

Método general para calcular coeficientes de dispersión longitudinal en ríos

José Alfredo González Verdugo
Poliopetro F. Martínez Austria

Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, CNA

En la actualidad un problema común a nivel mundial es la contaminación de las aguas superficiales y subterráneas. Esto limita la cantidad y calidad del agua disponible que se puede utilizar principalmente para fines domésticos, de riego e industriales. Para mantener un control de la contaminación del agua, en el caso de las corrientes superficiales, es necesario conocer la capacidad de dichas corrientes para transportar, dispersar y diluir los contaminantes. Un parámetro importante que caracteriza esta capacidad de autodepuración de los ríos es el llamado "coeficiente de dispersión". Su evaluación correcta permite predecir con buena aproximación la variación de la concentración de contaminantes a lo largo del escurrimiento. En este trabajo se propone un método, desarrollado en el IMTA por los autores, para calcular los coeficientes de dispersión, cuya comparación con otros semejantes arroja mejores resultados.

Entre los problemas que enfrentan los Ingenieros hidráulicos y ambientales, está el de la contaminación de las aguas superficiales y subterráneas. Si bien no es nuevo que el hombre utilice los cuerpos de agua naturales (ríos, lagos, etc.) como un medio para deshacerse de lo que no le sirve, hoy en día, debido al desarrollo industrial y al incremento de la población, esta práctica ha provocado serios problemas de contaminación a dichas aguas.

A fin de mantener un control en la calidad del agua en las corrientes superficiales, es necesario conocer la capacidad que tienen los ríos para transportar, dispersar, diluir y depurar los contaminantes que son descargados en ellos. El proceso de mezclado de contaminantes en los ríos se divide en tres etapas: dilución inicial en la zona de descarga, mezclado transversal del contaminante y dispersión longitudinal.

En este artículo se mencionan los aspectos relacionados con el último proceso. En la práctica, esto supone que los cálculos no sean válidos en la región cercana, inmediata a la descarga. Se estudia el caso de sustancias conservativas dinámicamente pasivas, es decir en las que no existe producción o destrucción (por procesos químicos o biológicos,

por ejemplo) de la masa de la sustancia o bien no conservativas, pero cuyos cambios de masa no sean de magnitud tal que alteren las condiciones hidrodinámicas del escurrimiento.

Procesos de dispersión

Existen básicamente dos tipos de transferencia de masa de una sustancia en un flujo: difusión molecular y difusión convectiva. La primera se origina por las diferencias de concentración de la sustancia dentro del medio fluido, es decir, se produce un flujo de la sustancia de las regiones de alta concentración a las de baja concentración y el mecanismo de transferencia se realiza mediante movimientos moleculares. La segunda se debe a las propiedades hidrodinámicas del escurrimiento (i.e. su velocidad, turbulencia), de aquí que en los fluidos en reposo sólo exista difusión molecular.

Si bien en los fluidos en movimiento los dos tipos de transferencia se dan de manera simultánea, es importante distinguir el tipo de régimen en que ocurren. En un flujo turbulento, como es el escurrimiento en ríos, el intercambio macroscópico de partículas es mucho más importante que el

molecular. En este caso, la dilución de contaminantes depende de la difusión turbulenta y de la convectiva, es decir, del comúnmente llamado fenómeno de dispersión.

Teoría de Taylor

Los estudios de dispersión de contaminantes en un flujo datan de 1953. Taylor fue el primero en investigar el fenómeno de la difusión de la masa de una sustancia en otra. Inicialmente estudió el proceso en los flujos laminares y después en los turbulentos. Su análisis se basa en que la causa principal de la difusión de un contaminante en la dirección del flujo es la no uniformidad del perfil de velocidades transversal en la sección, razón por la que al fenómeno se le llama dispersión en flujos cortantes. De acuerdo con este autor, el proceso puede describirse mediante la siguiente ecuación diferencial parcial:

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} = K \frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial x^2} \quad (1)$$

en la cual, $\bar{C}$ es la concentración media en la sección; $\bar{u}$, la velocidad media del flujo; t el tiempo; x , la distancia en la dirección del flujo y K , el coeficiente de dispersión longitudinal.

