

Un modelo para simular la transferencia de agua en sistemas de riego por goteo

Manuel Zavala Trejo

DEPFI-UNAM

Waldo Ojeda Bustamante

Instituto Mexicano de Tecnología del Agua

Se presenta un modelo numérico de simulación para describir y analizar la infiltración y redistribución del agua en el suelo bajo condiciones de riego por goteo. La solución numérica de la forma mixta de la ecuación de Richards se obtuvo utilizando el método del elemento finito en la discretización espacial y un esquema de diferencias finitas implícito para la integración en el tiempo. En una primera etapa el esquema numérico fue validado comparando sus resultados con soluciones analíticas obtenidas para formas simplificadas de la ecuación de transferencia de agua. Posteriormente, se presentan algunos casos prácticos de interés agrícola donde se analizan alternativas potenciales que permitan diseñar y mejorar este tipo de sistema de riego.

Palabras clave: elemento finito, diferencias finitas, simulación numérica, infiltración, redistribución, riego por goteo.

Introducción

Los sistemas de riego por goteo mejoran el uso de los recursos hídricos al humedecer sólo una pequeña zona del suelo, reduciéndose así el escurrimiento superficial y las pérdidas por evaporación. Dos de los sistemas de riego por goteo más comúnmente empleados son el puntual y el lineal. En el primero se utilizan emisores denominados goteros y en el segundo cintas de riego, que pueden ser superficiales o subsuperficiales. Se han obtenido soluciones analíticas de la ecuación de Richards para determinar los patrones de distribución de humedad en la zona no saturada del suelo en condiciones de riego por goteo (Wooding, 1968; Philip, 1971; Raats, 1971; Warrick, 1974; Warrick *et al.*, 1979; Warrick, 1985). Sin embargo, la aplicación de estas soluciones al análisis de casos reales es limitada, dado que en su derivación se suponen diferentes hipótesis simplificadoras (régimen permanente, difusividad del suelo constante).

Debido a las limitaciones de las soluciones analíticas y los altos costos de los trabajos experimentales en campo, el desarrollo de un modelo numérico con la capacidad de simular los procesos de transferencia de

agua en sistemas de riego por goteo se convierte en una herramienta necesaria para tener un mejor conocimiento de los diferentes procesos físicos que ocurren en los medios porosos.

Se han desarrollado diferentes modelos de simulación para analizar el flujo de agua a través del suelo en condiciones de riego por goteo, basados en la solución numérica de la ecuación de Richards en su forma del potencial de presión (Bresler *et al.*, 1971; Brandt *et al.*, 1971; van Genuchten, 1983; Healy, 1987; Lafolie *et al.*, 1989). Celia *et al.* (1990) presentan resultados que muestran cómo la solución numérica de esta forma de la ecuación de Richards produce errores considerables en el balance de masa, y proponen el uso de la forma mixta de la ecuación de Richards que permite mejorar el balance de masa en problemas de infiltración unidimensional.

En este trabajo se desarrolla un modelo numérico bidimensional basado en la solución numérica de la forma mixta de la ecuación de Richards, para simular los procesos de transferencia de agua en el suelo y analizar alternativas potenciales que permitan mejorar los sistemas de riego por goteo. El presente trabajo constituye la primer etapa en el desarrollo del modelo,

sin incluir el término de extracción de agua por las raíces de las plantas.

Ecuación básica

La ecuación que gobierna los procesos de transferencia de agua en suelos parcialmente saturados se obtiene combinando el principio general de conservación de masa y la ley generalizada de Darcy, que relaciona la velocidad del flujo con la pérdida de energía en la dirección del movimiento. En su forma bidimensional, la ecuación de transferencia de agua para un medio isotrópico se puede escribir como:

$$\frac{\partial \theta(\psi)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[K(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[K(\psi) \left[\frac{\partial \psi}{\partial z} + 1 \right] \right] \quad (1)$$

donde $\theta(\psi)$ es el contenido de humedad [$L^3 L^{-3}$], ψ es el potencial de presión [L], $K(\psi)$ es la conductividad hidráulica que es función del potencial de presión [$L T^{-1}$], t es el tiempo [T], x es la coordenada horizontal [L] y z la coordenada vertical orientada en forma positiva en la dirección ascendente [L].

Discretización espacial

Al aplicar el método del elemento finito, las dos variables dependientes de la ecuación 1, ψ y θ , se aproximan por funciones de prueba definidas como una combinación lineal:

$$\hat{f}^{(e)} = \sum_{i=1}^{N_e} \varphi_i^{(e)}(x, z) a_i(t) \quad (2)$$

donde $\varphi_i^{(e)}$ son las funciones de interpolación, N_e es el número de nodos del elemento y a_i es un coeficiente a determinar. Al sustituir la solución de elemento finito (ecuación 2) en (1) y aplicar el método de Galerkin de los residuos ponderados, se obtiene:

$$[M] \frac{d\{\theta\}}{dt} + [B]\{\psi\} = \{Q\} - \{G\} \quad (3)$$

donde $[M]$ es la matriz de masa, $[B]$ es la matriz de rigideces, $\{G\}$ es el vector de las fuerzas de gravedad y $\{Q\}$ es el vector que contiene el valor de los flujos en los nodos del dominio. Utilizando funciones de interpolación lineales, se obtiene:

$$M_{ij}^{(e)} = \int_{\Omega_e} \bar{\varphi}_i^{(e)} \bar{\varphi}_j^{(e)} d\Omega = \delta_{ij} \sum_e \frac{A^{(e)}}{3} \quad (4)$$

