

# Contraste de cinco métodos de ajuste de la distribución GVE en 31 registros históricos de eventos máximos anuales

Daniel Francisco Campos Aranda

Universidad Autónoma de San Luis Potosí

*En este trabajo se comparan los resultados de cinco métodos de ajuste de la distribución general de valores extremos (GVE), con base en los errores estándar y absoluto de ajuste. Se utilizaron 31 registros históricos, principalmente de crecientes, y los resultados indican que todos los métodos conducen a valores congruentes, además de que el criterio basado en optimización, minimizando los errores citados, es el más eficiente para ajustar la distribución GVE. Se propone emplear un criterio computacional para obtener el intervalo de confianza, con base en los resultados que reportan para cada periodo de retorno los métodos de ajuste. Por último, se formulan conclusiones relativas a las apreciaciones realizadas a través del análisis global de los resultados. En cuatro apéndices se citan las secuencias operativas y fórmulas de cada uno de los métodos o procedimientos utilizados.*

**Palabras clave:** distribución GVE, métodos de ajuste, subrutina Bootstrap.

## Introducción

Las distribuciones de valores extremos (VE) caracterizan los intentos para deducir sobre una base puramente teórica cómo se distribuyen las crecientes o avenidas máximas anuales. Así como hay una familia de distribuciones Pearson tipo III, cada una identificada por su parámetro  $\gamma$  (Kottegoda, 1980; Bobée y Ashkar, 1991), existe una familia de distribuciones de VE, con cada miembro caracterizado por su parámetro de forma  $k$ , el cual en el mundo real fluctúa de  $-0.6$  a  $+0.6$  (NERC, 1975).

Jenkinson obtuvo la ecuación general denominada distribución general de valores extremos (GVE), cuya solución inversa es (Jenkinson, 1969):

$$X = u + \alpha [1 - \exp(-ky)]/k = u + (\alpha/k)yr \quad (1)$$

siendo  $X$  la variable que se estima probabilísticamente,  $u$  el parámetro de ubicación, con unidades idénticas a  $X$ ,  $\alpha$  es el parámetro de escala,  $k$  el de forma, y la variable reducida de Gumbel, función de la probabilidad de no excedencia  $F(x)$ , con la expresión siguiente:

$$y = -\ln\{-\ln[F(x)]\} \quad (2)$$

$yr$  es otra variable reducida más práctica definida como:

$$yr = 1 - [-\ln(1 - 1/Tr)]^k \quad (3)$$

en la cual  $Tr$  es el periodo de retorno en años. De acuerdo con el signo del parámetro  $k$  se definen los tres tipos de distribuciones de valores extremos siguientes:

$k = 0$ ; distribución Fisher-Tippett tipo I, de Gumbel o VE1, es una familia de rectas en el papel Gumbel-Powell (Chow, 1964), con la expresión:  $X = u + \alpha y$ .

$k < 0$ ; distribución Fisher-Tippett tipo II, de Fréchet, log-Gumbel o VE2, es una familia de curvas con concavidad hacia arriba en el papel Gumbel-Powell y frontera inferior en  $X = u - \alpha/k$ .

$k > 0$ ; distribución Fisher-Tippett tipo III, de Weibull o VE3, es una familia de curvas de concavidad hacia abajo en el papel Gumbel-Powell y frontera superior en  $X = u + \alpha/k$ .

Los procedimientos de ajuste estiman automáticamente el tipo de distribución de valores extremos a

través de la magnitud de  $k$ ; si el valor calculado de  $k$  es cercano a cero es aconsejable procesar los datos con la distribución de VE1 (Campos, 1998b), porque así sus parámetros de ubicación ( $u$ ) y de escala ( $\alpha$ ) estarán más eficientemente evaluados que  $u$  y  $\alpha$  de la distribución GVE (NERC, 1975). Raynal (1984a, b) expuso en México el desarrollo o génesis de la distribución GVE, así como una síntesis sobre sus características y propiedades más importantes.

Quizá la aplicación más relevante, desde un punto de vista ingenieril, de la distribución GVE consiste en estimar eventos máximos (crecientes, precipitaciones, niveles, vientos, etcétera), asociados con una determinada probabilidad de excedencia o periodo de retorno (GASIR, 1996; Campos, 1998a), lo cual se lleva a cabo por medio de la ecuación 1, la cual destaca la necesidad de estimar los parámetros de ajuste ( $u$ ,  $\alpha$ ,  $k$ ) de la distribución GVE, existiendo para ello los siguientes cinco métodos: momentos, sextiles, momentos  $L$ , máxima verosimilitud y optimización de una función objetivo. Estos métodos han sido descritos en México por Raynal (1984b), Acosta (1986) y Campos (1991, 1998d).

## Desarrollo

### Registros utilizados y sus características estadísticas

En total se emplearon treinta registros históricos de valores máximos anuales: 28 de gastos ( $m^3/s$ ), uno de niveles ( $m$ ) y uno de precipitación diaria ( $mm$ ); más uno de velocidades de viento máximas mensuales ( $km/h$ ), procesado con la distribución GVE por Metcalfe (1997). Su procedencia y parámetros estadísticos estimados con las fórmulas del apéndice 1 se muestran el cuadro 1.

Para verificar que tales registros constituyen procesos estocásticos puramente aleatorios, es decir, que son secuencias de datos independientes, existen diversas pruebas estadísticas, de entre ellas se aplicó la prueba de persistencia y de la función de densidad espectral (WMO, 1971; Campos, 1993a, b). La primera basada en el coeficiente de correlación serial de orden uno ( $r_1$ ) y la segunda en la estadística  $S(k)$ , la cual cuando es significativa define el periodo ( $P$ ) de la componente determinística. En el apéndice 2 se describe la mecánica operativa de esta prueba. Los registros números 5, 8, 13, 14, 20, 22 y 30 no pudieron analizarse, porque en sus referencias o fuentes originales están expuestos según su magnitud, no por su ocurrencia.

En la tabulación siguiente se citan los cuatro registros que resultaron no ser procesos estrictamente aleatorios, debido a la persistencia o a una componente determinística detectada a través de  $S(k)$ . En estas

series de datos es posible que se presenten inconsistencias en el ajuste de la distribución GVE, o bien en los resultados asociados con diversos periodos de retorno.

| Número de registro y ubicación: | $r_1$    | $P^*$ | $S(k)$ |
|---------------------------------|----------|-------|--------|
| 6 Río Irwell                    | -0.385** | 2     | 3.278  |
| 9 Río Valles                    | 0.368    | —     | —      |
| 17 Río Fuerte                   | -0.041** | 6.5   | 2.108  |
| 31 Viento en Shieffield         | 0.534    | 12    | 5.131  |

\* Periodo (recíproco de la frecuencia).

\*\* No significativo.

### Métodos de ajuste que se contrastan

Para fines de contraste de sus resultados se aplican cuatro métodos considerados como clásicos: el de momentos, sextiles, momentos  $L$  y máxima verosimilitud. En el apéndice 3 se detallan sus fórmulas y procedimientos y además se describe el método de optimización expuesto por Acosta (1986), el cual maximiza la función logarítmica de máxima verosimilitud.

En este trabajo se propone una versión más simple del método de optimización, ya que se emplea el mismo algoritmo de Rosenbrock, pero con variables no restringidas (Kuester y Mize, 1973) y utilizando como solución inicial la del método de sextiles; además se minimizan dos funciones objetivo, el error estándar medio (EEM) y el error absoluto medio (EAM), lo cual lo vuelve comparable con los otros cuatro métodos, cuya bondad de ajuste también se mide a través de tales estadísticas definidas como (Kite, 1977; Singh y Singh, 1988):

$$EEM = [\sum (X_i - XE_i)^2 / (n - np)]^{1/2} \quad (4)$$

$$EAM = [1/(n - np)] \sum |X_i - XE_i| \quad (5)$$

en donde las sumatorias abarcan de  $i = 1$  a  $n$ , siendo  $n$  el número de datos del registro y  $np$  el número de parámetros de ajuste para la distribución GVE tres (ubicación, escala y forma);  $X_i$  son los datos observados ordenados en forma creciente para estimar su probabilidad empírica de no excedencia por medio de la fórmula de Weibull (Benson, 1962):

$$P(X \leq x) = m/(n + 1) \quad (6)$$

en la cual  $m$  es el número de orden; finalmente,  $XE_i$  son los valores estimados con la distribución GVE que se ajusta (ecuación 1) para la misma probabilidad asignada a los datos.

### Análisis de los resultados

En cuanto a los resultados concentrados en el cuadro 2, se pueden formular las siguientes observaciones generales:

Primera: en los registros 6, 9, 17 y 31 que mostraron, con base en la función de densidad espectral, no ser procesos estrictamente aleatorios, los métodos de ajuste reportan los resultados más dispersos, por ejemplo a través de los valores del parámetro de forma ( $k$ ).

Segunda: el método de momentos condujo a los peores ajustes, según valores numéricos de los indicadores EEM y EAM. En ocasiones define un modelo probabilístico de tipo diferente al resto de los métodos, comúnmente Weibull cuando es Fréchet. Ejemplo de esto lo presentan los registros números 1, 2, 8, 13 y 22.

Tercera: el método de optimización utilizado conduce a los mejores ajustes, es decir, define los valores más bajos del EEM y del EAM, pues al parecer minimiza los errores en los datos de gran magnitud, lo anterior gracias a la gran flexibilidad de la distribución GVE, pero ello también conduce a estimaciones enormes en los altos periodos de retorno. Como ejemplo de lo anterior se tienen los registros 3, 5, 10, 11, 12, 14, 17 y 25.