A esta ecuación se le conoce como Ecuación de difusión Fickiana unidimensional, debido a que supone que el transporte del contaminante en la dirección del flujo es proporcional al gradiente de la concentración, lo que es análogo al proceso descubierto por Fick para la difusión molecular (Fick, 1855).

Una de las restricciones del uso de la ecuación (1), es que sólo es válida después de que el contaminante se ha mezclado completamente a todo lo ancho de la sección (Fischer, 1967). Entonces, el problema de predecir la distribución de concentraciones de contaminantes en ríos aguas abajo de la zona de descarga, se centra en resolver dicha ecuación, para lo cual es indispensable conocer de antemano el coeficiente de dispersión longitudinal K .

Desafortunadamente, el cálculo de K no ha resultado un problema sencillo, y de hecho sólo se puede hacer a nivel analítico para situaciones muy particulares. Por ejemplo, en el caso estudiado por Taylor (1954), sobre flujo en tuberías rectas, encontró que el coeficiente de dispersión es igual a:

$$K = 10.1 a U^* \quad (2)$$

donde a es el radio de la tubería y U^* , la velocidad al cortante, definida como: $U^* = \sqrt{gRS}$ donde g es la aceleración de la gravedad, R , el radio hidráulico y S , la pendiente del conducto.

A partir de los estudios realizados por Taylor, se han desarrollado diversas investigaciones sobre el fenómeno de la dispersión en flujos a superficie libre, y se han propuesto algunas fórmulas para calcular el coeficiente de dispersión longitudinal (Elder, 1959; Parker, 1961 y Kolmogoroff, 1941), las cuales tienen el inconveniente de que en su mayoría se aplican solamente a canales.

Métodos para calcular coeficiente de dispersión longitudinal en ríos

El coeficiente de dispersión se puede obtener en el campo con técnicas de trazado, ya sea mediante el método de Cambio de Momento (Fischer, 1966a) o el de Ruteo (Fischer, 1968). Sin embargo, dichas técnicas resultan demasiado difíciles y costosas, y hay que aplicarlas para cada corriente o tramo en estudio, bajo condiciones de flujo diferentes.

Por otro lado, aunque existen mediciones de coeficientes de dispersión en corrientes naturales (Godfrey, 1970), es imposible extrapolar estos valores a otros ríos debido a la gran diversidad de estos últimos.

Con el propósito de contar con un método que prediga con buena aproximación los coeficientes de dispersión y que sea sencillo de aplicar, se han propuesto varios que están en función de las propiedades geométricas e hidráulicas de los ríos; algunos de los más importantes se comentan y analizan a continuación.

Método de Fischer

Sin duda, uno de los trabajos más importantes sobre dispersión en corrientes naturales es el realizado por Fischer (1967), quien propuso la siguiente expresión para calcular el coeficiente de dispersión:

$$K = -\frac{1}{A} \int_0^b q'(z) dz \int_0^z \frac{1}{\epsilon_z d(z)} dz \int_0^z q'(z) dz \quad (3)$$

donde:

K = coeficiente de dispersión longitudinal

b = ancho del río

ϵz = coeficiente de mezclado lateral turbulento

A = área transversal

z = coordenada transversal al flujo

Además,

$$q'(z) = \int_0^{d(z)} u'(y, z) dy = \int_0^{d(z)} (u(y, z) - \bar{u}) dy$$

donde:

$u(y, z)$ = velocidad en cualquier punto de la sección transversal

$\bar{u}$ = velocidad media de la sección y

$d(z)$ = tirante del flujo en función de z .

Como puede apreciarse, desde el punto de vista práctico, la expresión (3) resulta muy incómoda de utilizar, ya que se tendría que medir la distribución de la velocidad en toda la sección para cada río en estudio, posiblemente en distintos tramos, y tampoco se podrían generalizar para otros casos los valores de los coeficientes obtenidos con esta ecuación.