$$B_{ij}^{(e)} = \int_{\Omega_e} k_i \varphi_i^{(e)} \left(\frac{\partial \varphi_i^{(e)}}{\partial x} \frac{\partial \varphi_j^{(e)}}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_i^{(e)}}{\partial z} \frac{\partial \varphi_j^{(e)}}{\partial z} \right) d\Omega = \quad (5)$$

$$\sum_e \frac{\bar{K}}{4 A^{(e)}} (b_i b_j + c_i c_j)$$

$$G_i^{(e)} = \int_{\Omega_e} k_i \varphi_i^{(e)} \frac{\partial \varphi_i^{(e)}}{\partial z} d\Omega = \sum_e \frac{\bar{K}}{2} c_i \quad (6)$$

donde $\bar{\varphi}_i^{(e)}$ son las funciones de interpolación del sistema de masa concentrado, $A^{(e)}$ es el área del elemento triangular, δ_{ij} es la delta de Kronecker, C_i es la diferencia de coordenadas en la dirección horizontal de los nodos posteriores y anteriores al nodo "i" de un elemento y, de manera análoga, b_i es la diferencia de coordenadas en la dirección vertical y $\bar{K}$ es la conductividad hidráulica promedio en el elemento en análisis.

Integración en el tiempo

Para la integración en el tiempo de la ecuación 3 se utiliza un esquema de diferencias finitas implícito y, dado que se discretiza $\frac{d\theta}{dt}$ como la diferencia de los contenidos de humedad calculados en los tiempo t y $t + \Delta t$ en el intervalo Δt , se genera el siguiente residuo:

$$\{R\}_{t+\Delta t} = [M]_{t+\Delta t} \frac{\{\theta\}_{t+\Delta t} - \{\theta\}_t}{\Delta t} + [B]_{t+\Delta t} \{\psi\}_{t+\Delta t} - \{Q\}_{t+\Delta t} + \{G\}_{t+\Delta t} \quad (7)$$

Al linealizar el sistema de ecuaciones (7) con el método de Picard se obtiene:

$$\{R\}_{t+\Delta t}^{j+1} = [M]_{t+\Delta t}^j \frac{\{\theta\}_{t+\Delta t}^{j+1} - \{\theta\}_t}{\Delta t} + [B]_{t+\Delta t}^j \{\psi\}_{t+\Delta t}^{j+1} - \{Q\}_{t+\Delta t}^j + \{G\}_{t+\Delta t}^j \quad (8)$$

donde j indica el número de iteración en el intervalo de tiempo.

Haciendo una expansión en una serie de Taylor de $R_{t+\Delta t}^{j+1}$ con respecto a ψ , despreciando los términos no lineales e igualando el residuo a cero (Celia *et al.*, 1990), se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\{A\}_{t+\Delta t}^j \{\Delta \psi\}_{t+\Delta t}^{j+1} = \{E\}_{t+\Delta t}^j \quad (9)$$

con:

$$[A]_{t+\Delta t}^j = \frac{1}{\Delta t} C_{t+\Delta t}^j [M]_{t+\Delta t}^j + [B]_{t+\Delta t}^j \quad (10)$$

$$\{E\}_{t+\Delta t}^j = -[M]_{t+\Delta t}^j \frac{\{\theta\}_{t+\Delta t}^j - \{\theta\}_t}{\Delta t} - [B]_{t+\Delta t}^j \{\psi\}_{t+\Delta t}^j + \{Q\}_{t+\Delta t}^j - \{G\}_{t+\Delta t}^j \quad (11)$$

donde $C = \frac{d\theta}{d\psi}$ es la capacidad específica (Richards, 1931).

Condiciones de frontera

En los sistemas de riego superficial con cintas o goteos, generalmente el gasto aplicado a través del emisor excede la capacidad de infiltración del suelo, originándose con ello la formación de una zona encharcada bajo el emisor. La medida de ésta se va incrementando con el tiempo hasta alcanzar un valor estacionario ($r_s(t)$). Debido a que el espesor de esta zona es pequeño, se puede despreciar el efecto de almacenaje en la superficie y asumir condiciones de saturación (condición tipo Dirichlet). Considerando que se realiza una aplicación constante del flujo a través del emisor, las condiciones anteriormente descritas se denotan matemáticamente por:

$$\psi = 0 \quad 0 \leq x \leq r_s(t) \quad z = 0 \quad t > 0 \quad (12)$$

$$q = -K(\psi) \frac{\partial(\psi+z)}{\partial z} \quad x > r_s(t) \quad z = 0 \quad t > 0 \quad (13)$$

donde q representa el flujo de agua que se pierde por evaporación (condición tipo Neumann). Cuando la evaporación es despreciable, el gasto aplicado a través del emisor Q_g es igual al flujo de agua que se infiltra a través de la zona saturada Q_D . Con esta condición, en el caso de emisores puntuales se cumple:

$$Q_g = Q_D = 2\pi \int_0^{r_s(t)} K(\psi) \left[\frac{\partial \psi}{\partial z} + 1 \right] x \, dx \quad (14)$$

