

Nota técnica

Funciones de producción de algunas cuencas sahelianas

Kalidou Mamadou Bâ, José Llamas, Carlos Díaz Delgado

Departamento de Ingeniería Civil,
Universidad de Laval, Canadá

Robert Lagacé

Departamento de Ingeniería Rural,
Universidad de Laval, Canadá

La precisión de los caudales estimados a la desembocadura de la cuenca a partir de modelos hidrológicos de lluvia-caudal depende en gran parte de la precisión con la que se haya calculado la lluvia neta. El presente estudio compara tres métodos de estimación de la lluvia neta de cinco cuencas de la región Sahel (Africa). Dichos métodos son: el método SCS (Soil Conservation Service, USDA, 1972), el de la regresión simple, y el de la regresión múltiple de la lluvia neta con respecto a la lluvia media y el índice de precipitaciones antecedentes. El método de la regresión es simple y produce buenos resultados.

Palabras clave: cuenca, lluvia media, lluvia neta, índice de las lluvias, antecedentes, función de producción.

Introducción

Los modelos hidrológicos de relación lluvia-caudal están formados principalmente por dos submodelos de los cuales el primero es la función de producción, que transforma la lluvia media (P_m) de una cuenca en lluvia neta (P_n) después de la sustracción de las pérdidas (W). El segundo submodelo es el de la función de transferencia, el cual transforma la lluvia neta en caudal en la desembocadura de la cuenca. La ilustración 1 representa la estructura simplificada de un modelo hidrológico de lluvia-caudal.

Puesto que los caudales estimados en la desembocadura de la cuenca son el resultado de la transformación de la lluvia neta, la precisión de los caudales depende principalmente de la precisión con la cual ha sido calculada la lluvia neta. Actualmente existe una gran variedad de métodos para realizar el cálculo de la lluvia neta. Algunos autores se limitan a la evaluación de la infiltración, que es un factor determinante de la función de producción y proponen funciones de dos a cuatro parámetros [ej. Kostiakov

(2 parámetros), Horton (3 parámetros), Holtan (4 parámetros)]; sin embargo, dichos parámetros presentan una gran dificultad de evaluación.

De cualquier manera, la lluvia neta puede ser explicada por factores condicionales que influyen en el escurrimiento en una cuenca.

En el presente artículo se han efectuado regresiones simples y múltiples entre la lluvia neta, la lluvia media y el índice de precipitaciones antecedentes (IPA), en cinco cuencas sahelianas. Los resultados se compararon con el método del SCS, uno de los más difundidos y aceptados en la actualidad.

Antecedentes

Índice de Precipitaciones Antecedentes (IPA)

La justificación de este índice de Kohler y Linsley (1951) está basado en los siguientes factores:

- *Parámetros característicos del aguacero.* Un aguacero es caracterizado por la altura total de la lámina

de agua precipitada, por su duración, por su intensidad y su repartición en el tiempo y el espacio.

- **Parámetros físicos de la cuenca y parámetros característicos del estado de saturación.** La humedad inicial del suelo de la cuenca, al principio del aguacero, es un factor importante en el estudio de las relaciones lluvia-caudal, que sin embargo, es difícil de evaluar debido a los problemas prácticos relacionados con las medidas sistemáticas. Por esta razón se recurre a un índice que caracterice el grado de saturación basado esencialmente sobre las alturas de las precipitaciones diarias. Estos datos se encuentran en cualquier estudio (Jaton et al., 1978).

