(I): QO(I)=QO(J): QO(J)=Q1
1240  NEXT J: NEXT I
1250  REM SE EVALUAN VALORES INICIALES DE LOS PARAMETROS DE AJUSTE
1260  S1=0: S2=0: S3=0: S4=0
1270  FOR I=1 TO NQ
1280  IF I i= (NQ-NC) THEN S1=S1+QO(I): S2=S2+QO(I)^2: GOTO 1300
1290  S3=S3+QO(I): S4=S4+QO(I)^2
1300  NEXT I
1310  X1=S1/(NQ-NC): X2=S3/NC
1320  X(2)=.779*SQR((S2-(NQ-NC)*X1^2)/(NQ-NC-1))
1330  X(1)=X1-.577*X(2): X(5)=(NQ-NC)/NQ
1340  X(4)=.779*SQR((S4-NC*X2^2)/(NC-1))
1350  X(3)=X2-.577*X(4)
1360  FOR I=1 TO 5
1370  EP(I)=.1*X(I): NEXT I
1380  LOCATE 10,10: INPUT"DESEA IMPRESION DE RESULTADOS POR ETAPAS (S/N)"; B$
1390  REM SE DEFINEN PARAMETROS BASICOS DEL ALGORITMO DE ROSENBROCK
1400  MF=1000: ME=30: MC=50: NP=2: EY=.00001: AA=2!: BA=.5: KE=1
1410  LPRINT" FUNCION DE DISTRIBUCION GUMBEL DE 2 POBLACIONES"
1420  LPRINT"AJUSTE DE PARAMETROS A TRAVES DEL ALGORITMO DE ROSENBROCK"
1430  LPRINT: LPRINT"ESTACION HIDROMETRICA: "; EH$
1440  LPRINT: LPRINT"TOLERANCIA DE ERROR EN LA FUNCION OBJETIVO ="; EY
1450  LPRINT" No. GASTOS MAXIMOS: ANUALES Y ORDENADOS EN m^3/s"
1460  FOR I=1 TO NQ
1470  LPRINT USING"#######"; I;: LPRINT USING"######################.#"; Q(I);
1480  LPRINT USING"###########.#"; QO(I): NEXT I
1490  LPRINT"NUMERO DE GASTOS MAXIMOS CICLONICOS ="; NC: LPRINT
1500  LPRINT"VALORES INICIALES DE LOS PARAMETROS DE AJUSTE EN m^3/s: "
1510  LPRINT"PARAMETRO DE UBICACION DE LA POBLACION NO CICLONICA (a1) ="; X(1)
1520  LPRINT"PARAMETRO DE ESCALA DE LA POBLACION NO CICLONICA (c1) ="; X(2)
```