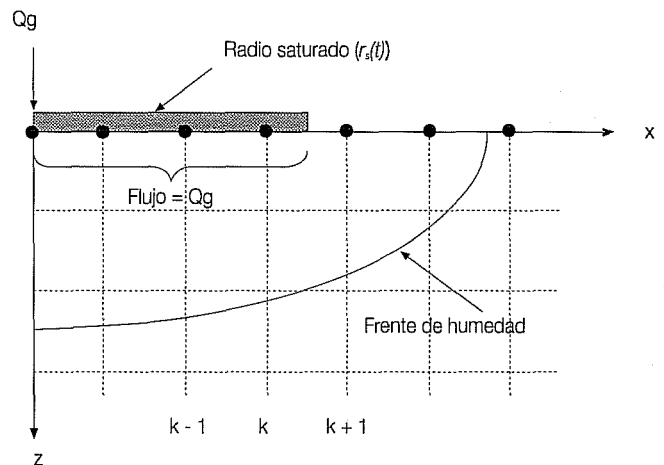
y en cintas de riego:

$$Q_g = Q_D = 2 \int_0^{r_s(t)} K(\psi) \left[\frac{\partial \psi}{\partial z} + 1 \right] dx \quad (15)$$

Para satisfacer la condición de frontera dada en la ecuación 12 se debe resolver el sistema de ecuaciones 9 y cumplir con las condiciones 14 ó 15 según sea el caso. Dado que la medida de la zona saturada cambia en el tiempo y en el espacio, se tiene un problema de frontera móvil (problema de Stefan).

Durante la simulación, la dimensión del radio saturado se modifica y el frente de saturación en la superficie generalmente se localiza entre dos nodos adyacentes de la malla de elementos finitos (k y $k+1$), como se muestra en la ilustración 1. En este modelo, la condición de frontera superior (ecuación 12) se trata mediante una combinación de condiciones de frontera tipo

1. Esquema del flujo del agua bajo un gotero superficial



Neumann y Dirichlet. Al inicio de la simulación, la magnitud del radio saturado ($r_s(t)$) es desconocida, por lo que el gasto aplicado por el gotero (Q_g) se concentra en el primer nodo no saturado de la superficie del suelo (extremo superior izquierdo de la ilustración 1). Posteriormente se ensambla y resuelve el sistema global de ecuaciones 9 y, si durante el proceso iterativo el nodo sujeto a condición de Neumann alcanza la saturación ($\theta = \theta_s$), éste se fija como un nodo con carga constante ($\psi = 0$) y el valor de los potenciales de presión en todo el dominio es reinicializado. Posteriormente se calcula el flujo de agua que se infiltra a través nodos sujetos a una condición tipo Dirichlet mediante la siguiente ecuación:

$$\{Q\}_{nd} = [B] \{\psi\}_{nd} + \{G\}_{nd} \quad (16)$$

donde n_d son los nodos bajo una condición de Dirichlet.

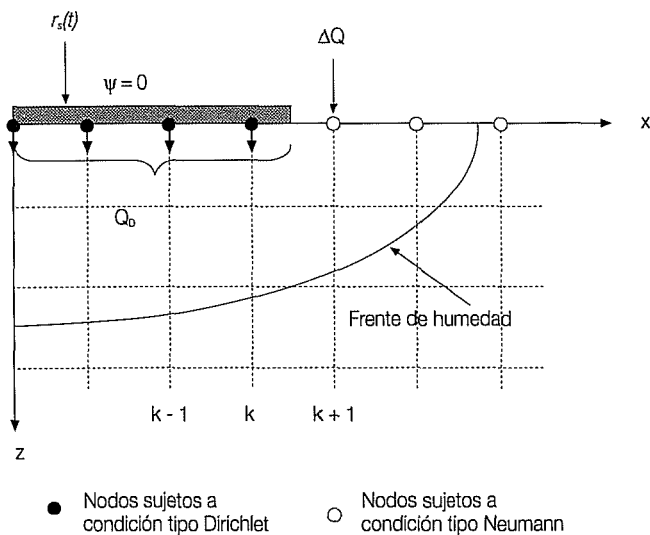
Como el flujo de agua que se infiltra a través de los nodos sujetos a condición tipo Dirichlet es menor o igual al gasto aplicado a través del emisor, se hace un balance de flujos entre el gasto aplicado por el gotero y el calculado usando la ecuación 16:

$$\Delta Q = Q_g - \sum_{i=1}^{n_d} Q_i \quad (17)$$

Si existe un déficit, la diferencia ΔQ es aplicada en el primer nodo no saturado en la superficie (ilustración 2). Este procedimiento se hace hasta alcanzar el nivel de convergencia establecido y posteriormente se continúa con el siguiente nivel de tiempo.

En la frontera inferior se impone la condición de gradiente hidráulico unitario.

2. Condición de frontera superior



$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = 0 \quad (18)$$

Por las fronteras laterales se considera que el flujo en la dirección horizontal, lejos del emisor, es nulo:

$$-K(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0 \quad (19)$$

El esquema numérico desarrollado se codificó en Borland C++ 4.5.