El mismo Fischer (1975), propone una expresión aproximada de la ecuación (3):

$$K = 0.07 \frac{\bar{u}'^2 l^2}{\epsilon_z} \quad (4)$$

en la que u' es la desviación de la velocidad respecto a la media $\bar{u}$; l es una longitud característica definida como la distancia entre la zona de máxima velocidad y el banco más alejado de dicha zona en la sección transversal y ϵ_z es el coeficiente de mezclado transversal.

De acuerdo con experimentos de laboratorio realizados por este investigador (Fischer, 1966b), $\bar{u}'^2/\bar{u}^2$ varía de 0.17 a 0.25 y, para el caso de corrientes naturales es razonable suponer que $\bar{u}'^2 = 0.2\bar{u}^2$, $l = 0.7W$ y $\epsilon_z = 0.8du^*$. Al sustituir estos valores en la ecuación (4) se tiene:

$$K = 0.011 \frac{\bar{u}^2 w^2}{du^*} \quad (5)$$

donde w es el ancho del río; d , el tirante del flujo; $\bar{u}$, la velocidad media y u^* , la velocidad al cortante.

Método de McQuivey

Con la idea de contar con un método simple para obtener coeficientes de dispersión, McQuivey y Keefer (1974) propusieron una ecuación en función de las propiedades geométricas e hidráulicas del cauce.

Los fundamentos del método parten de establecer una analogía entre la dispersión de una onda y la de un contaminante. Las ecuaciones utilizadas en el

análisis, y que pueden compararse son la de flujo unidimensional

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \bar{C} \frac{\partial q}{\partial X} = D \frac{\partial^2 q}{\partial X^2} \quad (6)$$

en la que q es el gasto unitario, y la antes citada de dispersión unidimensional (difusión Fickiana)

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial X} = K \frac{\partial^2 C}{\partial X^2} \quad (7)$$

Según McQuivey, el hecho de que los dos procesos estén gobernados por la misma ecuación diferencial con parámetros similares, hace posible determinar las condiciones para las que son análogos estos procesos.

Al examinar la relación entre $\bar{C}$ y U , D y K , estos investigadores determinaron la siguiente expresión para el cálculo del coeficiente de dispersión:

$$K = 0.058 \frac{Q_0}{S_0 W_0} \quad (8)$$

donde Q_0 es el gasto; S_0 , la pendiente del río y W_0 , el ancho. El subíndice indica condiciones de flujo uniforme. McQuivey opina que la ecuación (8) es válida para números de Froude menores a 0.5. Nótese que a diferencia de la ecuación de Fischer, el método de McQuivey toma en cuenta explícitamente la pendiente del fondo.

Método de Liu

Este método se basa en la ecuación (3) derivada por Fischer (1967):

$$K = -\frac{1}{A} \int_0^b q'(z) dz \int_0^z \frac{1}{\epsilon_z d(z)} dz \int_0^z q'(z) dz$$

Mediante el análisis inspeccional (Birkhoff, 1955), y aplicándolo a la ecuación anterior, Liu (1977) propone la siguiente expresión

$$K = \beta \frac{U^2 W^3}{U^* A} \quad (9)$$

donde U es la velocidad media; W , el ancho de la sección; U^* , la velocidad al cortante; A , el área transversal y β , un factor que depende tanto de la forma de la sección como de la distribución transversal de velocidades, siendo igual a:

$$\beta = \frac{1}{k} \int_0^1 (h^0 - q^0) \int_0^{z^0} (h)^{-2} \int_0^{z^0} (h^0 - q^0) dz^0 dz^0 dz^0 \quad (10)$$

En opinión de Liu, es imposible considerar individualmente todos los factores que intervienen en la obtención del coeficiente K , como la sinuosidad, las contracciones y expansiones, las zonas muertas, etc., por lo que relaciona el parámetro β con la fricción, ya que de alguna manera estos factores se reflejan en ella.