Los índices de humedad, basados en las precipitaciones antecedentes, son de varios tipos y únicamente los resultados del análisis de lluvia-caudal producen la información necesaria para precisar el tipo y así poder fijar el valor de los parámetros eventuales. De manera general, estos índices hacen un llamado a la precipitación media y a las precipitaciones precedentes ocurridas en la cuenca. Los principales tipos propuestos son:

$$IPA_i = (P_{i-1} + IPA_{i-1})e^{-\mu t} \quad (1)$$

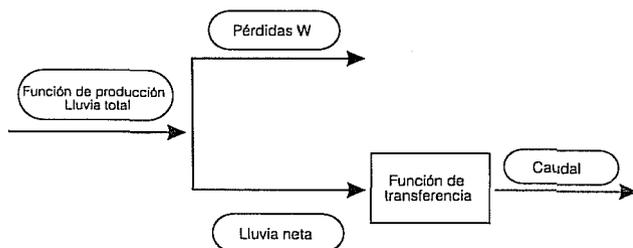
$$IPA_i = c IPA_{i-1} + P_{i-1} \quad (2)$$

donde

- IPA_i = índice de saturación del día i (antes del aguacero de altura P_i)
- IPA_{i-1} = índice de saturación del día $i-1$ (IPA antes del aguacero de altura P_{i-1})
- P_{i-1} = precipitación diaria del día $i-1$
- μ, c = coeficientes
- t = intervalo en días y fracción de día entre el aguacero $i-1$ y el aguacero i .

Es importante observar que la ecuación (2) es recursiva. Para el cálculo de la IPA de un día i , debe conocerse la serie pluviométrica de toda la estación correspondiente, la IPA comienza en el principio de

1. Estructura de un modelo lluvia-caudal



la estación y tiene un valor nulo.

Función de Producción del Soil Conservation Service (SCS)

El método del SCS (USDA, 1972) es uno de los más utilizados por los modelos actuales de relación lluvia-caudal, entre los que pueden citarse: el modelo OTTHYMO de la Universidad de Ottawa (Jordan y Wisner, 1983), el método de SOCOSE desarrollado en Francia por el CEMAGREF (Ribestein, 1990), etcétera.

Los autores de esta función de producción suponen que:

$$\frac{F}{S} = \frac{Q}{P - I_a} \quad (3)$$

donde

- F = infiltración acumulada (mm)
- S = retención potencial máxima (mm)
- Q = volumen total de agua escurrida (mm)
- P = volumen total de agua precipitada (mm)
- I_a = pérdidas por abstracción inicial (mm)

Admitiendo que $F = P - I_a - Q$, la ecuación (3) se transforma en:

$$Q = \frac{(P - I_a)^2}{(P - I_a + S)} \quad (4)$$

que es la ecuación clásica del SCS. Donde S está relacionada con el coeficiente CN, de tal forma que:

$$CN = 25400 / (254 + S) \quad (\text{en unidades métricas}) \quad (5)$$

La ecuación (3) puede ser interpretada como sigue: F/S representa un índice de almacenamiento del depósito suelo y bajo la hipótesis del SCS este coeficiente es proporcional al coeficiente de escurrimiento $Q/(P - I_a)$, donde la precipitación media es reducida de las pérdidas iniciales. El comportamiento de la ecuación (4) puede entenderse con facilidad si se examina la ecuación (3).

Durante un aguacero, a medida que el tiempo pasa, la infiltración acumulada F se acerca a la capacidad potencial máxima de retención S :

$$F \rightarrow S, \text{ entonces } (F/S) \rightarrow 1 \text{ y } Q/(P - I_a) \rightarrow 1$$

Esto indica que una vez que se alcanza la capacidad potencial máxima de retención, el volumen total del agua escurrida se acerca al volumen de la precipitación total; a partir de este momento la infiltración es nula (Consuegra, 1987).

Algunos modelos que utilizan el método del SCS (ej: Hymo) consideran que las pérdidas iniciales son el 20% de las pérdidas por almacenaje, es decir $I_a = 0.2S$, lo que reduce a uno el número de parámetros de la función de producción. Las investigaciones antecedentes (Wisner y Jordan, 1983) han demostrado que esta hipótesis conduce en algunas ocasiones a la obtención de resultados erróneos, dando un volumen de escurrimiento mucho menor que el observado.