Resultados y discusión

Caso 1: Validación del esquema numérico

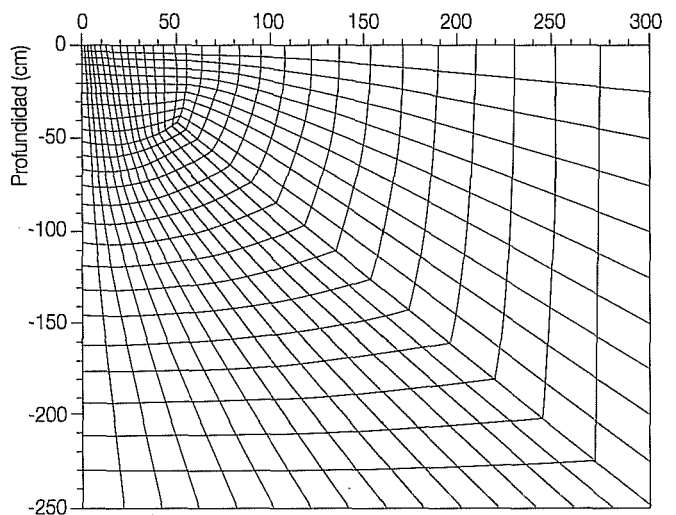
Para verificar la consistencia de la solución obtenida con el modelo numérico, se comparan sus resultados con aquellos derivados de las soluciones analíticas obtenidas para condiciones de régimen permanente por Raats (1971) y Wooding (1968). Como estas soluciones se obtienen utilizando el modelo de conductividad hidráulica $K(\psi)$ propuesto por Gardner (1958), en el esquema numérico se usa este modelo y la relación para la característica de humedad $\theta(\psi)$ presentada por Russo (1988).

Para la validación del modelo se seleccionaron el suelo franco arenoso y el suelo "Pima" franco arcilloso que presentan propiedades hidráulicas contrastantes y cuyos parámetros informados por Amoozegar *et al.* (1984), se muestran en el cuadro 1. El caso consistió en determinar, para ambos tipos de suelo, la distri-

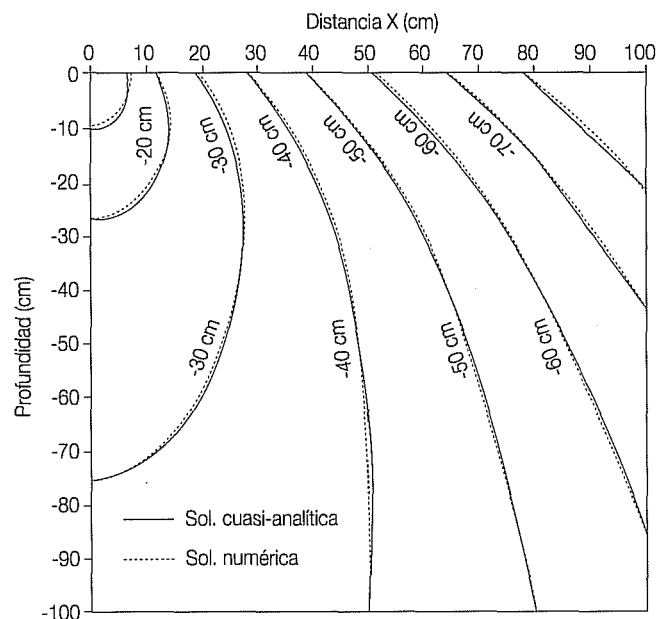
bución del potencial de presión originada por un gotero superficial que descarga un gasto constante de $Q_g = 1000 \text{ cm}^3/\text{h}$, considerando una distribución inicial uniforme del potencial de presión de $\psi_{ini} = -300 \text{ cm}$.

Para representar el efecto de un solo emisor en la superficie, las mallas de elementos finitos se prolongaron hasta una distancia de 250 cm en la dirección vertical para ambos suelos, mientras que en la dirección

3. Malla de elementos finitos utilizada en el suelo franco arenoso



4. Comparación de la distribución del potencial de presión para estado permanente en el suelo franco arenoso



1. Parámetros de los suelos usados

Modelo	Tipo de suelo	K_s (cm/s)	θ_s	θ_r	m	α (cm ⁻¹)
Gardner (1958) y	Franco arenoso	1.00×10^{-3}	0.45	0.05	0.5	1.00×10^{-1}
Russo (1988)	"Pima" Franco arcilloso	1.15×10^{-4}	0.35	0.02	0.5	1.15×10^{-2}
	Franco	6.00×10^{-4}	0.45	0.10	0.5	1.00×10^{-2}
van Genuchten (1980)	Franco limoso "touchet"	4.86×10^{-4}	0.54	0.12	0.5	6.32×10^{-3}
$n = 1/(1-m)$	Arena "Pomona"	2.86×10^{-3}	0.50	0.12	0.5	2.90×10^{-2}

horizontal las distancias para el suelo arenoso y arcilloso fueron de 300 y 400 cm respectivamente. La malla mostrada en la ilustración 3 (suelo franco arenoso) se dividió en elementos triangulares utilizando un procedimiento aleatorio.

Los resultados que se presentan en las ilustraciones 4 y 5 muestran que, lejos del emisor los resultados numéricos y analíticos son prácticamente iguales, presentándose pequeñas diferencias en las regiones cercanas al punto de aplicación del gotero. Estas diferencias se deben a que en la solución cuasi-analítica el gotero se analiza como un punto y no se considera la evolución de la zona saturada en la superficie.

Los valores del radio saturado para estado permanente r_s calculados con el modelo numérico fueron de 4.9 cm para el suelo franco arenoso, y de 6.5 cm para el franco arcilloso (ilustraciones 6 y 7). Además con la

solución analítica de Wooding (1968) se obtienen valores de 4.95 cm y 6.45 cm respectivamente.