A partir de los datos de corrientes naturales de varias fuentes publicadas, Liu determina una relación entre β y el factor de fricción f de la ecuación de Darcy-Weisbach, considerando, por razones prácticas, la relación U^*/U , que no es más que $\sqrt{f/8}$.

Al dibujar en un papel doble logarítmico los valores de β y U^*/U , encontró que:

$$\beta = 0.18(U^*/U)^{1.5} = 0.18 \left[\frac{\sqrt{gRS}}{U} \right]^{1.5} \quad (11)$$

Por tanto, si $U = Q/A$ y $A/W = h = R$, la ecuación (9) se puede expresar como:

$$K = \beta \frac{Q^2}{U^* R^3} \quad (12)$$

El método consiste en aplicar la ecuación (12) apoyándose en la (11), lo que da los coeficientes de dispersión.

Al aplicar los métodos antes citados, surgió la necesidad de encontrar uno que tomara en cuenta las principales variables del cauce y del flujo y fuera de aplicación más general. Al comparar los resultados de los coeficientes de dispersión de estos métodos (como se verá más adelante) con las mediciones en corrientes naturales, se descubrió que no es posible distinguir cuál de ellos proporciona valores más cercanos a los medidos e incluso es frecuente que no haya valores cercanos, lo que naturalmente origina la incertidumbre de cuál conviene utilizar si se quiere calcular el coeficiente de dispersión K , antes de solucionar la ecuación (1), y obtener la dispersión de cualquier contaminante.

Método general propuesto

Este método se obtuvo de manera similar a los anteriores, es decir, empíricamente, a partir de las mediciones de los coeficientes de dispersión reportados en la literatura especializada.

De acuerdo con las variables que intervienen en el fenómeno de la dispersión, se puede plantear la siguiente relación funcional:

$$f = (K, Q, U, S, U^*, R, W) \quad (13)$$

al aplicar el teorema II (Streeter, 1982), se llega a la expresión

$$f_1 = (K/RU^*, Q/R^2U^*, U/U^*, W/R, S)$$

Estos parámetros se escogieron después de una cuidadosa selección y prueba con respecto a los datos de campo. Al despejar el parámetro que contiene al coeficiente de dispersión, resulta:

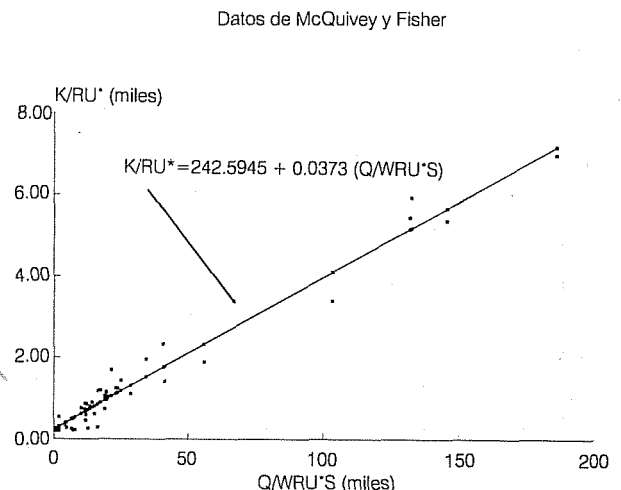
$$K/RU^* = f_2(Q/R^2U^*, U/U^*S, W/R) \quad (14)$$

A partir de la ecuación anterior se realizó un análisis exhaustivo de los datos de los coeficientes de dispersión en ríos respecto a las condiciones del escurrimiento, tanto geométricas como hidráulicas.