Cuarta: dada su sencillez de cálculo y consistencia de resultados, el método de sextiles se recomienda como una primera aproximación al ajuste de la GVE. En el contraste realizado, únicamente en dos registros, el 23 y el 31, define un modelo contrario al resto de los métodos.

Quinta: según los resultados, el método más consistente, teniendo como requisito la sencillez de cálculo, es el de los momentos  $L$ .

Sexta: según se observa, el criterio de optimización que utiliza como función objetivo el EAM conduce a resultados más estables y semejantes a los de los otros métodos.

### Estimación de intervalos de confianza

Para cada periodo de retorno que se analice se propone encontrar su intervalo de confianza con base en el procedimiento o subrutina Bootstrap (Metcalf, 1997), la cual resulta conveniente dada la procedencia variada de resultados. Esta técnica permite obtener

ventaja del enfoque expuesto, consistente en ajustar la distribución GVE a través de cinco métodos que generan seis resultados (ver cuadro 2). La mecánica operativa de este procedimiento se detalla en el apéndice 4, y en el cuadro 3 se presentan los intervalos de confianza a 95% de probabilidad para ocho registros seleccionados.

### Conclusiones

*Primera:* tal como se realizó en este trabajo, se recomienda aplicar las pruebas relativas a la persistencia y a la periodicidad antes de iniciar un análisis de frecuencia. La primera por medio del coeficiente de correlación serial de orden o retraso unitario ( $r_1$ ) para verificar la independencia de los eventos que integran la serie anual o registro disponible. La segunda para detectar periodicidades o comprobar que la muestra o registro oscila alrededor del ruido blanco, es decir, que es un proceso puramente aleatorio. Cuando un registro muestra alguna anomalía, cabe esperar que los métodos de ajuste conduzcan a resultados disímiles.

*Segunda:* la función de distribución de probabilidades general de valores extremos es un modelo muy versátil para modelar probabilísticamente series o registros anuales de valores extremos. Por ello se debe promover su aplicación, razón que justifica la descripción detallada de sus cinco métodos de ajuste (consultar los apéndices).

*Tercera:* se recomienda la aplicación de los cinco métodos de ajuste para disponer numéricamente de seis de resultados y poder observar su dispersión, o bien, verificar su similitud cuando conducen a resultados uniformes; esto último da confianza a los valores de diseño adoptados.

*Cuarta:* otra ventaja de contar con varios resultados para los valores asociados con los diversos periodos de retorno de diseño radica en la posibilidad de estimar su intervalo de confianza con base en la subrutina computacional expuesta (criterio Bootstrap).

### Agradecimientos

Se agradece a los revisores anónimos la detección de los errores en el manuscrito y sus sugerencias, las cuales se incorporaron para mejorarlo.

**Cuadro 1. Datos generales y parámetros estadísticos de los 31 registros históricos utilizados.**

| Número | Ubicación del registro y referencia                                   | $n^1$ | Media   | S       | Cv    | Cs     | Ck     | g         |
|--------|-----------------------------------------------------------------------|-------|---------|---------|-------|--------|--------|-----------|
| 1      | Ejemplo 6-3, tabla 6.2 de Ponce (1989)                                | 16    | 1,704.4 | 794.5   | 0.466 | 0.749  | 3.454  | -0.116485 |
| 2      | Río Nackawic en 01AK007, Canadá, Gingras y Adamowski (1992)           | 21    | 55.8    | 23.0    | 0.413 | 0.904  | 3.536  | 0.193725  |
| 3      | Río Maury en Lexington, Virginia, USA, Viessman <i>et al.</i> (1977)  | 26    | 328.6   | 212.0   | 0.645 | 2.445  | 10.776 | 0.375364  |
| 4      | Río Ouse en Skelton, Inglaterra, Metcalfe (1997)                      | 28    | 351.3   | 96.8    | 0.276 | 1.361  | 5.127  | 0.680302  |
| 5      | Río Tana en Garissa, Kenia, Jenkinson (1969)                          | 31    | 839.0   | 605.4   | 0.722 | 2.057  | 8.629  | 0.399999  |
| 6      | Río Irwell en Adelphi Weir, Inglaterra, Clarke (1973)                 | 31    | 231.7   | 90.1    | 0.389 | 0.702  | 4.368  | -0.409628 |
| 7      | Cypress Creek en Houston, Texas, USA, Bedient y Huber (1988)          | 31    | 117.3   | 93.8    | 0.799 | 1.659  | 6.881  | -0.935623 |
| 8      | Río Nidd en Hunsingore, Inglaterra, NERC (1975)                       | 35    | 136.7   | 60.7    | 0.444 | 1.042  | 3.751  | 0.339759  |
| 9      | Río Valles en Santa Rosa, S.L.P., México, Campos (1996b)              | 36    | 789.4   | 601.9   | 0.762 | 1.216  | 4.286  | -0.646691 |
| 10     | Río Floyd en James, Iowa, USA, HEC (1982)                             | 39    | 191.7   | 331.2   | 1.727 | 4.742  | 28.309 | 0.356627  |
| 11     | Río Sinaloa en Jaina, Sinaloa, México, Campos (1994)                  | 40    | 1,126.0 | 1,117.9 | 0.993 | 3.971  | 22.345 | 0.964589  |
| 12     | Río Guadalupe en Victoria, Texas, USA, Chow <i>et al.</i> (1988)      | 44    | 801.0   | 851.2   | 1.063 | 3.149  | 16.878 | -0.067219 |
| 13     | Río Manawatu, Nueva Zelanda, Raudkivi (1979)                          | 45    | 1,734.2 | 802.1   | 0.463 | 1.175  | 4.921  | -0.078279 |
| 14     | Río Saskatchewan en Edmonton, Canadá, Van Montfort (1970)             | 47    | 50.0    | 31.0    | 0.620 | 2.374  | 10.391 | 0.748404  |
| 15     | Río Santiago en Carrizal, Nayarit, México, CFE (1991)                 | 50    | 2,699.8 | 1,368.6 | 0.507 | 1.294  | 4.176  | 0.270719  |
| 16     | Río Bow en Banff, Alberta, Canadá, Bruce y Clark (1977)               | 53    | 221.9   | 60.3    | 0.271 | 0.446  | 2.830  | -0.131028 |
| 17     | Río Fuerte en Huiles, Sinaloa, México, Campos (1999)                  | 53    | 3,176.4 | 3,235.6 | 1.019 | 2.358  | 8.404  | 0.755562  |
| 18     | Río Clearwater en Kamiah, Idaho, USA, Linsley <i>et al.</i> (1977)    | 55    | 1,556.6 | 466.8   | 0.300 | 0.683  | 3.628  | -0.048459 |
| 19     | Río San Rodrigo en Cerca de El Moral, Coah., México, Campos (1987)    | 55    | 327.8   | 545.0   | 1.663 | 2.708  | 9.887  | 0.094582  |
| 20     | Río Tennessee en Chattanooga, USA, Jowitt (1979)                      | 57    | 208.6   | 58.2    | 0.279 | 0.338  | 3.070  | -0.440041 |
| 21     | Río Waimakariri en Old Bridge, Nueva Zelanda, Griffiths (1989)        | 57    | 1,490.7 | 707.2   | 0.474 | 1.707  | 6.161  | 0.695341  |
| 22     | Río Piscataquis en Dover-Foxcroft, Maine, USA, McCuen (1989)          | 58    | 244.1   | 116.9   | 0.479 | 1.145  | 4.258  | -0.065757 |
| 23     | Río St. Marys en Stillwater, Nueva Escocia, Canadá, Kite (1977)       | 59    | 409.6   | 147.9   | 0.361 | 1.417  | 6.254  | 0.235011  |
| 24     | Río Kentucky en Salvisa, USA, Haan (1977)                             | 66    | 1,911.6 | 593.3   | 0.310 | 0.076  | 2.701  | -0.810869 |
| 25     | Río San Juan en El Cuchillo, N.L., México, Campos (1998c)             | 67    | 1,139.6 | 1,517.5 | 1.332 | 2.927  | 12.745 | 0.031263  |
| 26     | Río Harricana en Amos, Québec, Canadá, Bobée y Ashkar (1991)          | 69    | 191.3   | 48.0    | 0.251 | 0.861  | 4.417  | -0.040619 |
| 27     | Río Támesis en Teddington, Inglaterra, Wilson (1974)                  | 85    | 319.5   | 124.6   | 0.390 | 1.179  | 5.289  | -0.210375 |
| 28     | Río Támesis en Kingston, Inglaterra, Metcalfe (1997)                  | 113   | 324.5   | 118.8   | 0.366 | 1.054  | 5.065  | -0.286107 |
| 29     | Río Tapaón en Tamuín (m), S.L.P., México, Campos (1996a)              | 21    | 21.70   | 2.4     | 0.111 | -0.667 | 3.322  | -0.923280 |
| 30     | Precip. máx. anual (mm) en Bever, Suiza, Sevruk y Gieger (1981)       | 70    | 47.5    | 13.0    | 0.274 | 0.782  | 4.027  | -0.028070 |
| 31     | Vel. máx. de viento (km/h) en Shieffield, Inglaterra, Metcalfe (1997) | 72    | 66.3    | 15.8    | 0.239 | 0.628  | 2.910  | 0.180233  |