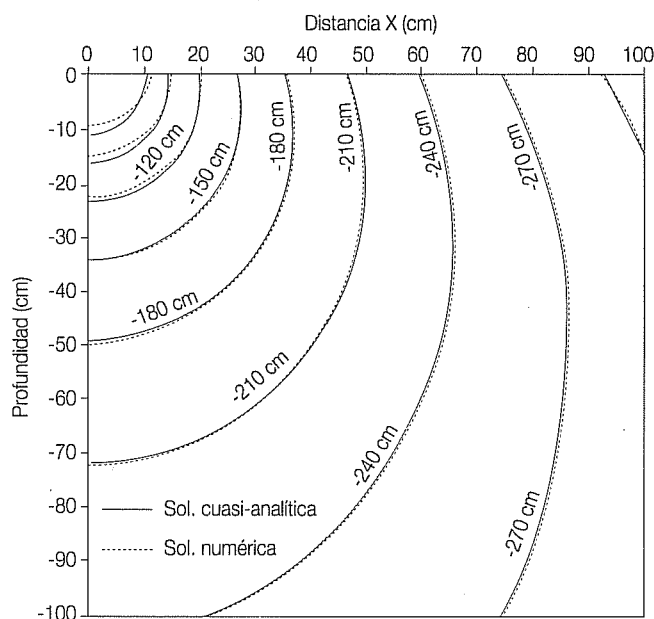
A partir de las comparaciones anteriores, se concluye que el modelo numérico presenta un nivel de confiabilidad adecuado para desarrollar simulaciones del flujo del agua en medios porosos.

Caso 2: Simulación de sistemas de riego por goteo por pulsos usando fuentes lineales

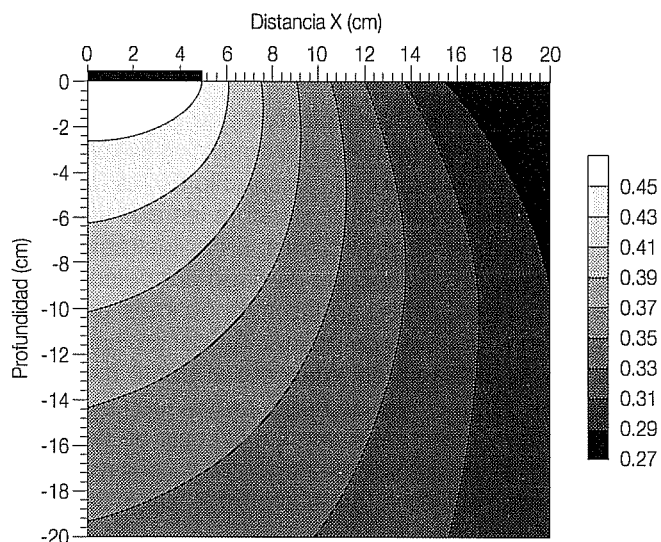
En este caso se obtiene la distribución del potencial de presión del agua en el suelo en un sistema de riego por cintas subsuperficial, bajo aplicaciones de gasto en forma continua y por pulsos, para determinar cuál de las dos alternativas logra mantener mejores condiciones de humedad en la potencial región de desarrollo de las raíces.

En este ejemplo se utiliza un suelo franco (Warrick, 1985) cuyos parámetros para los modelos de las cur-

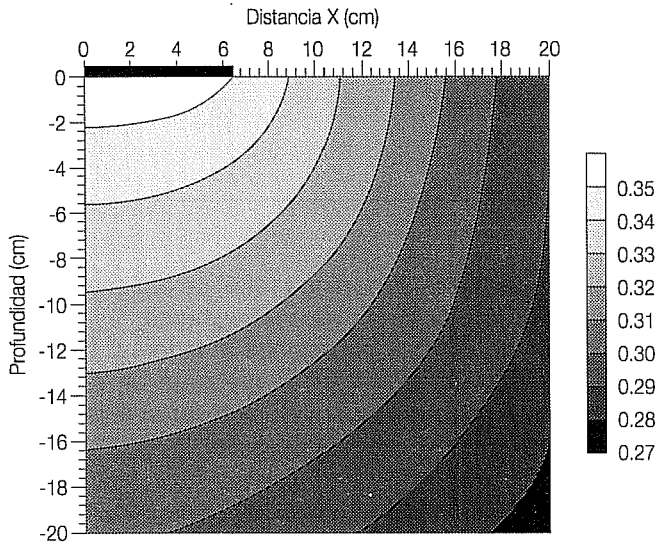
5. Comparación de la distribución del potencial de presión para estado permanente en el suelo "Pima" franco arcilloso



6. Distribución del contenido de humedad y magnitud del radio saturado en el suelo franco arenoso (modelo numérico)



7. Distribución del contenido de humedad y magnitud del radio saturado en el suelo "Pima" franco arcilloso (modelo numérico)



vas $K(\theta)$ y $\theta(\psi)$, propuestos por van Genuchten (1980), se muestran en el cuadro 1.