```
1530 LPRINT"PARAMETRO DE UBICACION DE LA POBLACION CICLONICA (a2) ="; X(3)
1540 LPRINT"PARAMETRO DE ESCALA DE LA POBLACION CICLONICA (c2) ="; X(4)
1550 LPRINT"PROBABILIDAD DE EVENTOS NO CICLONICOS (p) ="; X(5)
1560 LPRINT: GOSUB 2960: LPRINT"PRIMER VALOR DE LA FUNCION OBJETIVO ="; FX
1570 REM INICIAN CALCULOS DEL ALGORITMO DE ROSENBROCK
1580 LOCATE 12,10: PRINT"CALCULOS EN PROCESO": KF=1
1590 FOR II=1 TO 5
1600 FOR JJ=1 TO 5
1610 V(II,JJ)=0!
1620 IF(II-JJ) = 0 THEN V(II,JJ)=1!
1630 NEXT JJ: NEXT II
1640 GOSUB 2960: FO=FX
1650 FOR K=1 TO 5
1660 XF(K)=X(K): NEXT K
1670 IF(NP-1) = 0 THEN 1700
1680 FOR I=1 TO 5
1690 E(I)=EP(I): NEXT I
1700 FOR I=1 TO 5
1710 FB=FX: AJ(I)=2!
1720 IF(NP-1) = 0 THEN 1740
1730 GOTO 1750
1740 E(I)=EP(I)
1750 D(I)=0!: NEXT I
1760 III=0
1770 III=III+1
1780 I=1
1790 FOR J=1 TO 5
1800 X(J)=X(J)+E(I)*V(I,J)
1810 NEXT J: GOSUB 2960
1820 KF=KF+1: DF=FB-FX
1830 IF(ABS(DF)-EY) i= 0 THEN 2520
1840 IF(KF-MF) ¿= 0 THEN 2520
1850 IF(FX-FO) I= 0 THEN 1920
1860 FOR J=1 TO 5
1870 X(J)=X(J)-E(I)*V(I,J)
1880 NEXT J: E(I)=-BA*E(I)
1890 IF(AJ(I)-1.5) ¿= 0 THEN 1910
1900 AJ(I)=0!
1910 GOTO 1980
1920 D(I)=D(I)+E(I)
1930 E(I)=AA*E(i): FO=FX
1940 FOR K=1 TO 5
1950 XF(K)=X(K): NEXT K
1960 IF(AJ(I)-1.5) i= 0 THEN 1980
1970 AJ(I)=0!
1980 FOR J=1 TO 5
1990 IF(AJ(J)-.5) ¿ 0 THEN 2010
2000 NEXT J: GOTO 2070
2010 IF(I-5) = 0 THEN 2030
2020 i=I+1: GOTO 1790
2030 FOR J=1 TO 5
2040 IF(AJ(J)-2!) i 0 THEN 1780
2050 NEXT J: IF(III-MC) i 0 THEN 1770
2060 GOTO 2520
2070 FOR I=1 TO 5
2080 FOR J=1 TO 5
2090 AL(I,J)=0!
2100 NEXT J: NEXT I
2110 REM IMPRESION DE RESULTADOS PARCIALES
2120 IF B$="N" THEN 2230
2130 LPRINT: LPRINT"ETAPA NUMERO: "; KE
2140 LPRINT"VALOR DE LA FUNCION OBJETIVO ="; FO
2150 LPRINT"PARAMETROS DE LA POBLACION NO CICLONICA (m^3/s): "
2160 LPRINT"PARAMETRO DE UBICACION a1 ="; X(1)
2170 LPRINT"PARAMETRO DE ESCALA c1 ="; X(2)
2180 LPRINT"PARAMETROS DE LA POBLACION CICLONICA (m^3/s): "
2190 LPRINT"PARAMETRO DE UBICACION a2 ="; X(3)
2200 LPRINT"PARAMETRO DE ESCALA c2 ="; X(4)
2210 LPRINT"PROBABILIDAD (p) DE EVENTOS NO CICLONICOS ="; X(5)
2220 REM SE EFECTUA LA ROTACION DE EJES
2230 CLS: LOCATE 12,10: PRINT"CALCULOS EN PROCESO"
2240 FOR I=1 TO 5: KL=I
2250 FOR J=1 TO 5
2260 FOR K=KL TO 5
2270 AL(I,J)=AL(I,J)+D(K)*V(K,J)
2280 NEXT K: BL(I,J)=AL(I,J)
2290 NEXT J: NEXT I: BN(1)=0!
2300 FOR K=1 TO 5
2310 BN(1)=BN(1)+BL(1,K)^2: NEXT K
2320 BN(1)=SQR(BN(1))
2330 FOR J=1 TO 5
2340 V(1,J)=BL(1,J)/BN(1): NEXT J
2350 FOR I=2 TO 5: II=I-1
2360 FOR J=1 TO 5: SV=0!
2370 FOR KK=1 TO II: S=0!
2380 FOR K=1 TO 5
2390 S=S+AL(I,K)*V(KK,K): NEXT K
2400 SV=SV+S*V(KK,J): NEXT KK
2410 BL(I,J)=AL(I,J)-SV
2420 NEXT J: NEXT I
2430 FOR I=2 TO 5: BN(I)=0!
2440 FOR K=1 TO 5
2450 BN(I)=BN(I)+BL(I,K)^2: NEXT K
2460 BN(I)=SQR(BN(I))
2470 FOR J=1 TO 5
2480 V(I,J)=BL(I,J)/BN(I)
2490 NEXT J: NEXT I
2500 KE=KE+1: IF(KE-ME) i 0 THEN 1700