Para determinar la I_a , se ha propuesto un nuevo método (Jobin, 1982; Wisner y Jordan, 1983; Consuegra, 1987), que consiste en analizar los caudales para observar si una precipitación ha generado un escurrimiento significativo; posteriormente, se procede a una representación gráfica, siendo las abscisas los valores de IPA y las ordenadas los valores de la precipitación, indicando si se produjo o no un escurrimiento. En este momento es posible hacer una separación de los dos tipos de eventos por una curva que represente el límite del escurrimiento.

Presentación de las cinco cuencas estudiadas

Galmi (Nigeria)

La cuenca de Galmi, localizada al sureste de Nigeria, cuenta con una superficie de 46.5 km², una pendiente media de 11.40 m/km y una densidad de drenaje de 2.8 km/km². Su clima es de tipo saheliano o tropical semiárido; se caracteriza por una estación de lluvias que generalmente se produce en los meses de junio a octubre, muy calurosa y bastante húmeda, seguida de un largo periodo de sequías, al principio suficientemente fría (de noviembre a febrero) y después calurosa (de marzo a abril) (ORSTOM, 1978) (véase ilustración 2 y cuadro 1).

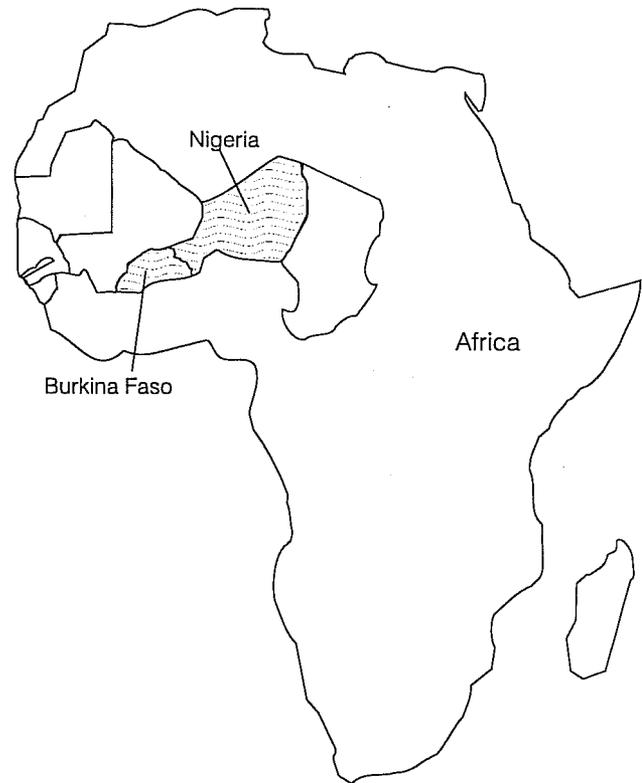
Imiga (Burkina-Faso)

La cuenca rural de Imiga, situada en el centro del país en la llanura de Mossi, cuenta con una superficie de 12.6 km² y una pendiente de 2.49 m/km. El clima es de tipo sureño-saheliano de una sola estación de lluvias que se presenta generalmente de mayo a octubre. La precipitación media anual de 1951 a 1980

1. Características de las cinco cuencas

Cuencas	Estación	País	Superficie (km ²)	Pendiente (m/km)	Coefficiente de escurrimiento (%)
Galmi	Galmie 2	Nigeria	46.50	11.40	34.0
Imiga	Passerelle 1	Burkina Faso	12.60	2.49	9.7
Polaka	Polaka	Burkina Faso	9.14	8.10	14.8
Tchalol	Tchalol	Burkina Faso	9.28	7.60	27.4
Zogona	Pont D. Gaulle	Burkina Faso	12.80	5.60	44.0

2. Localización de las cuencas analizadas en la región saheliana, Africa



en la estación del Zorgho (situada aproximadamente a 13 km al sureste de la cuenca) es del orden de 800 mm. La red hidrográfica está constituida por dos ríos principales que corren de sur a norte y juntan sus aguas un poco antes de llegar a la presa de Imiga; esta presa tiene una fuerte influencia en el caudal aguas abajo. Aun cuando existe una pendiente pronunciada, se observan desbordamientos durante los periodos de avenidas. En general, el lecho del río se encuentra seco y sólo subsisten algunas bolsas de agua entre dos eventos de precipitación (ONPF, 1988).