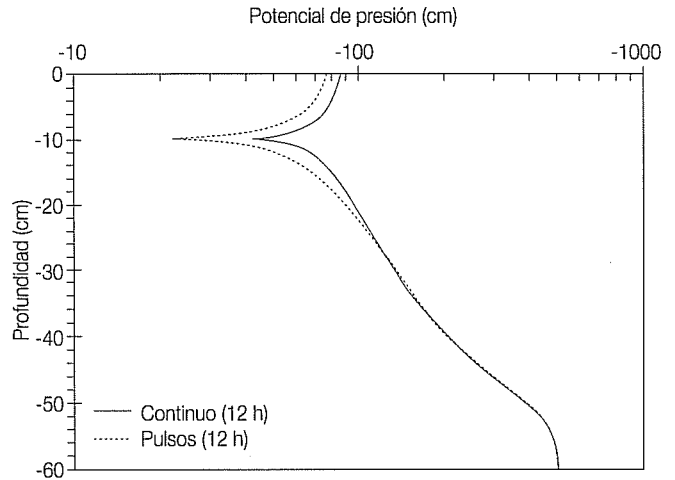
Las fuentes lineales paralelas se encuentran localizadas a una profundidad de 10 cm de la superficie y están separadas por una distancia de $l = 60$ cm. Se utilizó una distribución inicial uniforme de $\psi_{ini} = -500$ cm.

El volumen total aplicado en los dos escenarios es de $V_T = 360 \text{ cm}^3/\text{cm}$, y se simuló durante un tiempo de $T_{max} = 43200 \text{ s}$ en ambos casos (continua y por pulsos). En el caso del riego por pulsos se hicieron 12 aplicaciones de la misma magnitud ($n_q = 12$), con un gasto de $q = 0.015972 \text{ cm}^2/\text{s}$, intercaladas con periodos de la misma duración $\Delta t_i = 1878 \text{ s}$ en los cuales no se aplicó el gasto.

$$V_T = q \Delta t_q n_q \quad (20)$$

En la ilustración 8 se observa que el sistema por pulsos logra mantener mayores condiciones de humedad en la potencial zona de desarrollo de las raíces, y que cuando la profundidad aumenta los dos sistemas mantienen condiciones similares. En la ilustración 9 se comprueba que para el caso de riego por pulsos se logran condiciones de humedad más óptimas en regiones cercanas al punto de aplicación del emisor, y que conforme la distancia se aproxima al punto medio de separación entre cintas de riego, prevalecen condiciones similares en ambos sistemas. De esto se concluye que el uso de un sistema de riego por pulsos mantiene una humedad más alta en la probable zona de desarrollo de las raíces.

8. Distribución vertical del potencial de presión en el origen $x = 0$ en el suelo franco

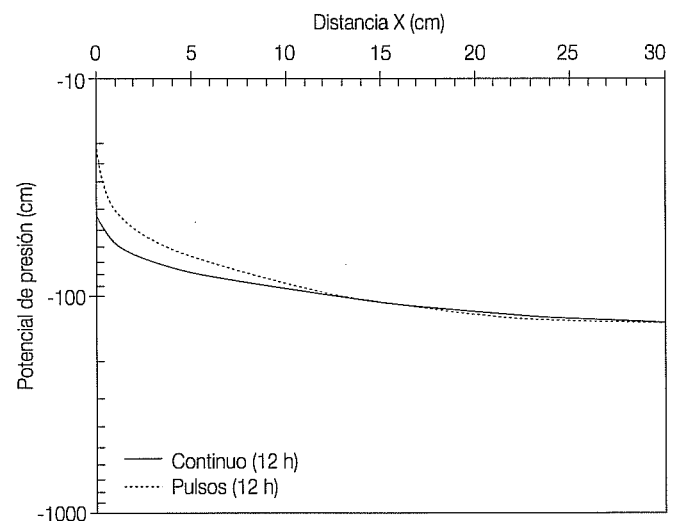


Aunque el sistema de riego por goteo por pulsos permite establecer mejores condiciones de humedad, este procedimiento sólo puede ser aplicado en la práctica cuando se dispone de un sistema de riego automatizado que permita fácilmente controlar el volumen y los periodos de aplicación del flujo.

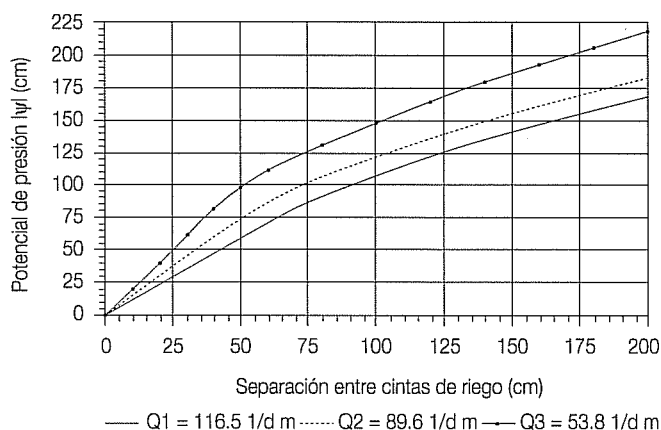
Caso 3: Aplicación del modelo numérico al diseño de un sistema de riego subsuperficial.

Dos características de un sistema riego por goteo subsuperficial a determinar, son la localización espacial del emisor y el gasto a aplicar para mantener los nive-

9. Distribución lateral del potencial de presión a 10 cm de la superficie en el suelo franco



10. Variación del potencial de presión crítico en el suelo franco limoso "touchet"



les de humedad requeridos por el cultivo. Para ello se aplica el modelo numérico, considerando condiciones de régimen permanente, y se utiliza el suelo franco limoso "touchet", cuyos parámetros, informados por Amoozegar *et al.* (1984), se muestran en el cuadro 1.

Las separaciones entre cintas de riego consideradas en la simulación varió entre los 40 y 200 cm, y los emisores se localizaron a una profundidad de 15 cm.