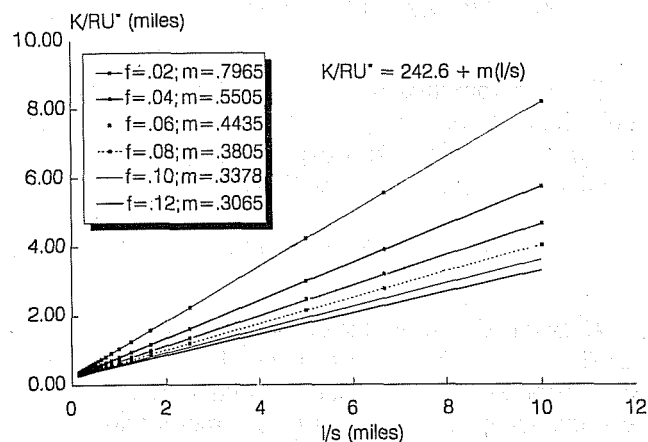
En primer término, se encontró que el parámetro K/RU^* sigue un comportamiento bien definido con respecto al de $Q/WRU^*S = U/U^*S$ (véase ilustración 1).

Sin embargo, en esta figura se observa que cuando este parámetro es menor a 50 000, existen varios valores de K/RU^* para un solo valor de Q/WRU^*S , lo cual hizo pensar en hacer una distinción entre los efectos propios del escurrimiento y la geometría de la corriente. Es importante mencionar que la tendencia o comportamiento de la ilustración anterior es similar para el caso de mediciones de laboratorio realizadas por Fischer (1967). A partir de esto y con ayuda de la ecuación de ajuste resultante de ilustración 1, se generó una nueva curva que se muestra en la ilustración 2, donde el parámetro K/RU^* es función del coeficiente de

1. Variación de K/RU^* respecto de Q/WRU^*S



2. Variación de K/RU^* respecto de S para diferentes valores del coeficiente de fricción f y S



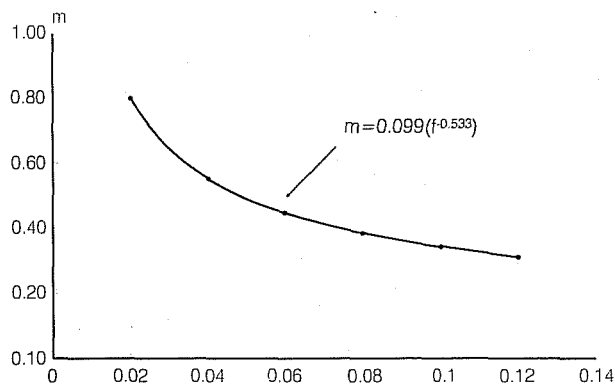
fricción f de Darcy-Weisbach y la pendiente del cauce S .

Al realizar un ajuste de regresión lineal múltiple a los puntos de la curva generada, se observó que la pendiente de cada recta era una función del coeficiente de fricción, con lo que al relacionar a éstos (véase ilustración 3), se determinó una ecuación para la pendiente en función de f , y resultó por último la siguiente expresión, la cual constituye el método propuesto para calcular los coeficientes de dispersión en corrientes naturales:

$$\frac{K}{RU^*} = 242.5945 + (0.099 f^{-0.533}) \left[\frac{1}{S} \right] \quad (15)$$

donde K es el coeficiente de dispersión longitudinal;

3. Relación entre la pendiente de cada recta y el factor de fricción f



R , el radio hidráulico; U^* , la velocidad al cortante; f , el coeficiente de fricción y S , la pendiente del cauce.

Comparación de resultados

Con objeto de mostrar los resultados obtenidos con el método propuesto y contrastarlos con los de otros, se tomaron los datos de los trabajos de McQuivey (1974) y Fischer (1968) y se calcularon los coeficientes de dispersión con todos los métodos descritos (véase cuadro 1 del anexo). Puede observarse que el método propuesto es más consistente y, en general, produce los resultados más aproximados a los medidos. Por otra parte, la confianza en su empleo aumenta si se considera que el porcentaje máximo de error en su aplicación (véase cuadro 2 del anexo), repercute de manera imperceptible en el cálculo de la dispersión de contaminantes, cuando se soluciona la ecuación (1).