Marigot de Zogona (Burkina-Faso)

La cuenca de Zogona está localizada en la zona sureste de la mancha urbana de Ouagadougou. Los caudales son medidos en diferentes puntos del río, pero en esta investigación sólo se han empleado los datos de la subcuenca en el punto C (De Gaulle). La cuenca de Zogona tiene una superficie tributaria de 12.8 km² y una pendiente media de 5.6 m/km. El coeficiente de escurrimiento medio y el coeficiente de impermeabilidad media son, respectivamente, 0.44 y 0.18 (CIEH, 1988).

Polaka y Tchalol (Mare d'Oursi, Burkina-Faso)

La cuenca de Polaka cubre una superficie de 9.14 km² con una pendiente de 8.10 m/km. Está compuesta por un 44.8% de terreno gravoso y en la parte baja de la cuenca, por una vegetación de herbáceas y arbustos espinosos, un 29.7% de terrenos arenosos en su mayor parte cultivados, un 18.3% de residuos de coraza y de arenas graníticas, y un 7.2% de montículos con yacimientos de granito en bolas o coraza ferrosa (Ribestein, 1990).

La cuenca de Tchalol tiene una superficie de 9.28 km² y una pendiente de 7.60 m/km. Esta superficie está compuesta por un 44% de montículos con puntas llanas, de vertientes rectilíneas, y una cubierta de yacimientos de gabros y una capa gruesa de coraza ferrosa, por un 47% de vertientes algunas veces interrumpidas por ligeras puntas rocallosas, un 8% de vaguadas y depresiones, y por un 1% de sistemas dunarios (Ribestein, 1990).

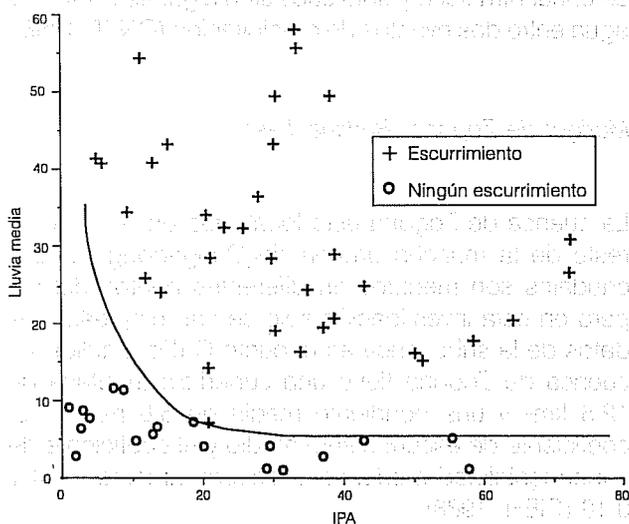
Metodología – resultados y discusión

Para todas las cuencas y por cada uno de los eventos lluvia-caudal disponibles, se ha calculado el valor del IPA correspondiente a partir de la ecuación (2). Además, tal como se indicó anteriormente, también se realizaron regresiones entre la lluvia neta y los dos parámetros principales susceptibles de explicar el fenómeno de la lluvia media de la cuenca y del IPA.

Por otro lado, el método propuesto por Jobin ha sido la herramienta utilizada para el cálculo de las pérdidas iniciales I_a para el modelo del SCS.

La ilustración 3 representa el límite de escurrimiento de la cuenca Imiga con pérdidas iniciales de $I_a = 7.0$

3. Límite de escurrimiento de la cuenca Imiga



mm. Con respecto a las otras cuencas consideradas, las pérdidas iniciales son igualmente de 7.0 milímetros.

En la ecuación (4), una vez que se han fijado las pérdidas iniciales, sólo queda por calibrar un parámetro (CN) para estimar la retención potencial máxima, y después de la lluvia neta.