Generalmente, los suelos arenosos requieren de una aplicación de flujo que varía entre los 896 y los $1,165 \text{ cm}^3/\text{d} \cdot \text{cm}$, mientras que en suelos con valores

de conductividad hidráulica a saturación inferiores a $1 \times 10^{-5} \text{ cm/s}$ se requiere aplicar gastos que oscilan entre $448\text{-}538 \text{ cm}^3/\text{d} \cdot \text{cm}$ (Bresler, 1977). Como la mayoría de los emisores comerciales están diseñados entre los rangos anteriores, los tres gastos elegidos para realizar la simulación numérica fueron: $Q_1 = 1165 \text{ cm}^3/\text{d cm}$, $Q_2 = 896 \text{ cm}^3/\text{d cm}$ y $Q_3 = 538 \text{ cm}^3/\text{d cm}$.

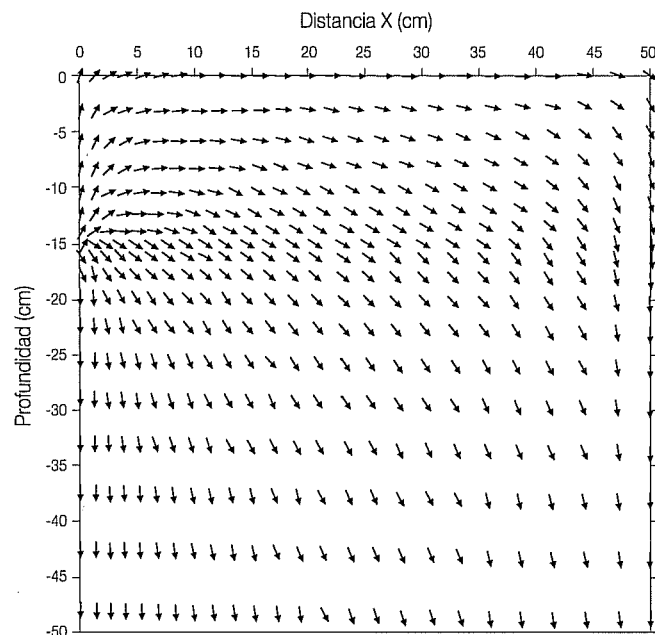
En la ilustración 10 se muestran los resultados obtenidos graficando el potencial de presión crítico (localizado a la mitad de la distancia entre emisores lineales en la superficie) y la separación entre fuentes para los gastos considerados. Esta gráfica puede utilizarse como un criterio de diseño con el fin de elegir tanto la separación entre las cintas de riego como el gasto que se desea aplicar para mantener los niveles de tensión en el suelo requeridos por el cultivo.

Con la utilización del modelo numérico es posible generar una serie de gráficas de diseño que consideren las propiedades hidráulicas de los medios en análisis.

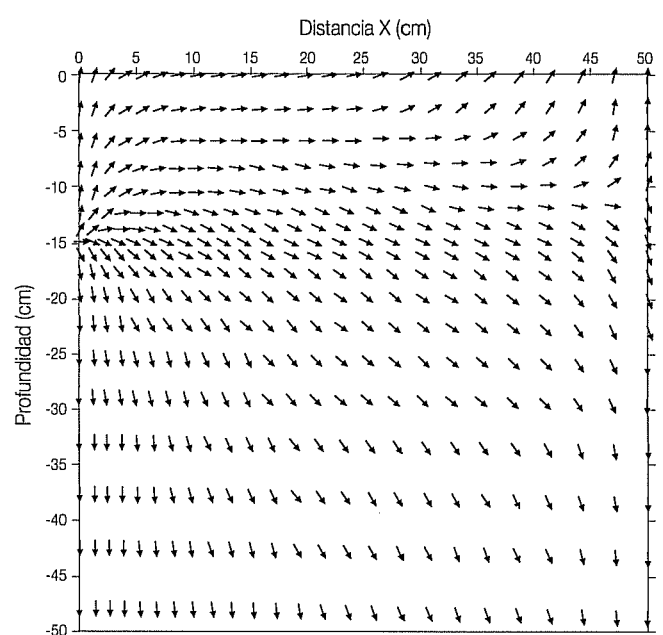
Caso 4: Simulación de sistemas de riego subsuperficiales con evaporación en la superficie.

Aunque el riego por goteo subsuperficial reduce las pérdidas por evaporación, es necesario considerar este efecto para determinar de forma más precisa los patrones de distribución de humedad y el posible movimiento de solutos en la región.

11. Campo de velocidades en el suelo arenoso "Pomona" sin considerar la evaporación



12. Campo de velocidades en el suelo arenoso "Pomona" considerando la evaporación



Para analizar el efecto de la evaporación, se consideró un sistema de riego por goteo subsuperficial cuyos emisores se encuentran localizados a 15 cm de la superficie y separados por una distancia $l = 100$ cm. El gasto aplicado a través del emisor fue de $Q = 1165$ cm³/d, y se utiliza el suelo arenoso "Pomona", cuyos parámetros informados por Vellidis *et al.* (1989) se muestran en el cuadro 1. Finalmente, se consideró una tasa de evaporación promedio de $E_v = 5$ mm/d, distribuida uniformemente sobre la superficie.

Considerando que la situación más desfavorable se presenta cuando se tiene una evaporación durante todo el periodo de riego, y que en estos sistemas se generan condiciones "casi" permanentes, se obtuvo el campo de velocidades en el suelo para condiciones estacionarias.