Conclusiones

Para mantener un control de las descargas de contaminantes en los ríos es de vital importancia disponer de métodos para predecir el comportamiento de dichos contaminantes a lo largo del escurrimiento.

La simulación del fenómeno de la dispersión de contaminantes se puede realizar mediante la solución de la ecuación de difusión unidimensional. No obstante, antes de solucionarla es necesario conocer el coeficiente de dispersión longitudinal. Los métodos actualmente disponibles tienen diversas desventajas, como su complejidad de aplicación (por ejemplo, los basados en técnicas de trazado); sólo son válidos para ciertas condiciones del escurrimiento (método de McQuivey) y, lo más importante, no siempre sus resultados son consistentes.

En este trabajo se presentó el método general para el cálculo de coeficientes de dispersión; al compararlo con otros se demostró que se obtienen mejores resultados. Por otra parte, requiere de datos sencillos, de los que se dispone en campo, que lo hacen de fácil aplicación.

Referencias

- Birkhoff, G., *Hydrodynamics*, Dover Publication, Inc., Nueva York, 1955, p. 186.
- Edler, J. W., "The Dispersion of Marked Fluid in Turbulent Shear Flow", *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 5, núm. 4, mayo, 1959, pp. 544-560.
- Fick, A., *Ann. Physik*, 94, 59, 1855.

- Fischer, B. H., "A Note on the One-Dimensional Dispersion Model", *Journal International of the Air and Water Pollution*, vol. 10, junio-julio, 1966a, pp. 443-452.
- Fischer, B. H., "Longitudinal Dispersion in Laboratory and Natural Streams", *Technical Rep. KH-R-12*, California Institute of Technology, Pasadena, California, 1966b.
- Fischer, B. H., "Discussion and Simple Method for Predicting Dispersion in Streams", *Journal of the Environmental Engineering Division, ASCE*, vol. 101, núm. EE3, junio, 1975, pp. 453-455.
- Fischer, B. H., "Dispersion Predictions in Natural Streams", *Journal of the Sanitary Engineering Division, ASCE*, vol. 94, octubre, 1968, pp. 927-943.
- Fischer, B. H., "The Mechanics of Dispersion in Natural Streams", *Journal of the Hydraulic Division, ASCE*, vol. 93, núm. HY6, Proc. Paper 5592, Nov., 1967, pp. 187-216.
- Godfrey, R. G., y Frederick, B. J., "Stream Dispersion at Selected Sites", *US Geological Survey Professional Paper*, núm. 433-K, US Geological Survey, Washington D. C., 1970, p. 37.
- Kolmogorof, A. N., "Dissipation of Energy in Locally Isotropic Turbulence", *Comptes Rendus de L'Academie des Sciences de L'Union des Republiques Sovietiques Socialistes*, Leningrado, URSS, vol. 32, 1941.
- Liu, Henry, "Predicting Dispersion Coefficient of Streams", *Journal of the Environmental Engineering Division, ASCE*, vol. 103, núm. EEE1, febrero, 1977, pp. 59-69.
- McQuivey, S. Raul y Thomas N. Keefer, "Simple Method for Predicting Dispersion in Stream", *Journal of the Environmental Engineering Division, ASCE*, vol. 100, núm. EE4, agosto, 1974, pp. 997-1011.
- Parker, F. L., "Eddy Diffusion in Reservoirs and Pipelines", *Journal of Hydraulic Division, ASCE*, vol. 87, núm. HY3, Proc. Paper 2825, mayo, 1961, pp. 151-171.
- Streeter, L. V., y Wylie, B. E., *Mecánica de los fluidos*, McGraw-Hill, sexta edición, 198, pp. 219-235.
- Taylor, G. I., "Dispersion of Soluble Matter in Solvent Flowing Slowly Through a tube", *Proceedings of the Royal Society, Londres, Serie A.*, vol. 219, agosto 1953, pp. 186-203.
- Taylor, G. I., "The Dispersion of Matter in Turbulent Flow Through a pipe", *Proceedings of the Royal Society, Londres, Inglaterra, Serie A*, vol. 223, mayo, 1954, pp. 446-468.