<sup>1</sup> número de datos del registro.**Cuadro 2. Parámetros de ubicación (u), de escala ( $\alpha$ ) y de forma (k); errores estándar medio (EEM) y absoluto medio (EAM) y predicciones asociadas de cinco métodos de ajuste de la distribución general de valores extremos.**

| Registro | Método de ajuste           | Parámetros de ajuste |          |          | Periodos de retorno en años |         |      |      |      |       |        |
|----------|----------------------------|----------------------|----------|----------|-----------------------------|---------|------|------|------|-------|--------|
|          |                            | u                    | $\alpha$ | k        | EEM                         | EAM     | 10   | 50   | 100  | 1,000 | 10,000 |
| 1        | Momentos                   | 1367.944             | 674.734  | 0.08990  | 185.588                     | 138.607 | 2743 | 3588 | 3910 | 4840  | 5594   |
| 1        | Sextiles                   | 1335.307             | 613.788  | -0.02544 | 181.599                     | 130.148 | 2757 | 3853 | 4331 | 5970  | 7705   |
| 1        | Mom. L                     | 1354.333             | 651.656  | -0.01045 | 152.797                     | 115.870 | 2838 | 3950 | 4425 | 6022  | 7654   |
| 1        | Máx. ver.                  | 1335.077             | 594.584  | -0.03865 | 193.493                     | 142.376 | 2733 | 3839 | 4328 | 6042  | 7912   |
| 1        | Optim. (6-77) <sup>1</sup> | 1314.343             | 710.061  | -0.04934 | 118.672                     | –       | 3004 | 4370 | 4981 | 7158  | 9593   |
| 1        | Optim. (2-34)              | 1331.134             | 675.166  | -0.03561 | –                           | 94.839  | 2913 | 4157 | 4706 | 6618  | 8690   |
| 2        | Momentos                   | 46.087               | 18.317   | 0.05578  | 6.045                       | 5.069   | 85   | 110  | 120  | 151   | 178    |
| 2        | Sextiles                   | 44.964               | 16.662   | -0.07320 | 5.459                       | 4.556   | 86   | 120  | 136  | 195   | 264    |
| 2        | Mom. L                     | 44.431               | 16.805   | -0.10008 | 5.044                       | 4.270   | 87   | 125  | 143  | 212   | 299    |
| 2        | Máx. ver.                  | 44.497               | 15.831   | -0.12945 | 5.451                       | 4.493   | 86   | 125  | 144  | 221   | 325    |
| 2        | Optim. (5-64)              | 44.284               | 18.678   | -0.11427 | 4.045                       | –       | 92   | 136  | 157  | 241   | 349    |
| 2        | Optim. (5-68)              | 43.635               | 18.402   | -0.13042 | –                           | 3.385   | 92   | 137  | 160  | 250   | 372    |

<sup>1</sup> Número de etapas y de evaluaciones de la función objetivo en el algoritmo de Rosenbrock.

**Cuadro 2. Parámetros de ubicación (u), de escala ( $\alpha$ ) y de forma (k); errores estándar medio (EEM) y absoluto medio (EAM) y predicciones asociadas de cinco métodos de ajuste de la distribución general de valores extremos (continuación).**

| Registro | Método de ajuste | Parámetros de ajuste |          |          | EEM     | EAM     | Periodos de retorno en años |      |      |       |        |
|----------|------------------|----------------------|----------|----------|---------|---------|-----------------------------|------|------|-------|--------|
|          |                  | u                    | $\alpha$ | k        |         |         | 10                          | 50   | 100  | 1,000 | 10,000 |
| 3        | Momentos         | 232.247              | 133.564  | -0.13443 | 77.795  | 35.099  | 583                         | 917  | 1083 | 1753  | 2665   |
| 3        | Sextiles         | 232.609              | 88.295   | -0.34332 | 82.089  | 38.448  | 532                         | 957  | 1223 | 2730  | 6049   |
| 3        | Mom. L           | 228.506              | 102.689  | -0.29557 | 73.828  | 31.999  | 557                         | 982  | 1234 | 2557  | 5166   |
| 3        | Máx. ver.        | 272.704              | 158.891  | 0.62099  | 148.250 | 79.683  | 465                         | 506  | 514  | 525   | 528    |
| 3        | Optim. (5-35)    | 222.626              | 103.217  | -0.48721 | 34.387  | –       | 645                         | 1429 | 2003 | 6142  | 18836  |
| 3        | Optim. (2-11)    | 229.702              | 114.783  | -0.34332 | –       | 25.500  | 619                         | 1172 | 1517 | 3477  | 7791   |
| 4        | Momentos         | 317.362              | 58.832   | -0.02299 | 34.857  | 21.787  | 453                         | 558  | 603  | 758   | 921    |
| 4        | Sextiles         | 304.883              | 64.244   | -0.13170 | 21.869  | 13.339  | 473                         | 633  | 711  | 1029  | 1458   |
| 4        | Mom. L           | 304.603              | 65.360   | -0.12830 | 21.162  | 12.946  | 475                         | 636  | 714  | 1031  | 1456   |
| 4        | Máx. ver.        | 305.703              | 64.151   | -0.12235 | 22.626  | 13.688  | 472                         | 626  | 702  | 1002  | 1399   |
| 4        | Optim. (3-36)    | 302.703              | 70.727   | -0.18816 | 15.073  | –       | 501                         | 710  | 820  | 1306  | 2053   |
| 4        | Optim. (2-31)    | 301.072              | 70.669   | -0.17122 | –       | 10.754  | 495                         | 693  | 796  | 1235  | 1886   |
| 5        | Momentos         | 565.248              | 400.579  | -0.10447 | 182.200 | 94.494  | 1581                        | 2495 | 2931 | 4621  | 6766   |
| 5        | Sextiles         | 548.665              | 273.124  | -0.33238 | 181.216 | 97.681  | 1463                        | 2733 | 3518 | 7889  | 17273  |
| 5        | Mom. L           | 541.798              | 314.902  | -0.27877 | 159.195 | 75.658  | 1528                        | 2764 | 3485 | 7160  | 14134  |
| 5        | Máx. ver.        | 524.471              | 277.582  | -0.43927 | 104.354 | 67.972  | 1591                        | 3400 | 4660 | 13026 | 36002  |
| 5        | Optim. (7-85)    | 530.981              | 307.901  | -0.42979 | 83.103  | –       | 1699                        | 3647 | 4988 | 13760 | 37329  |
| 5        | Optim. (5-69)    | 527.528              | 324.149  | -0.43306 | –       | 47.579  | 1763                        | 3835 | 5267 | 14683 | 40174  |
| 6        | Momentos         | 193.544              | 76.826   | 0.09252  | 20.095  | 14.769  | 350                         | 445  | 481  | 586   | 670    |
| 6        | Sextiles         | 196.290              | 79.206   | 0.15575  | 21.547  | 14.547  | 347                         | 428  | 456  | 531   | 584    |
| 6        | Mom. L           | 194.880              | 81.441   | 0.14538  | 20.281  | 14.292  | 351                         | 437  | 468  | 550   | 608    |
| 6        | Máx. ver.        | 193.794              | 77.343   | 0.09530  | 19.945  | 14.692  | 350                         | 446  | 482  | 585   | 668    |
| 6        | Optim. (6-82)    | 194.915              | 80.472   | 0.05088  | 18.247  | –       | 366                         | 480  | 525  | 663   | 786    |
| 6        | Optim. (2-14)    | 197.517              | 81.187   | 0.15575  | –       | 14.285  | 352                         | 435  | 464  | 541   | 595    |
| 7        | Momentos         | 76.299               | 64.913   | -0.06290 | 24.400  | 11.694  | 233                         | 363  | 423  | 638   | 886    |
| 7        | Sextiles         | 73.056               | 57.541   | -0.16731 | 22.001  | 12.074  | 230                         | 390  | 472  | 821   | 1335   |
| 7        | Mom. L           | 72.670               | 60.935   | -0.14309 | 20.939  | 11.009  | 234                         | 391  | 469  | 791   | 1238   |
| 7        | Máx. ver.        | 72.717               | 58.534   | -0.16654 | 21.043  | 11.494  | 233                         | 394  | 477  | 832   | 1351   |
| 7        | Optim. (17-142)  | 69.492               | 61.054   | -0.27199 | 11.582  | –       | 259                         | 494  | 629  | 1314  | 2593   |
| 7        | Optim. (1-9)     | 73.056               | 63.295   | -0.16731 | –       | 9.670   | 246                         | 422  | 512  | 896   | 1461   |
| 8        | Momentos         | 113.782              | 40.127   | 0.02532  | 18.768  | 14.724  | 202                         | 263  | 288  | 368   | 443    |
| 8        | Sextiles         | 105.907              | 35.408   | -0.23170 | 12.708  | 11.223  | 210                         | 331  | 397  | 710   | 2144   |
| 8        | Mom. L           | 106.538              | 42.321   | -0.12686 | 9.729   | 8.435   | 217                         | 320  | 371  | 574   | 846    |
| 8        | Máx. ver.        | 103.112              | 36.118   | -0.32171 | 12.328  | 9.769   | 222                         | 385  | 484  | 1027  | 2164   |
| 8        | Optim. (1-9)     | 105.907              | 38.949   | -0.23170 | 9.588   | –       | 221                         | 353  | 426  | 771   | 1358   |
| 8        | Optim. (7-68)    | 105.926              | 42.584   | -0.16553 | –       | 7.232   | 222                         | 339  | 400  | 656   | 1030   |
| 9        | Momentos         | 747.119              | 95.938   | -0.00365 | 508.043 | 417.081 | 964                         | 1124 | 1192 | 1418  | 1646   |
| 9        | Sextiles         | 482.550              | 330.460  | -0.26591 | 120.880 | 96.220  | 1501                        | 2747 | 3463 | 7039  | 13626  |
| 9        | Mom. L           | 487.747              | 392.625  | -0.16891 | 91.702  | 66.949  | 1563                        | 2657 | 3219 | 5628  | 9177   |
| 9        | Máx. ver.        | 472.9732             | 355.577  | -0.27754 | 89.538  | 68.538  | 1584                        | 2976 | 3785 | 7905  | 15700  |
| 9        | Optim. (8-83)    | 488.439              | 431.984  | -0.17485 | 61.396  | –       | 1680                        | 2906 | 3540 | 6284  | 10382  |
| 9        | Optim. (3-35)    | 484.970              | 404.238  | -0.21443 | –       | 49.798  | 1654                        | 2952 | 3655 | 6891  | 12183  |