2510 REM INICIA IMPRESION DE RESULTADOS
2520 LPRINT: LPRINT"No.TOTAL DE ETAPAS: "; KE
2530 LPRINT"No.DE EVALUACIONES DE LA FUNCION OBJETIVO ="; KF
2540 LPRINT"VALOR FINAL DE LA FUNCION OBJETIVO ="; FO
2550 LPRINT: LPRINT"VALORES FINALES DE LOS PARAMETROS DE AJUSTE: "
2560 LPRINT"PARAMETROS DE LA POBLACION NO CICLONICA (m^3/s): "
2570 LPRINT"PARAMETRO DE UBICACION a1 ="; X(1)
2580 LPRINT"PARAMETRO DE ESCALA c1 ="; X(2)
2590 LPRINT"PARAMETROS DE LA POBLACION CICLONICA (m^3/s): "
2600 LPRINT"PARAMETRO DE UBICACION a2 ="; X(3)
2610 LPRINT"PARAMETRO DE ESCALA c2 ="; X(4)
2620 LPRINT"PROBABILIDAD (p) DE EVENTOS NO CICLONICOS ="; X(5)
2630 REM INICIA CALCULO DEL ERROR ESTANDAR DE AJUSTE
2640 CLS: LOCATE 14,10: INPUT"DESEA CALCULO DEL ERROR ESTANDAR (S/N)"; C$
2650 IF C$="N" THEN 2790
2660 LOCATE 16,10: PRINT"CALCULO DEL ERROR ESTANDAR DE AJUSTE"
```

```
2670  N=NQ: NQ=1: SE=0: EE=0: Q(1)=QO(1)
2680  FOR JJ=1 TO N
2690  P=JJ/(N+1): IT=0: QI=.0001*QO(JJ): QS=10*QO(JJ)
2700  QM=(QI+QS)/2!: IT=IT+1
2710  QO(1)=QM: GOSUB 2980: W=P-AB
2720  IF ABS(W) i= .00001 THEN 2750
2730  IF Wi0 THEN QS=QM: GOTO 2700
2740  QI=QM: GOTO 2700
2750  SE=SE+(QO(JJ)-QM)^2
2760  NEXT JJ: EE=SQR(SE/(N-5)): LPRINT
2770  LPRINT"ERROR ESTANDAR DE AJUSTE =";
2780  LPRINT USING"#####.#"; EE;: LPRINT" m^3/s"
2790  REM CALCULO DE LA PROBABILIDAD DE NO EXCEDENCIA
2800  CLS: PRINT"ASIGNAR A Qmax UN VALOR NEGATIVO PARA
      TERMINAR": PRINT
2810  INPUT"INTRODUCIR Qmax PARA OBTENER SU P(Xix): ";
      QO(1)
2820  IF QO(1) i 0 THEN 2900
2830  NQ=1: GOSUB 2980
2840  PRINT"PROBABILIDAD DE NO EXCEDENCIA =";: PRINT
      USING "##.###"; AB
2850  PRINT"PERIODO DE RETORNO (anos) =";: PRINT USING
      "#####.#"; 1/(1-AB)
2860  LPRINT: LPRINT"Qmax PARA EL CUAL SE ESTIMA P(Xix)
      ="; QO(1)
2870  LPRINT"PROBABILIDAD DE NO EXCEDENCIA =";: LPRINT
      USING"##.###"; AB
2880  LPRINT"PERIODO DE RETORNO RESPECTIVO =";: LPRINT
      USING"#####.#"; 1/(1-AB);
2890  LPRINT" ANOS": GOTO 2810
2900  REM SE ANALIZA OTRO NUMERO DE AÑOS CICLONICOS
2910  CLS: INPUT"DESEA ANALIZAR OTRO NO.DE AÑOS
      CICLONICOS (S/N)"; C$
2920  IF C$="N" THEN 2950
2930  INPUT "INTRODUCIR NUEVO NO.DE GASTOS CICLONICOS";
      NC
2940  QO(1)=Q(1): NQ=N: GOTO 1260
2950  END
2960  REM INICIA SUBRUTINA DE LA FUNCION OBJETIVO
2970  KF=KF+1: NE=2.7182818#: E=0
2980  FOR II=1 TO NQ
2990  A1=NE^(-((QO(II)-X(1))/X(2)))
3000  F1=NE^(-A1)
3010  A2=NE^(-((QO(II)-X(3))/X(4)))
3020  F2=NE^(-A2)
3030  AB=F1*(X(5)+(1-X(5))*F2)
3040  E=E+((II/(NQ+1))-AB)^2
3050  NEXT II: FX=E: RETURN
```

Referencias

Browzin B.S., Baumbusch, C.A. y Pavlides, M.G. "Significance of the Genesis of Floods on Probability Analysis". Proceedings of the Second International Symposium in Hydrology, Session V: Regional Flood Frequency Analysis, pp. 450–461, *Water Resources Publications*, Fort Collins, Colorado, EUA, 1972.