Anexo

1. Comparación de métodos en el cálculo del coeficiente de dispersión. Datos de Fisher y McQuivey

Rio	K(Observ.) (ft ² /s)	Método de Fisher (Ec.5) K(ft ² /s)	Método de McQuivey (Ec.8) K(ft ² /s)	Método de Liu (Ec.12) K(ft ² /s)	Método Propuesto (Ec.15) K(ft ² /s)
Missouri	9600	81273.782	14837.209	6743.567	10601.101
Missouri	9000	48231.159	14148.485	5878.725	10002.849
Missouri	5000	42969.463	6476.667	5739.764	4620.371
Nooksack	375	8636.963	635.238	1676.960	490.701
Sabine	3400	6703.193	4776.471	1483.609	3296.933
Wind/Bighorn	1750	6986.798	1616.068	1880.993	1507.551
Elkhorn	100	3087.328	111.381	758.500	93.897
Elkhorn	225	5215.685	166.516	1480.146	142.998
Wind/Bighorn	450	7008.999	414.720	2252.265	421.538
Sabine	7200	3756.523	12719.298	1389.935	8468.739
Sab-Texas	325	4883.688	329.545	1529.231	251.727
John Day	150	1756.743	99.622	676.544	170.148
Comité	75	293.050	63.477	115.307	56.004
Comité	150	325.194	121.548	145.257	107.676
Bayou Anacoco	150	392.651	151.692	175.088	122.046
Anlietam Creek	275	599.379	228.375	293.929	220.834
Monocacy	150	1305.493	148.222	591.656	127.454
Yadkin	2800	1390.091	4206.963	801.469	3126.541
Monocacy	400	1533.531	402.778	731.229	342.824
Anlietam Creek	175	426.494	137.415	219.455	135.309
Amite	325	1234.709	342.021	607.819	293.237
Bayou Anacoco	425	757.331	459.167	392.130	371.501
Susquehanna	1000	15126.469	1919.361	7213.385	787.556
Anlietam Creek	100	241.462	78.077	150.301	80.752
Chattahoochee	350	1695.934	531.753	1039.822	453.207
Sab-Texas	425	300.341	728.502	196.942	505.503
Bayou Anacoco	350	268.680	395.765	189.271	323.486
Monocacy	50	864.154	71.449	556.785	65.339
Muddy Creek	350	150.634	409.450	133.150	380.677
Muddy Creek	150	83.321	222.344	75.464	208.594
Clinch, Tenn*	580	1387.706	1621.284	719.840	1791.444
Yadkin	1200	870.906	1432.806	754.522	1175.218
Amite	250	447.614	241.667	383.226	225.115
Clinch, Tenn*	500	928.520	1001.677	318.249	1576.082
Clinch, **	87	477.206	277.340	676.142	226.558
John Day	700	251.550	355.936	484.752	1043.968
Cooper Creek*	230	123.857	219.327	249.967	324.923
Nooksack	1650	1514.693	224.562	3470.723	2166.127
Clinch, Tenn*	150	350.700	218.387	514.505	302.607
Cooper Creek*	102	48.733	37.707	84.438	126.078
Powell, Tenn.	102	75.537	193.547	204.835	247.571
Cooper Creek*	210	34.041	43.189	136.370	121.062
Cooper Creek**	106	18.303	127.529	41444.181	120.336

*(abajo) ***(arriba)