**Cuadro 2. Parámetros de ubicación (u), de escala ( $\alpha$ ) y de forma (k); errores estándar medio (EEM) y absoluto medio (EAM) y predicciones asociadas de cinco métodos de ajuste de la distribución general de valores extremos (continuación).**

| Registro | Método de ajuste | Parámetros de ajuste |          |          | EEM     | EAM     | Periodos de retorno en años |      |       |       |                     |
|----------|------------------|----------------------|----------|----------|---------|---------|-----------------------------|------|-------|-------|---------------------|
|          |                  | u                    | $\alpha$ | k        |         |         | 10                          | 50   | 100   | 1,000 | 10,000              |
| 10       | Momentos         | 44.879               | 170.800  | -0.22976 | 187.943 | 102.576 | 548                         | 1124 | 1441  | 2936  | 5470                |
| 10       | Sextiles         | 71.085               | 67.721   | -0.56455 | 187.682 | 43.115  | 378                         | 1037 | 1561  | 5874  | 22682               |
| 10       | Mom. L           | 71.373               | 66.746   | -0.57011 | 187.827 | 43.350  | 377                         | 1037 | 1567  | 5962  | 22278               |
| 10       | Máx. ver.        | 68.104               | 61.520   | -0.69011 | 155.113 | 39.360  | 400                         | 1296 | 2111  | 10457 | 51308               |
| 10       | Optim. (10-94)   | 64.609               | 28.076   | -1.19579 | 62.678  | –       | 387                         | 2536 | 5791  | 90785 | 1.4x10 <sup>6</sup> |
| 10       | Optim. (4-48)    | 71.177               | 69.647   | -0.73045 | –       | 36.730  | 469                         | 1624 | 2721  | 14784 | 79579               |
| 11       | Momentos         | 625.224              | 604.537  | -0.20974 | 530.254 | 253.127 | 2364                        | 4277 | 5307  | 10015 | 17634               |
| 11       | Sextiles         | 668.964              | 364.871  | -0.40919 | 526.996 | 137.716 | 2017                        | 4179 | 5635  | 14833 | 38403               |
| 11       | Mom. L           | 661.837              | 342.127  | -0.45308 | 510.022 | 135.567 | 2000                        | 4331 | 5977  | 17171 | 48908               |
| 11       | Máx. ver.        | 653.307              | 326.064  | -0.53163 | 435.354 | 126.905 | 2069                        | 4922 | 7116  | 24165 | 82090               |
| 11       | Optim. (24-197)  | 647.115              | 217.322  | -0.86285 | 239.376 | –       | 2151                        | 7696 | 13730 | 98018 | 712207              |
| 11       | Optim. (7-108)   | 638.953              | 350.966  | -0.61267 | –       | 109.844 | 2340                        | 6322 | 9661  | 39505 | 161712              |
| 12       | Momentos         | 415.675              | 491.936  | -0.17937 | 344.987 | 167.592 | 1779                        | 3195 | 3932  | 7140  | 11981               |
| 12       | Sextiles         | 430.054              | 337.175  | -0.34876 | 344.569 | 149.994 | 1582                        | 3233 | 4273  | 10216 | 23466               |
| 12       | Mom. L           | 417.386              | 369.609  | -0.32708 | 327.749 | 139.031 | 1646                        | 3336 | 4375  | 10108 | 22265               |
| 12       | Máx. ver.        | 389.809              | 317.042  | -0.50729 | 254.619 | 133.750 | 1722                        | 4289 | 6211  | 20544 | 66581               |
| 12       | Optim. (16-164)  | 443.176              | 288.938  | -0.58068 | 245.148 | –       | 1784                        | 4742 | 7140  | 27412 | 104528              |
| 12       | Optim. (4-74)    | 399.559              | 365.417  | -0.54790 | –       | 122.340 | 2021                        | 5389 | 8025  | 29088 | 103381              |
| 13       | Momentos         | 1689.422             | 46.930   | 0.00131  | 765.822 | 603.952 | 1795                        | 1872 | 1905  | 2012  | 2119                |
| 13       | Sextiles         | 1355.755             | 569.441  | -0.08465 | 109.681 | 64.680  | 2767                        | 3989 | 4558  | 6700  | 9298                |
| 13       | Mom. L           | 1360.919             | 595.786  | -0.05831 | 104.633 | 54.879  | 2794                        | 3971 | 4504  | 6428  | 8625                |
| 13       | Máx. ver.        | 1361.521             | 580.537  | -0.06108 | 116.651 | 64.125  | 2762                        | 3919 | 4445  | 6350  | 8535                |
| 13       | Optim. (10-125)  | 1336.472             | 604.967  | -0.12056 | 70.583  | –       | 2900                        | 4351 | 5056  | 7858  | 11550               |
| 13       | Optim. (1-9)     | 1355.755             | 626.386  | -0.08465 | –       | 49.980  | 2909                        | 4252 | 4879  | 7235  | 10092               |
| 14       | Momentos         | 35.899               | 19.551   | -0.13391 | 8.803   | 4.437   | 87                          | 136  | 160   | 258   | 391                 |
| 14       | Sextiles         | 35.477               | 13.452   | -0.33966 | 7.905   | 3.715   | 81                          | 145  | 185   | 410   | 900                 |
| 14       | Mom. L           | 35.251               | 14.866   | -0.30423 | 7.207   | 2.911   | 83                          | 147  | 184   | 386   | 791                 |
| 14       | Máx. ver.        | 34.716               | 13.742   | -0.40480 | 4.590   | 2.295   | 85                          | 166  | 219   | 557   | 1413                |
| 14       | Optim. (7-74)    | 34.777               | 13.907   | -0.45370 | 2.960   | –       | 89                          | 184  | 251   | 708   | 2005                |
| 14       | Optim. (7-72)    | 34.587               | 14.705   | -0.41813 | –       | 1.803   | 90                          | 179  | 240   | 631   | 1654                |
| 15       | Momentos         | 2275.059             | 752.277  | -0.01788 | 532.009 | 404.034 | 4002                        | 5315 | 5882  | 7806  | 9807                |
| 15       | Sextiles         | 2003.078             | 831.726  | -0.21273 | 267.353 | 166.232 | 4404                        | 7060 | 8496  | 15087 | 25828               |
| 15       | Mom. L           | 2021.652             | 841.797  | -0.19467 | 267.649 | 165.695 | 4399                        | 6940 | 8286  | 14289 | 23672               |
| 15       | Máx. ver.        | 2031.765             | 849.003  | -0.18194 | 269.900 | 166.933 | 4393                        | 6856 | 8141  | 13762 | 22293               |
| 15       | Optim. (6-68)    | 2026.598             | 935.595  | -0.17413 | 232.526 | –       | 4604                        | 7253 | 8624  | 14542 | 23365               |
| 15       | Optim. (4-1000)  | 2007.088             | 825.265  | -0.25346 | –       | 157.069 | 4511                        | 7505 | 9200  | 17501 | 32360               |
| 16       | Momentos         | 197.397              | 54.742   | 0.14954  | 5.661   | 4.542   | 302                         | 359  | 379   | 433   | 471                 |
| 16       | Sextiles         | 196.676              | 53.798   | 0.12536  | 5.484   | 4.452   | 302                         | 363  | 385   | 445   | 491                 |
| 16       | Mom. L           | 195.995              | 54.827   | 0.11901  | 4.694   | 3.804   | 304                         | 367  | 390   | 454   | 503                 |
| 16       | Máx. ver.        | 196.992              | 53.046   | 0.12923  | 6.193   | 5.021   | 301                         | 360  | 381   | 439   | 483                 |
| 16       | Optim. (4-86)    | 196.590              | 56.643   | 0.12102  | 4.167   | –       | 308                         | 373  | 396   | 462   | 511                 |
| 16       | Optim. (4-59)    | 196.260              | 56.418   | 0.11463  | –       | 3.372   | 308                         | 374  | 398   | 466   | 517                 |

**Cuadro 2. Parámetros de ubicación (u), de escala ( $\alpha$ ) y de forma (k); errores estándar medio (EEM) y absoluto medio (EAM) y predicciones asociadas de cinco métodos de ajuste de la distribución general de valores extremos (continuación).**