En las ilustraciones 11 y 12 se puede observar que los mayores cambios en el campo de velocidades, cuando se considera el efecto de la evaporación se registran en las regiones próximas a la mitad de la separación entre las cintas de riego de la superficie. Mientras que en las zonas cercanas al punto de aplicación del gotero, donde se espera se desarrollen las raíces, sólo se registran pequeñas variaciones. Por lo tanto en este tipo de sistema de riego, se puede esperar que las sales, cuando se tengan tasas de evaporación altas, permanezcan disueltas en la zona radical y tiendan a concentrarse a la mitad de separación entre las cintas de riego.

Conclusiones

El esquema numérico desarrollado se validó utilizando soluciones analíticas existentes para casos de sistemas de riego por goteo superficial, verificando que el modelo puede ser utilizado para probar diferentes escenarios agrícolas difíciles de evaluar experimentalmente en campo.

El sistema de riego por goteo por pulsos puede ser una alternativa en suelos francos donde el efecto de la gravedad es menos considerable, para mantener mejores condiciones de humedad en la potencial zona de desarrollo de las raíces.

El modelo puede ser aplicado al diseño de sistemas de riego por goteo para determinar la localización espacial de los emisores, el tiempo y el gasto a aplicar en el riego. Además, es una herramienta para determinar los patrones de distribución de humedad en el suelo que son necesarios conocer, cuando se realiza la aplicación de fertilizantes solubles a través del mismo sistema de riego.

Recibido: 18/03/98
Aprobado: 19/11/98

Referencias

- Amoozegar-Fard A., Warrick A. W., Lomen D.O. 1984. Design nomographs for trickle irrigation systems. *Journal of Irrigation and Drainage* 110:107-120.
- Brandt A., Bresler E., Diner N., Ben-Asher I., Heller J., Goldberg D. 1971. Infiltration from a trickle source I. Mathematical model. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.* 35:675-682.
- Bresler E., Brandt A., Diner N., Ben-Asher I., Heller J., Goldberg D. 1971. Infiltration from a trickle source II. Experimental data and theoretical predictions. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.* 35:683-689.
- Bresler E. 1977. Trickle drip irrigation: Principles and application to soil water management. *Adv. Agron.* 29:343-393.
- Celia M.A., Bouloutas E.T. 1990. A general mass conservative numerical solution for the unsaturated flow equation. *Water Resour. Res.* 7: 483-496.
- Gardner W.R. 1958. Some steady-state solutions of the unsaturated moisture flow equation with application to evaporation from a water table. *Soil Sci.* 85:228-232.
- Healy R. W. 1987. Simulation of trickle irrigation. Report 87-4086. Water Resources Investigations, Washington, D.C.
- Lafolie F., Guenneton R., Th. van Gehuchten M. 1989. Analysis the water flow under trickle irrigation. Theory and numerical solution. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 53:1318-1323.
- Philip J. R. 1971. General theorem on steady infiltration from surface sources with application to point and line sources. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.* 35:867-871.
- Raats P.A.C. 1971. Steady infiltration from point sources, cavities and basins. *Soil Sci.* 35:689-694.
- Richards L. A. 1931. Capillary conduction of liquids through porous mediums. *Physics* 1:318-333.
- Russo D. 1988. Determining soil hydraulic properties by parameter estimation on the selection of a model for the hydraulic properties. *Water Resour. Res.* 24:453-469.
- Van Genuchten M.Th. 1980. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of the unsaturated soils. *Soil Sci. Soc. Amer. J.* 44:892-898.
- Van Genuchten M.Th. 1983. An Hermitian finite element solution of the two dimensional saturated-unsaturated flow equation. *Adv. in Water Resour.* 6:106-111.
- Vellidis G., Smajstrla A. G., Zazueta F. S. 1989. Measured and simulated soil water redistribution and extraction patterns of drip-irrigated tomatoes above a shallow water table. *Trans. ASAE* 18:313-326.
- Warrick A.W. 1974. Time-dependent linearized infiltration. I. point sources. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 38:383-386.
- Warrick A.W., Amoozegar-Fard A., Lomen D. O. 1979. Linearized moisture flow from line source with water extraction. *Trans. ASAE* 7:549-553.
- Warrick A.W. 1985. Point and line infiltration-calculation of the wetted soil surface. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 49:1581-1583.
- Wooding R.A. 1968. Steady infiltration from a shallow circular pond. *Water Resour. Res.* 4:1259-1273.

Abstract

Zavala M., Ojeda W. "A model for the simulation of water transfer in drip irrigation systems". *Hydraulic Engineering in Mexico (in Spanish)*. XIV(3):55-63.

A numerical algorithm was developed to describe and to analyze the soil water infiltration and redistribution in drip irrigation systems. The mixed form of Richards equation was solved using the finite element method for spatial discretization and an implicit finite difference for the time integration. In the first stage the numerical solution was compared with the analytical solutions obtained for the simplified forms of the water transference equation. Several cases of agricultural interest are presented analyzing alternatives to design and to improve these irrigation systems.

Key words: finite element, finite differences, numerical simulation, infiltration, redistribution, drip irrigation.

Dirección institucional de autores:

Manuel Zavala Trejo

DEPFI-Campus Morelos
Jiutepec, Morelos
CP. 62550
Teléfono: 193957 y 194000 ext. 135 y 136

Waldo Ojeda Bustamante

Instituto Mexicano de Tecnología del Agua
Jiutepec, Mor
CP. 62550
Teléfono: 194000 ext. 445
Email: wojeda@tlaloc.imta.mx