Bunday, B.D. "Basic Optimisation Methods", (4): tema 4.1: The Method of Steepest Descent, pp. 47–55, Edward Arnold, Ltd. Londres, Inglaterra, 1984.

Campos A. "Análisis probabilístico de avenidas máximas con poblaciones mezcladas", *Revista Ingeniería Hidráulica en México*, vol. II, núm. 3, II Epoca,, pp. 8–18. México, D.F., 1987.

Chow, V.T. "Statistical and Probability Analysis of Hydrologic Data", Parte I: Frequency Analysis. Sección 8–I del *Manual de Hidrología Aplicada*, Ven Chow (Ed.). McGraw– Hill Book Co. Nueva York, EUA, 1964.

Fiacco, A.V. y McCormick, G.P. "Nonlinear Programming: Sequential Unconstrained Minimization Techniques", (8): *Computational Aspects of Unconstrained Minimization Algorithms*, pp. 156–196, John Wiler and Sons, Inc., Nueva York, EUA, 1968.

González V., F.J. *Contribución al análisis de frecuencias de valores extremos de los gastos máximos en un río*, Instituto de Ingeniería de la UNAM, núm. 277, 24 pp., México, D.F., 1970.

Kuester, J.L. y Mize, J.H. "Optimization Techniques with Fortran", (9): *Multivariable Unconstrained Methods* (Rosenb Algorithm), pp. 320–330, McGraw–Hill Book Co., Nueva York, EUA, 1973.

Morris, E.C. *Mixed–Population Frequency Analysis*, Training Document núm. 17 of The Hydrologic Engineering Center. U.S. Army Corps of Engineers. Davis, California, 43 pp., EUA, 1982.

Raynal V., J.A. *La distribución general de valores extremos en hidrología:* 2. "Estado actual y aplicaciones", VIII Congreso Nacional de Hidráulica, tema B: La Hidráulica en la producción de alimentos, tomo I, pp. B.9–B.19, Toluca, Estado de México, 1986a.

Raynal V., J.A. *Estimadores de máxima verosimilitud para la distribución Gumbel mixta.* XII Congreso de la Academia Nacional de Ingeniería, A.C. pp. 468–471. México, D.F., 1986b.

Raynal V., J.A. y Santillan H., O.D. *Estimadores de máxima verosimilitud para los parámetros de la distribución GVE mixta.* 9o. Congreso Nacional de Hidráulica, subtema IV: Investigación y Desarrollo, tomo III, pp. 79–90, Querétaro, Qro.,1986.

Secretaría de Programación y Presupuesto. *Atlas de huracanes en el Océano Pacífico y en el Océano Atlántico*, Coordinación General del Sistema Nacional de Información, 49 pp., México, D.F. 1979.

Secretaría de Recursos Hidráulicos. *Boletín Hidrológico núm 36*, tomo V, Región Hidrológica núm. 10. Cuarta parte: Crecientes. Jefatura de Irrigación y Control de Ríos, Dirección de Hidrología. México, D.F., 1970

Secretaría de Recursos Hidráulicos. "Estudio de regionalización y predicción de tormentas y avenidas de diseño", (5): *Análisis estadístico de gastos máximos anuales*, Dirección de Proyectos de Irrigación, México, D.F., 1972.

Rosenbrock, H.H. "An Automatic Method for Finding the Greatest or Least Value of a Function", *Computer Journal*, vol. 3, pp. 175–184, 1960.

Rossi, F., Fiorentino, M. y Versace, P. "Two–Component Extreme Value Distribution for Flood Frequency Analysis", *Water Resources Research*, vol. 20, núm. 7, pp. 847–856, 1984.

Singh, K.P. y Sinclair, R.A. "Two Distribution Method for Flood–Frequency Analysis", pp. 29–44, *Journal of the Hydraulic Division*, vol. 98, núm. HY1, 1972.

Springall G., R. "Análisis estadístico y probabilístico de datos hidrológicos", (8):, *Hidrología*, Facultad de Ingeniería, UNAM, 139 pp., México, D.F., 1975.

Yevjevich, V. "Probability and Statistics in Hydrology, tema 78: Extremes values distributions", pp. 1149–159, *Water Resources Publications*, Forth Collins, Colorado, EUA, 1972.