| Registro | Método de ajuste | Parámetros de ajuste |          |          | EEM     | EAM     | Periodos de retorno en años |       |       |        |        |
|----------|------------------|----------------------|----------|----------|---------|---------|-----------------------------|-------|-------|--------|--------|
|          |                  | u                    | $\alpha$ | k        |         |         | 10                          | 50    | 100   | 1,000  | 10,000 |
| 17       | Momentos         | 1705.022             | 2042.840 | -0.13335 | 1130.53 | 868.675 | 7066                        | 12162 | 14677 | 24869  | 38699  |
| 17       | Sextiles         | 1632.190             | 1004.114 | -0.50088 | 1032.78 | 445.613 | 5816                        | 13780 | 19706 | 63395  | 201677 |
| 17       | Mom. L           | 1672.203             | 1072.496 | -0.46764 | 1007.13 | 442.363 | 5948                        | 13600 | 19091 | 57363  | 169568 |
| 17       | Máx. ver.        | 1628.807             | 996.848  | -0.57129 | 836.855 | 389.486 | 6195                        | 16097 | 24045 | 90152  | 336240 |
| 17       | Optim. (20-276)  | 1616.945             | 1421.410 | -0.44506 | 675.387 | –       | 7118                        | 16557 | 23166 | 67510  | 190924 |
| 17       | Optim. (4-83)    | 1610.243             | 1104.047 | -0.65053 | –       | 348.149 | 7250                        | 21397 | 33748 | 151683 | 678628 |
| 18       | Momentos         | 1359.231             | 398.270  | 0.09330  | 66.405  | 44.340  | 2168                        | 2662  | 2849  | 3387   | 3820   |
| 18       | Sextiles         | 1358.628             | 397.953  | 0.09023  | 65.785  | 44.246  | 2169                        | 2668  | 2857  | 3404   | 3848   |
| 18       | Mom. L           | 1354.106             | 411.226  | 0.09683  | 61.382  | 40.205  | 2186                        | 2690  | 2881  | 3425   | 3860   |
| 18       | Máx. ver.        | 1352.948             | 390.196  | 0.06412  | 64.115  | 45.518  | 2171                        | 2700  | 2907  | 3530   | 4067   |
| 18       | Optim. (11-98)   | 1346.534             | 417.847  | 0.05730  | 55.266  | –       | 2229                        | 2808  | 3036  | 3730   | 4337   |
| 18       | Optim. (5-86)    | 1354.835             | 422.008  | 0.08379  | –       | 38.680  | 2220                        | 2759  | 2966  | 3568   | 4063   |
| 19       | Momentos         | 80.101               | 329.370  | -0.15710 | 232.718 | 179.474 | 969                         | 1854  | 2302  | 4189   | 6893   |
| 19       | Sextiles         | 85.404               | 126.713  | -0.59493 | 218.206 | 85.292  | 685                         | 2043  | 3160  | 12845  | 50915  |
| 19       | Mom. L           | 93.773               | 132.123  | -0.56322 | 222.258 | 89.463  | 692                         | 1971  | 2989  | 11336  | 41838  |
| 19       | Máx. ver.        | 71.217               | 97.219   | -0.94013 | 308.036 | 82.287  | 826                         | 4020  | 7780  | 68321  | 595412 |
| 19       | Optim. (30-257)  | 78.052               | 197.718  | -0.52828 | 152.455 | –       | 933                         | 2644  | 3956  | 14089  | 48253  |
| 19       | Optim. (5-78)    | 78.633               | 138.424  | -0.70611 | –       | 73.766  | 843                         | 2965  | 4929  | 25618  | 130681 |
| 20       | Momentos         | 185.420              | 54.244   | 0.17786  | 7.902   | 5.769   | 286                         | 338   | 356   | 389    | 401    |
| 20       | Sextiles         | 187.862              | 56.044   | 0.26558  | 9.205   | 6.382   | 283                         | 324   | 337   | 358    | 365    |
| 20       | Mom. L           | 185.436              | 55.216   | 0.18829  | 7.758   | 5.695   | 287                         | 338   | 355   | 388    | 399    |
| 20       | Máx. ver.        | 185.614              | 53.798   | 0.17903  | 8.090   | 5.890   | 285                         | 337   | 354   | 387    | 399    |
| 20       | Optim. (7-89)    | 184.502              | 56.305   | 0.16552  | 7.422   | –       | 290                         | 346   | 366   | 416    | 451    |
| 20       | Optim. (14-157)  | 184.051              | 55.617   | 0.15342  | –       | 5.540   | 290                         | 347   | 368   | 421    | 458    |
| 21       | Momentos         | 1177.169             | 486.426  | -0.07291 | 157.412 | 107.794 | 2367                        | 3373  | 3836  | 5545   | 7563   |
| 21       | Sextiles         | 1138.408             | 387.128  | -0.25562 | 116.820 | 61.492  | 2316                        | 3730  | 4532  | 8476   | 15571  |
| 21       | Mom. L           | 1142.938             | 391.883  | -0.24655 | 116.396 | 61.836  | 2322                        | 3713  | 4494  | 8280   | 14948  |
| 21       | Máx. ver.        | 1136.232             | 375.284  | -0.29940 | 102.691 | 57.626  | 2342                        | 3914  | 4852  | 9797   | 19636  |
| 21       | Optim. (1-9)     | 1138.408             | 425.841  | -0.25562 | 83.644  | –       | 2434                        | 3989  | 4872  | 9210   | 17014  |
| 21       | Optim. (1-9)     | 1138.408             | 425.841  | -0.25562 | –       | 55.721  | 2434                        | 3989  | 4872  | 9210   | 17014  |
| 22       | Momentos         | 227.615              | 24.460   | 0.00484  | 90.088  | 69.048  | 282                         | 322   | 339   | 394    | 445    |
| 22       | Sextiles         | 188.709              | 86.054   | -0.06576 | 14.230  | 10.065  | 397                         | 572   | 651   | 941    | 1278   |
| 22       | Mom. L           | 188.371              | 82.858   | -0.09563 | 13.941  | 9.719   | 396                         | 580   | 667   | 999    | 1412   |
| 22       | Máx. ver.        | 189.099              | 82.730   | -0.08121 | 15.406  | 10.578  | 393                         | 569   | 651   | 955    | 1323   |
| 22       | Optim. (5-30)    | 186.696              | 90.853   | -0.09092 | 11.537  | –       | 414                         | 612   | 706   | 1060   | 1496   |
| 22       | Optim. (7-73)    | 187.439              | 84.382   | -0.13333 | –       | 8.244   | 409                         | 619   | 723   | 1144   | 1715   |
| 23       | Momentos         | 349.882              | 99.825   | -0.03645 | 33.240  | 17.281  | 584                         | 768   | 850   | 1134   | 1442   |
| 23       | Sextiles         | 346.839              | 116.509  | 0.04156  | 32.114  | 15.164  | 597                         | 766   | 835   | 1046   | 1238   |
| 23       | Mom. L           | 342.811              | 107.694  | -0.05301 | 24.982  | 12.937  | 600                         | 810   | 904   | 1241   | 1621   |
| 23       | Máx. ver.        | 342.341              | 106.668  | -0.05171 | 25.937  | 13.227  | 597                         | 804   | 896   | 1228   | 1601   |
| 23       | Optim. (6-91)    | 329.147              | 117.360  | -0.10033 | 21.634  | –       | 625                         | 890   | 1015  | 1498   | 2106   |
| 23       | Optim. (8-94)    | 342.111              | 108.190  | -0.11411 | –       | 12.506  | 620                         | 874   | 997   | 1479   | 2106   |

**Cuadro 2. Parámetros de ubicación (u), de escala ( $\alpha$ ) y de forma (k); errores estándar medio (EEM) y absoluto medio (EAM) y predicciones asociadas de cinco métodos de ajuste de la distribución general de valores extremos (continuación).**