2. Error medio relativo. Datos de Fisher y McQuivey

K(Observ.) (ft ² /s)	Método de Fisher (Ec.5) K(ft ² /s)	Método de McQuivey (Ec.8) K(ft ² /s)	Método de Liu (Ec.12) K(ft ² /s)	Método propuesto (Ec.15) K(ft ² /s)	Error relativo (Ec.5) %	Error relativo (Ec.8) %	Error relativo (Ec.12) %	Error relativo (Ec.15) %
9600	81273.782	14837.209	6743.567	10601.101	88.19	35.30	42.36	9.44
9000	48231.159	14148.485	5878.725	10002.849	81.34	36.39	53.09	10.03
5000	42969.463	6476.667	5739.764	4620.371	88.36	22.80	12.89	8.22
375	8636.963	635.238	1676.960	490.701	95.66	40.97	77.64	23.58
3400	6703.193	4776.471	1483.609	3296.933	49.28	28.82	129.17	3.13
1750	6986.798	1616.068	1880.993	1507.551	74.95	8.29	6.96	16.08
100	3087.328	111.381	758.500	93.897	96.76	10.22	86.82	6.50
225	5215.685	166.516	1480.146	142.998	95.69	35.12	84.80	57.35
450	7008.999	414.720	2252.265	421.538	93.58	8.51	80.02	6.75
7200	3756.523	12719.298	1389.935	8468.739	91.67	43.39	418.01	14.98
325	4883.688	329.545	1529.231	251.727	93.35	1.38	78.75	29.11
150	1756.743	99.622	676.544	170.148	91.46	50.57	77.83	11.84
75	293.050	63.477	115.307	56.004	74.41	18.15	34.96	33.92
150	325.194	121.548	145.257	107.676	53.87	23.41	3.27	39.31
150	392.651	151.692	175.088	122.046	61.80	1.12	14.33	22.90
275	599.379	228.375	293.929	220.834	54.12	20.42	6.44	24.53
150	1305.493	148.222	591.656	127.454	88.51	1.20	74.65	17.69
2800	1390.091	4206.963	801.469	3126.541	101.43	33.44	249.36	10.44
400	1533.531	402.778	731.229	342.824	73.92	0.69	45.30	16.68
175	426.494	137.415	219.455	135.309	59.16	27.35	20.26	29.33
325	1234.709	342.021	607.819	293.237	73.68	4.98	46.53	10.83
425	757.331	459.167	392.130	371.501	43.88	7.44	8.38	14.40
1000	15126.469	1919.361	7213.385	787.556	93.39	1.90	86.14	26.98
100	241.462	78.077	150.301	80.752	58.59	28.08	33.47	23.84
350	1695.934	531.753	1039.822	453.207	79.36	34.18	66.34	22.77
425	300.341	728.502	196.942	505.503	41.66	41.66	115.80	15.93
350	268.680	395.765	189.271	323.486	11.56	11.56	84.92	8.20
50	864.154	71.449	556.785	65.339	30.02	30.02	91.02	23.48
350	150.634	409.450	133.150	380.677	14.52	14.52	162.86	8.06
150	83.321	222.344	75.464	208.594	32.54	32.54	98.77	28.09
580	1387.706	1621.284	719.840	1791.444	64.23	64.23	19.43	67.62
1200	870.906	1432.806	754.522	1175.218	16.25	16.25	59.04	2.11
250	447.614	241.667	383.226	225.115	3.45	3.45	34.76	11.05
500	928.520	1001.677	318.249	1576.082	50.08	50.08	57.11	68.28
87	477.206	277.340	676.142	226.558	68.63	68.63	87.13	61.60
700	251.550	355.936	484.752	1043.968	96.66	96.66	44.40	32.95
230	123.857	219.327	249.967	324.923	4.87	4.87	7.99	29.21
1650	1514.693	224.562	3470.723	2166.127	634.76	634.76	52.46	23.83
150	350.700	218.387	514.505	302.607	31.31	31.31	70.85	50.43
102	48.733	37.707	84.438	126.078	170.51	170.51	20.80	19.10
102	75.537	193.547	204.835	247.571	47.30	47.30	50.20	58.80
210	34.041	43.189	136.370	121.062	386.24	386.24	53.99	73.47
106	18.303	127.529	41444.181	120.336	16.88	16.88	99.74	11.91