Los resultados del análisis se presentan en el cuadro 2. La variancia de la lluvia neta se explica por la lluvia media de la cuenca, en un 79.0% para la cuenca de Galmi, un 84.1% para la cuenca de Zogona, un 55.3% para la de Imiga, un 62.4% para la de Polaka y un 85.1% para la de Tchalol.

El error medio relativo de la lluvia neta es inferior a 5% para Galmi, Zogona y Tchalol. Sin embargo, es superior a 10% para Polaka y a 30% para Imiga.

El uso de dos variables independientes, la lluvia media y el IPA, para explicar la lluvia neta, produce resultados sensiblemente idénticos. La variancia de la lluvia neta es explicada por estas dos variables en un 79.2% para Galmi, un 84.5% para Zogona y un 61.0% para Imiga.

El error medio relativo de la lluvia es igualmente inferior al 5% para las cuencas de Galmi y Zogona y de un 15% para la cuenca de Imiga. Para las cuencas de Polaka y Tchalol no se calculó el IPA.

No se encontró ninguna relación estable entre el CN y el IPA en ninguna de las cuencas. Es así que el valor óptimo de CN se ha utilizado en cada una de las cuencas. En todos los casos el error relativo medio de la lluvia neta es inferior a 5% con excepción de la cuenca de Imiga donde fue de un 7%.

Para las cuencas en las cuales los coeficientes de determinación R^2 de la regresión (de la lluvia neta con los parámetros característicos del aguacero o estos últimos con los parámetros característicos del estado de saturación del suelo) son superiores a 80%, los resultados son muy buenos y comparables con el modelo SCS. Este es el caso de las cuencas de Zogona, Tchalol y Galmi.

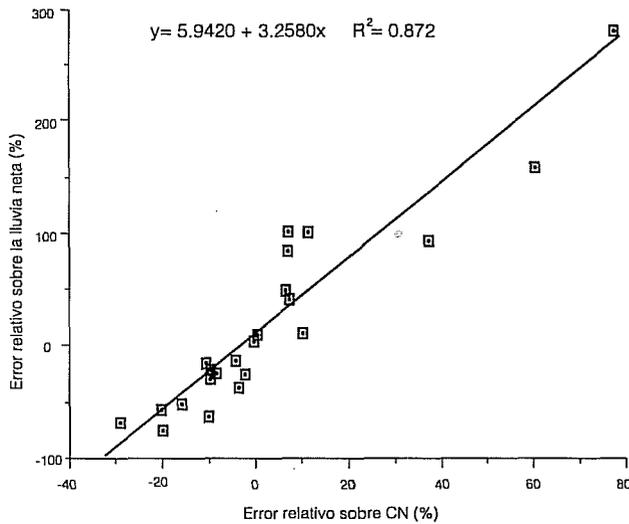
Para Imiga y Polaka, la lluvia media y el IPA no reproducen de manera apropiada la lluvia neta. Para los casos parecidos de otros parámetros que caracterizan

2. Resultados

Cuencas	Area (km ²)	Coeficiente de determinación (R ²)		Error relativo medio (%)		SCS
		(I)	(II)	(I)	(II)	
Galmi	46.50	0.790	0.792	-3.5	-3.3	2.2
Zogona	12.08	0.841	0.845	-2.6	-2.4	-0.9
Imiga	12.60	0.553	0.610	-31.7	-14.8	7.0
Polaka	9.14	0.624	—	-12.1	—	2.6
Tchalol	9.28	0.851	—	-4.5	—	-0.1

(I) = regresión simple; (II) = regresión múltiple

4.. Sensibilidad de CN - media de 5 cuencas



un aguacero (como la intensidad o intervalos Δt dados), una cuenca (como la humedad, el uso de suelos, los parámetros físicos) podrían ser considerados con el fin de mejorar los resultados de las regresiones.