| Registro | Método de ajuste | Parámetros de ajuste |          |          | EEM     | EAM     | Periodos de retorno en años |       |       |       |        |
|----------|------------------|----------------------|----------|----------|---------|---------|-----------------------------|-------|-------|-------|--------|
|          |                  | u                    | $\alpha$ | k        |         |         | 10                          | 50    | 100   | 1,000 | 10,000 |
| 24       | Momentos         | 1694.410             | 583.847  | 0.25443  | 53.663  | 41.785  | 2695                        | 3139  | 3277  | 3593  | 3769   |
| 24       | Sextiles         | 1683.674             | 559.153  | 0.20970  | 61.557  | 50.266  | 2687                        | 3174  | 3334  | 3724  | 3964   |
| 24       | Mom. L           | 1695.071             | 594.815  | 0.26634  | 51.248  | 39.464  | 2702                        | 3138  | 3272  | 3574  | 3736   |
| 24       | Máx. ver.        | 1699.786             | 580.402  | 0.26757  | 57.401  | 43.545  | 2681                        | 3105  | 3235  | 3527  | 3684   |
| 24       | Optim. (5-56)    | 1687.454             | 607.700  | 0.25752  | 48.705  | –       | 2725                        | 3183  | 3326  | 3649  | 3827   |
| 24       | Optim. (4-1000)  | 1693.119             | 604.675  | 0.28156  | –       | 38.903  | 2701                        | 3125  | 3253  | 3534  | 3680   |
| 25       | Momentos         | 451.218              | 893.734  | -0.17018 | 523.690 | 353.652 | 2902                        | 5401  | 6689  | 12213 | 20375  |
| 25       | Sextiles         | 461.099              | 466.704  | -0.47612 | 428.173 | 185.259 | 2343                        | 5764  | 8241  | 25759 | 78129  |
| 25       | Mom. L           | 464.579              | 467.396  | -0.48022 | 415.375 | 180.723 | 2539                        | 5830  | 8356  | 26333 | 80591  |
| 25       | Máx. ver.        | 425.699              | 403.393  | -0.67640 | 286.169 | 121.048 | 2562                        | 8180  | 13221 | 63594 | 302482 |
| 25       | Optim. (7-92)    | 501.829              | 501.411  | -0.55541 | 206.281 | –       | 2749                        | 7484  | 11219 | 41450 | 149948 |
| 25       | Optim. (7-90)    | 444.518              | 481.771  | -0.59118 | –       | 102.371 | 2712                        | 7813  | 11995 | 47996 | 188297 |
| 26       | Momentos         | 171.044              | 38.111   | 0.05542  | 8.753   | 5.484   | 252                         | 305   | 326   | 390   | 446    |
| 26       | Sextiles         | 172.129              | 41.567   | 0.13588  | 9.445   | 5.998   | 253                         | 298   | 314   | 358   | 391    |
| 26       | Mom. L           | 169.825              | 39.034   | 0.03898  | 7.908   | 5.341   | 254                         | 311   | 334   | 406   | 472    |
| 26       | Máx. ver.        | 171.122              | 40.802   | 0.08432  | 8.282   | 5.704   | 255                         | 307   | 327   | 385   | 432    |
| 26       | Optim. (12-131)  | 172.115              | 40.304   | 0.02645  | 7.651   | –       | 260                         | 322   | 347   | 427   | 502    |
| 26       | Optim. (3-29)    | 169.821              | 39.408   | 0.03757  | –       | 5.132   | 255                         | 313   | 336   | 410   | 477    |
| 27       | Momentos         | 314.535              | 13.431   | -0.00244 | 109.841 | 84.768  | 345                         | 367   | 377   | 408   | 440    |
| 27       | Sextiles         | 262.497              | 93.835   | -0.03189 | 16.349  | 10.313  | 481                         | 652   | 727   | 988   | 1267   |
| 27       | Mom. L           | 264.123              | 93.736   | -0.03176 | 16.290  | 10.124  | 483                         | 654   | 728   | 988   | 1267   |
| 27       | Máx. ver.        | 264.790              | 97.027   | 0.01260  | 18.940  | 10.713  | 480                         | 634   | 698   | 907   | 1108   |
| 27       | Optim. (20-184)  | 260.254              | 92.497   | -0.09044 | 13.509  | –       | 491                         | 693   | 788   | 1148  | 1590   |
| 27       | Optim. (3-88)    | 263.107              | 93.835   | -0.08462 | –       | 9.771   | 496                         | 697   | 791   | 1144  | 1572   |
| 28       | Momentos         | 284.965              | 67.503   | 0.01787  | 40.056  | 27.449  | 434                         | 539   | 583   | 724   | 858    |
| 28       | Sextiles         | 271.602              | 93.018   | 0.00843  | 14.145  | 8.600   | 479                         | 629   | 691   | 896   | 1096   |
| 28       | Mom. L           | 270.204              | 94.955   | 0.02448  | 14.830  | 8.712   | 478                         | 624   | 683   | 874   | 1053   |
| 28       | Máx. ver.        | 272.765              | 96.341   | 0.03891  | 15.195  | 8.483   | 480                         | 622   | 679   | 856   | 1018   |
| 28       | Optim. (7-71)    | 268.694              | 94.484   | -0.03379 | 11.802  | –       | 490                         | 663   | 739   | 1004  | 1290   |
| 28       | Optim. (1-15)    | 271.602              | 95.343   | 0.00843  | –       | 8.303   | 484                         | 638   | 702   | 911   | 1117   |
| 29       | Momentos         | 21.139               | 2.603    | 0.53267  | 0.385   | 0.318   | 24.55                       | 25.42 | 25.61 | 25.90 | 25.99  |
| 29       | Sextiles         | 21.210               | 2.601    | 0.57755  | 0.389   | 0.324   | 24.49                       | 25.24 | 25.40 | 25.63 | 25.69  |
| 29       | Mom. L           | 21.178               | 2.704    | 0.57722  | 0.333   | 0.276   | 24.58                       | 25.37 | 25.53 | 25.78 | 25.84  |
| 29       | Máx. ver.        | 21.109               | 2.495    | 0.50677  | 0.446   | 0.367   | 24.46                       | 25.35 | 25.52 | 25.88 | 25.99  |
| 29       | Optim. (4-46)    | 21.157               | 2.935    | 0.66494  | 0.252   | –       | 24.58                       | 25.24 | 25.36 | 25.53 | 25.56  |
| 29       | Optim. (2-17)    | 21.144               | 2.861    | 0.66418  | –       | 0.236   | 24.49                       | 25.13 | 25.25 | 25.41 | 25.44  |
| 30       | Momentos         | 41.957               | 10.715   | 0.07126  | 1.722   | 1.119   | 64                          | 78    | 84    | 100   | 114    |
| 30       | Sextiles         | 41.924               | 10.861   | 0.07246  | 1.638   | 1.054   | 64                          | 79    | 84    | 101   | 115    |
| 30       | Mom. L           | 41.793               | 11.095   | 0.07426  | 1.537   | 0.985   | 65                          | 79    | 85    | 102   | 116    |
| 30       | Máx. ver.        | 41.883               | 10.928   | 0.06985  | 1.577   | 1.022   | 65                          | 79    | 85    | 102   | 116    |
| 30       | Optim. (10-98)   | 41.445               | 11.363   | 0.03287  | 1.289   | –       | 66                          | 83    | 90    | 112   | 132    |
| 30       | Optim. (3-45)    | 41.718               | 11.134   | 0.03286  | –       | 0.901   | 66                          | 83    | 89    | 111   | 130    |



**Cuadro 2. Parámetros de ubicación ( $u$ ), de escala ( $\alpha$ ) y de forma ( $k$ ); errores estándar medio (EEM) y absoluto medio (EAM) y predicciones asociadas de cinco métodos de ajuste de la distribución general de valores extremos (continuación).**

| Registro | Método de ajuste | Parámetros de ajuste |          |          | EEM   | EAM   | Periodos de retorno en años |     |     |       |        |
|----------|------------------|----------------------|----------|----------|-------|-------|-----------------------------|-----|-----|-------|--------|
|          |                  | $u$                  | $\alpha$ | $k$      |       |       | 10                          | 50  | 100 | 1,000 | 10,000 |
| 31       | Momentos         | 59.598               | 13.719   | 0.10466  | 1.837 | 1.494 | 87                          | 104 | 110 | 127   | 141    |
| 31       | Sextiles         | 58.683               | 12.095   | -0.04982 | 2.154 | 1.785 | 87                          | 111 | 121 | 158   | 200    |
| 31       | Mom. L           | 58.959               | 13.476   | 0.04642  | 1.585 | 1.372 | 88                          | 107 | 115 | 139   | 160    |
| 31       | Máx. ver.        | 59.042               | 12.800   | 0.02225  | 1.803 | 1.556 | 87                          | 107 | 115 | 141   | 166    |
| 31       | Optim. (3-29)    | 59.519               | 12.980   | 0.02113  | 1.665 | –     | 88                          | 108 | 116 | 143   | 168    |
| 31       | Optim. (3-40)    | 59.136               | 13.326   | -0.00218 | –     | 1.228 | 89                          | 111 | 121 | 152   | 183    |

**Cuadro 3. Datos generales y límites de confianza a 95%, según subrutina Bootstrap, en ocho registros históricos seleccionados.**

| Núm. | Ubicación del registro y referencia                             | Límite   | Periodos de retorno en años |       |       |        |        |
|------|-----------------------------------------------------------------|----------|-----------------------------|-------|-------|--------|--------|
|      |                                                                 |          | 10                          | 50    | 100   | 1,000  | 10,000 |
| 1    | Ejemplo 6-3, tabla 6.2 de Ponce (1989)                          | Inferior | 2758                        | 3769  | 4182  | 5523   | 6814   |
|      |                                                                 | Mediana  | 2831                        | 3957  | 4446  | 6108   | 7858   |
|      |                                                                 | Superior | 2918                        | 4176  | 4734  | 6681   | 8805   |
| 5    | Río Tana en Garissa, Kenia, Jenkinson (1969)                    | Inferior | 1517                        | 2730  | 3409  | 7101   | 14475  |
|      |                                                                 | Mediana  | 1604                        | 3146  | 4141  | 10189  | 25231  |
|      |                                                                 | Superior | 1692                        | 3562  | 4836  | 13243  | 35409  |
| 10   | Río Floyd en James, Iowa, USA, HEC (1982)                       | Inferior | 381                         | 1080  | 1595  | 5428   | 20623  |
|      |                                                                 | Mediana  | 424                         | 1428  | 2511  | 21310  | 260751 |
|      |                                                                 | Superior | 482                         | 1913  | 3870  | 49857  | 720824 |
| 15   | Río Santiago en Carrizal, Nayarit, México, CFE (1991)           | Inferior | 4217                        | 6152  | 7119  | 11135  | 16818  |
|      |                                                                 | Mediana  | 4387                        | 6835  | 8126  | 13877  | 23015  |
|      |                                                                 | Superior | 4521                        | 7281  | 8795  | 15940  | 27965  |
| 17   | Río Fuerte en Huities, Sinaloa, México, Campos (1999)           | Inferior | 6068                        | 13450 | 18401 | 49228  | 134856 |
|      |                                                                 | Mediana  | 6565                        | 15512 | 22303 | 74823  | 265730 |
|      |                                                                 | Superior | 7033                        | 18407 | 27924 | 111679 | 457844 |
| 20   | Río Tennessee en Chattanooga, USA, Jowitt (1979)                | Inferior | 285                         | 331   | 346   | 374    | 386    |
|      |                                                                 | Mediana  | 287                         | 338   | 356   | 393    | 412    |
|      |                                                                 | Superior | 289                         | 344   | 363   | 409    | 438    |
| 25   | Río San Juan en El Cuchillo, N.L., México, Campos (1998c)       | Inferior | 2421                        | 5809  | 8040  | 23693  | 69734  |
|      |                                                                 | Mediana  | 2602                        | 6745  | 9934  | 35962  | 133662 |
|      |                                                                 | Superior | 2780                        | 7600  | 11811 | 50002  | 214245 |
| 30   | Precip. máx. anual (mm) en Bever, Suiza, Sevruk y Gieger (1981) | Inferior | 64                          | 79    | 84    | 101    | 115    |
|      |                                                                 | Mediana  | 65                          | 80    | 86    | 105    | 120    |
|      |                                                                 | Superior | 66                          | 82    | 88    | 108    | 126    |

## Apéndice 1. Fórmulas de estimación de los parámetros estadísticos insesgados

Las expresiones de los momentos teóricos relativos a la media, varianza, asimetría y curtosis son (Vogel y Fennessey, 1993):

$$\mu = E[x] \quad (1.1)$$

$$\sigma^2 = \text{Var}[x] = E[(x - \mu)^2] \quad (1.2)$$

$$\gamma = E[(x - \mu)^3]/\sigma^3 \quad (1.3)$$

$$\kappa = E[(x - \mu)^4]/\sigma^4 \quad (1.4)$$

y las de los correspondientes momentos muestrales insesgados las siguientes (Yevjevich, 1972a):

$$xm = (1/n) \sum x_i \quad (1.5)$$

$$S^2 = [\sum (x_i - xm)^2 / (n - 1)] \quad (1.6)$$

$$Cs = [n \sum (x_i - xm)^3] / [(n - 1)(n - 2) S^3] \quad (1.7)$$

$$Ck = [n^2 \sum (x_i - xm)^4] / [(n - 1)(n - 2)(n - 3) S^4] \quad (1.8)$$

en donde las sumatorias abarcan de 1 a  $n$ ; siendo  $n$  el número de datos en la muestra o valores observados  $x_i$ .

## Apéndice 2. Fórmulas de estimación de la función de densidad espectral

La función de autocorrelación es útil para analizar series cronológicas en el dominio del tiempo (Haan, 1977), con base en el coeficiente de correlación serial de retraso  $k$  ( $r_k$ ):

$$r_k = [\sum x_i x_{i+k} - (\sum x_i \cdot \sum x_{i+k}) / (n - k)] / \{[\sum (x_i)^2 - (\sum x_i)^2 / (n - k)]^{1/2} [\sum (x_{i+k})^2 - (\sum x_{i+k})^2 / (n - k)]^{1/2}\} \quad (2.1)$$

en donde las sumatorias abarcan de  $i = 1$  a  $n - k$ . La gráfica que define en las abscisas los retrasos y en las ordenadas los  $r_k$  correspondientes se denomina *correlograma*. Si  $r_k = 0$  para todos los  $k \neq 0$ , el proceso se designa como puramente aleatorio, lo que indica que las observaciones son independientes una de otra. Si  $r_k \neq 0$  para algunos  $k \neq 0$ , las observaciones separadas en  $k$  intervalos son dependientes en un sentido estadístico y entonces el proceso se denomina aleatorio. Si la serie tiene una componente determinís-

tica  $r_k$  no será cero para ningún  $k$ , aun si el elemento estocástico es puramente aleatorio (Matalas, 1967).

Para cualquier serie cronológica es improbable que  $r_k$  sea exactamente cero, sin embargo para que tal valor sea estadísticamente significativo deberá ser mayor que los límites siguientes (WMO, 1971):

$$L_{sup} = [-1.000 + Z(n - 2)^{1/2}] / (n - 1) \quad (2.2)$$

$$L_{inf} = [-1.000 - Z(n - 2)^{1/2}] / (n - 1) \quad (2.3)$$

siendo  $Z$  la variable normal estandarizada, la cual es igual a 1.964 para un nivel de confianza de 95%.

Sin embargo, es bastante común que las periodicidades en los datos puedan detectarse mejor estudiando las series en el dominio de la frecuencia. Entonces una serie cronológica observada es una muestra aleatoria de un proceso en el tiempo o en el espacio que está integrado por oscilaciones de todas las frecuencias posibles. Un espectro de variancia divide la variancia en un número de intervalos o bandas de frecuencia. Para una serie completamente aleatoria de números no correlacionados, la función de densidad espectral [*fde* o  $S(f)$ ] es una constante y se denomina *ruido blanco*, lo cual indica que ningún intervalo de frecuencia contiene más variancia que cualquier otro. La *fde* de una serie o muestra [ $S(f)$ ] se puede calcular con base en el coeficiente de correlación serial de retraso  $k$ , según la expresión siguiente (Haan, 1977):

$$S'(f) = \Delta t [r(0) + 2 \sum_{k=1}^{m-1} r(k) \cos(2\pi k f \Delta t) + r(m) \cos(2\pi m f \Delta t)] \quad (2.4)$$

en la cual la sumatoria varía de  $k = 1$  a  $m - 1$ , siendo  $m$  el número máximo de retrasos ( $k$ ), el cual se recomienda que fluctúe de 10 a 25% del número total de datos  $n$ . La frecuencia  $f$  está dada por  $f = k f_N / m$ , con  $f_N = \Delta t / 2 = 1/2$ , ya que  $\Delta t = 1$ , o frecuencia de Nyquist (Yevjevich, 1972b), y el periodo como  $P = 1/f$ . Se recomienda que los valores  $S'(f)$  calculados con la ecuación 2.4 sean "suavizados", de manera que las estimaciones finales de  $S(f)$  están dadas por (WMO, 1971):

$$S(0) = [S'(0) + S'(1)] / 2 \quad (2.5)$$

$$S(m) = [S'(m - 1) + S'(m)] / 2 \quad (2.6)$$

$$S(k) = [S'(k - 1) + 2 S'(k) + S'(k + 1)] / 4 \quad (2.7)$$

con  $k$  variando de 1 a  $m - 1$ .

Para probar si la *fde* o  $S(f)$  es significativa, se debe seleccionar una hipótesis nula para la *fde* continua,

existiendo dos casos, el primero es el ruido blanco y el segundo es el ruido rojo Markoviano. Cuando el  $r_1$  no difiere en un sentido estadístico de cero, se considera que la serie está libre de persistencia y entonces la *fde* continua apropiada es el ruido blanco, es decir, una línea recta ubicada en el valor promedio ( $SP$ ) de las  $m+1$  estimaciones espectrales  $S'(f)$  no suavizadas. Entonces si la *fde* oscila alrededor de  $SP$  define un proceso estocástico puramente aleatorio, requisito para considerar válido el análisis de frecuencia. Se pueden consultar mayores detalles en WMO (1971), Yevjevich (1972b), Haan (1977) y Campos (1993a, b).

### Apéndice 3. Métodos de ajuste de la distribución GVE

#### Método de momentos

Primero se estiman la desviación estándar ( $S$ ) y el coeficiente de asimetría ( $Cs$ ) de los datos (NERC, 1975; Raynal, 1984b):

$$S = [\sum (x_i - xm)^2 / (n - 1)]^{1/2} \quad (3.1)$$

$$Cs = [\sum (x_i - xm)^3] / (n S^3) \quad (3.2)$$

siendo  $xm$  la media aritmética de los datos ( $x_i$ ); las sumatorias abarcan de 1 a  $n$ . Se corrige el valor de  $Cs$ :

$$Csc = Cs [n(n-1)]^{1/2} / (n-2) \quad (3.3)$$

Con base en el valor de  $Csc$  se obtiene el valor del parámetro de forma ( $k$ ) en la gráfica propuesta por NERC (1975), a la cual se ha representado por un polinomio de grado cinco en el intervalo de  $0.008 \leq Csc \leq 8.00$  (Gómez de Luna, 1987):

$$\begin{aligned} k = & 0.2792377 - 0.339836 Csc \\ & + 0.1008508 Csc^2 - 0.0165458 Cs^3 \\ & + 0.0014037 Csc^4 - 0.0000479 Csc^5 \end{aligned} \quad (3.4)$$

En seguida se calculan los coeficientes  $B$  y  $A$  con las expresiones siguientes:

$$B = [S^2 / \text{var}(y_i)]^{1/2} \quad (3.5)$$

en la cual:

$$\text{var}(y_i) = \Gamma(1+2k) - \Gamma^2(1+k) \quad (3.6)$$

$$A = xm - B(y_i) \quad (3.7)$$

en donde:

$$y_i = (-1)^j \Gamma(1+k) \quad (3.8)$$

con  $j = 2$  para la distribución de VE2 y  $j = 3$  para la VE3. Por último, los parámetros de ubicación ( $u$ ) y escala ( $a$ ) se estiman con las ecuaciones siguientes:

$$\alpha = B \left| k \right| \quad (3.9)$$

$$u = A + (-1)^j B \quad (3.10)$$

Para la estimación de la función gamma se utiliza la expresión siguiente (Abramowitz y Stegun, 1972):

$$\Gamma(1+k) = 1 + \sum a_i k^i + \epsilon \quad (3.11)$$

la sumatoria es de  $i = 1$  a 5.

$$a_1 = -0.5748646 \quad a_2 = 0.9512363 \quad a_3 = -0.6998588$$

$$a_4 = 0.4245549 \quad a_5 = -0.1010678 \quad \left| \epsilon \right| \leq 5 \cdot 10^{-5}$$

#### Método de sextiles

Desarrollado por Jenkinson (1969), consiste en ordenar los datos históricos en forma creciente en magnitud y entonces dividirlos en sextiles, esto es:

$$x_1 < x_2 < x_3 \dots x_{n-1} < x_n$$

$$x_1, x_1, x_1, x_1, x_1, x_1, x_2, x_2, x_2, x_2, x_2, x_2, \dots$$

$$x_n, x_n, x_n, x_n, x_n, x_n$$

Se habrá formado una secuencia  $Z_i$ , con  $i = 1, 2, \dots, 6n$ , la cual se divide en seis grupos de  $n$  elementos cada uno (sextiles) y se obtienen sus medias, que estarán definidas por la siguiente expresión (Clarke, 1973):

$$w_j = (1/n) \sum_{i=1+n(j-1)}^{n+n(j-1)} Z_i \quad \text{para } j = 1, 2, \dots, 6 \quad (3.12)$$

también se calculan la media y la desviación estándar de las medias de los sextiles, esto es:

$$wm = (1/6) \sum w_j \quad (3.13)$$

$$sw = [(1/6) \sum (w_j - wm)^2]^{1/2} \quad (3.14)$$

en las expresiones anteriores, las sumatorias abarcan de  $j = 1$  a 6. A continuación, con base en el cociente  $L = (w_2 - w_1) / (w_6 - w_5)$ , se obtiene el valor del parámetro de forma  $k$  directamente del cuadro 3.1 desarrollado

**Cuadro 3.1. Valores auxiliares del método de sextiles (Jenkinson, 1969).**

| L    | 1/L  | k     | W    | SW   |
|------|------|-------|------|------|
| 0.08 |      | -0.50 | 1.54 | 2.85 |
| 0.11 |      | -0.40 | 1.22 | 2.24 |
| 0.16 |      | -0.30 | 0.99 | 1.83 |
| 0.23 |      | -0.20 | 0.82 | 1.55 |
| 0.32 |      | -0.10 | 0.69 | 1.34 |
| 0.43 |      | 0.00  | 0.58 | 1.20 |
| 0.58 |      | 0.10  | 0.49 | 1.09 |
| 0.79 |      | 0.20  | 0.41 | 1.01 |
| 1.05 | 0.95 | 0.30  | 0.34 | 0.96 |
|      | 0.72 | 0.40  | 0.28 | 0.92 |
|      | 0.55 | 0.50  | 0.23 | 0.89 |
|      | 0.42 | 0.60  | 0.18 | 0.88 |
|      | 0.32 | 0.70  | 0.13 | 0.87 |

por Jenkinson (1969). Los restantes parámetros se obtienen por medio de las siguientes expresiones:

$$\alpha = sw / SW \quad (3.15)$$

$$u = wm - \alpha W \quad (3.16)$$

en las cuales SW y W son los valores poblacionales de los sextiles y se obtienen del cuadro 3.1.