Con el fin de ilustrar la influencia del parámetro CN sobre la función de producción, se han establecido las sensibilidades relativas definidas como el cociente de las diferencias relativas $\partial P/P_0$ y $\partial CN/CN_0$, donde P es la lluvia neta. Estas sensibilidades relativas son adimensionales y, por consiguiente, permiten la comparación entre los diferentes modelos y cuencas. La ilustración 4 representa una sensibilidad relativa media de CN con respecto a la lluvia neta de las cinco cuencas. El 87% de la variancia del error relativo con respecto a la lluvia neta es explicado por el error relativo medio con respecto a CN. La ilustración 4 muestra también que un error relativo de 20% de CN trae consigo un error de más de 75% en la estimación de la lluvia neta.

Conclusión

La adecuación de la función de producción debe quedar como una de las principales preocupaciones de quien utiliza un modelo hidrológico de relación lluvia-caudal. A falta de métodos verificados y fáciles de uso para la estimación de las pérdidas, el uso de la

regresión para la evaluación de la lluvia neta es un medio seguro y de fácil verificación. Este método puede ser algunas veces preferido con respecto a los otros métodos empíricos tal como el método del SCS, aun cuando este último produce en algunas ocasiones, con una buena estimación de las pérdidas iniciales y una buena calibración del parámetro CN, una buena reconstitución de la lluvia neta.

¹ La realización de este trabajo ha sido posible gracias al apoyo financiero de Programme Canadien de Bourses de la Francophonie, Conseil de Recherches en Sciences Naturelles et en Génie du Canada (CRSNG), (subvenciones núm. A-8540 J. Llamas, y OGP0005883, responsable R. Legacé). Los autores agradecen la amabilidad del Dr. P. Ribestein de la ORSTOM de Montpellier, quien tuvo el noble gesto de proporcionar los datos de las cuencas de Polaka y Tchalo.

Revisado: enero, 1993

Referencias

- Comité Interfricain D'études Hydrauliques (CIEH). *Etude hydrologique du marigot de Zogona. Détermination de la crue decennale aux sections caracteristiques*, Ouagadougou, 57 p., más anexos, 1988.
- Consuegra-Zammit D. *Vérification du modèle hydrologique OTTHYMO et propositions pour son application*, tesis de Maestría, Université d'Ottawa, 273 p., más anexos, 1987.
- Jaton J. -F., Musy A. y Regamey P. *Méthode de prédétermination des débits de ruissellement basée sur l'état de saturation antérieur de bassin*, IGR núm. 142, Lausanne, 12 p., más anexos, 1978.
- Jordan J. P. y Wisner P. *Description du modèle OTTHYMO et exemples d'application*, EPFL, Lausanne, IGR núm. 172, 117 p., 1983.
- Jobin, D. I. *Application du modèle OTTHYMO sur un bassin expérimental Suisse*, tesis de Maestría en Ingeniería, Département de Génie Civil, Université d'Ottawa, 1982.
- Linsley, R., Kohler, M., Paulhus, J. *Hidrología para ingenieros*, McDraw & Hill, 1977.
- Office National des Puits et Forages. *Mesures hydrologiques sur le bassin versant d'Imiga-Tiben*, Ouagadougou, 1988.
- Office National des Puits et Forages. *Mesures hydrologiques du marigot de Zogona*, Ouagadougou, 190 p., 1988.
- ORSTOM y M. D.R. du Niger. *Les bassins versants de Galmi, Ibohamane et Tegueleguel. Etude hydrologique*, Campagne, 1976.
- Ribestein, P. *Modèles de crues et petits bassins versants au Sahel. Collection Etudes et Thèses*, Editions de l'ORSTOM, Paris 1990.

Abstract

Bâ, K. M. Et al, "Production Functions in Some Sahelian Watersheds", *Hydraulic Engineering in Mexico (in Spanish)*, Vol. VIII, Nums. 2-3, pages 53-57, May-December, 1993. On the evaluation of flow hydrograph using hydrological models, the precision depends first on the performance of net rainfall calculation. This study compares several methods for the net rainfall determination: such regression analysis and Soil Conservation Service procedure. The application has been done in five watersheds of the Sahel region.

Key words: watershed, mean precipitation, net rainfall, antecedent precipitation index, production fonction.