Campos (1991) encontró ecuaciones de tipo polinomial (Poole *et al.*, 1983) que sustituyen a la tabulación anterior.

#### Método de los momentos L

Los momentos L (MOL) son funciones lineales de los momentos de probabilidad pesada ( $b_r$ ), cuyos estimadores insesgados de cero, primero, segundo y tercer orden ( $r$ ) son:

$$b_0 = xm \quad (3.17)$$

$$b_1 = \Sigma [(n-j)X_{(j)}]/[n(n-1)] \quad (3.18)$$

$$b_2 = \Sigma [(n-j)(n-j-1)X_{(j)}]/[n(n-1)(n-2)] \quad (3.19)$$

$$b_3 = \Sigma [(n-j)(n-j-1)(n-j-2)X_{(j)}]/[n(n-1)(n-2)(n-3)] \quad (3.20)$$

las sumatorias abarcan de  $j = 1$  a  $n-r$ .  $X_{(j)}$  son los valores observados ordenados de mayor a menor. Los MOL son (Vogel y Fennessey, 1993; Stedinger *et al.*, 1993):

$$\lambda_1 = b_0 \quad (3.21)$$

$$\lambda_2 = 2 b_1 - b_0 \quad (3.22)$$

$$\lambda_3 = 6 b_2 - 6 b_1 + b_0 \quad (3.23)$$

Los parámetros de ajuste de la distribución GVE se calculan con las expresiones siguientes (Stedinger *et al.*, 1993; Gingras y Adamowski, 1994; Campos, 1998d):

$$k = 7.8590 c + 2.9554 c^2 \quad (3.24)$$

siendo:

$$c = [(2 \lambda_2)/(\lambda_3 + 3 \lambda_2)] - (\ln 2 / \ln 3) \quad (3.25)$$

$$\alpha = (k \lambda_2) / [\Gamma (1+k) (1-2^{-k})] \quad (3.26)$$

$$u = \lambda_1 + (\alpha/k) [\Gamma (1+k) - 1] \quad (3.27)$$

#### Método de máxima verosimilitud

Cuando se aplica el método de máxima verosimilitud se buscan los valores de los parámetros ( $u$ ,  $\alpha$ ,  $k$ ) que maximizan tal función, por lo tanto es un proceso iterativo que se basa en las expresiones siguientes (NERC, 1975):

$$\delta u_i = (-\alpha_i/n) \{b Qi + h [(Pi + Qi)/k_i] + (f/k_i) [Ri - (Pi + Qi)/k_i]\} \quad (3.28)$$

$$\delta \alpha_i = (-\alpha_i/n) \{h Qi + a [(Pi + Qi)/k_i] + (g/k_i) [Ri - (Pi + Qi)/k_i]\} \quad (3.29)$$

$$\delta k_i = (-1/n) \{f Qi + g [(Pi + Qi)/k_i] + (c/k_i) [Ri - (Pi + Qi)/k_i]\} \quad (3.30)$$

$\delta u_i$ ,  $\delta \alpha_i$ ,  $\delta k_i$  son las diferencias entre los valores verdaderos y los de la  $i$ -ésima iteración.  $Pi$ ,  $Qi$ ,  $Ri$  se calculan con las siguientes ecuaciones:

$$Pi = n - \Sigma e^{-y_i} \quad (3.31)$$

$$Qi = \Sigma e^{(k-1)y_i} - (1-k) \Sigma e^{k y_i} \quad (3.32)$$

$$Ri = n - \Sigma y_i + \Sigma y_i e^{-y_i} \quad (3.33)$$

siendo:

$$y_i = -(1/k) \ln [1 - (x_i - u) k/\alpha] \quad (3.34)$$

$a, b, c, f, g, h$ , son los coeficientes de la matriz de varianza-covarianza de los parámetros de la distribución GVE, los cuales se obtienen del cuadro 3.2 desarrollado por Jenkinson (1969), en función del parámetro de forma  $k$ . Por lo anterior, los valores de la siguiente iteración serán:

$$u_{i+1} = u_i + \delta u_i \quad (3.35)$$

$$\alpha_{i+1} = \alpha_i + \delta \alpha_i \quad (3.36)$$

$$k_{i+1} = k_i + \delta k_i \quad (3.37)$$

y el proceso iterativo terminará cuando las siguientes derivadas parciales estén próximas a cero:

$$\partial LL / \partial u = -Q_i / \alpha_i \quad (3.38)$$

$$\partial LL / \partial \alpha = -1 / \alpha_i [(P_i + Q_i) / k_i] \quad (3.39)$$

$$\partial LL / \partial k = -1 / k_i [R_i - (P_i + Q_i) / k_i] \quad (3.40)$$

Campos (1991) ha encontrado y expuesto ecuaciones de tipo polinomial (Poole *et al.*, 1983), que sustituyen a la tabulación del cuadro 3.2.

#### Método de optimización

Este es un método de máxima verosimilitud en el que la función logarítmica ( $\ln L$ ) respectiva se maximiza por medio del algoritmo de Rosenbrock de múltiples variables restringidas, siendo los parámetros  $u, \alpha$  y  $k$  las variables de decisión. Este procedimiento ha sido expuesto y aplicado por Acosta (1986), utilizando como valores iniciales para el algoritmo los resultados

**Cuadro 3.2. Valores auxiliares del método de máxima verosimilitud (Jenkinson, 1969).**

| $k$   | $a$  | $b$  | $c$  | $f$  | $g$   | $h$   |
|-------|------|------|------|------|-------|-------|
| -0.40 | 1.05 | 1.29 | 0.84 | 0.26 | -0.09 | 0.80  |
| -0.20 | 0.81 | 1.28 | 0.64 | 0.27 | 0.04  | 0.57  |
| 0.00  | 0.65 | 1.25 | 0.48 | 0.26 | 0.15  | 0.34  |
| 0.10  | 0.61 | 1.22 | 0.39 | 0.24 | 0.18  | 0.21  |
| 0.20  | 0.58 | 1.20 | 0.33 | 0.22 | 0.21  | 0.09  |
| 0.30  | 0.58 | 1.17 | 0.27 | 0.19 | 0.23  | -0.03 |
| 0.40  | 0.60 | 1.14 | 0.21 | 0.16 | 0.24  | -0.16 |
| 0.50  | 0.63 | 1.11 | 0.15 | 0.13 | 0.24  | -0.30 |
| 0.60  | 0.68 | 1.08 | 0.10 | 0.09 | 0.22  | -0.43 |
| 0.80  | 0.82 | 1.02 | 0.03 | 0.03 | 0.15  | -0.71 |
| 1.00  | 1.00 | 1.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00  | -1.00 |

del método de momentos de probabilidad pesada. La función logarítmica de máxima verosimilitud es la siguiente (Clarke, 1973):

$$\ln L = -n \ln \alpha + (1/k - 1) \sum \ln Y_i - \sum (Y_i)^{1/k} \quad (3.41)$$

en la cual:

$$Y_i = [1 - (x_i - u) k / \alpha] \quad (3.42)$$

las sumatorias abarcan de  $i = 1$  a  $n$ , y  $x_i$  son los datos observados.

#### Apéndice 4. Intervalos de confianza mediante simulación

Las subrutinas o métodos Bootstrap permiten estimar el intervalo de confianza por medio de simulación a partir de los valores que han sido estimados en este caso a través de los cinco métodos de ajuste de la distribución GVE, los cuales reportan seis datos para cada periodo de retorno. El proceso es muy simple y consta de los siguientes tres pasos (Metcalf, 1997):

Paso 1. Se usan números aleatorios con distribución uniforme  $[U(0,1)]$ , designados por  $u_i$  para muestrear con reemplazamiento los datos, esto es:

$$m_i = \text{redondear } (u_i * nd + 0.501) \quad (4.1)$$

en donde  $nd$  es el número de datos, entonces  $i = 1, \dots, 6$ . La ecuación 4.1 conduce a una secuencia aleatoria de seis números enteros  $m_i$ ; cada uno representa un dato, es decir, los resultados de los métodos de momentos, sextiles, momentos  $L$ , etcétera. Con lo anterior se establece la primera muestra de la subrutina Bootstrap, cuya media aritmética se evalúa.

Paso 2. Se repite el paso 1 un gran número de veces, por ejemplo, mil, y se ordenan en forma creciente las medias de cada muestra.

Paso 3. Para un intervalo de confianza de 95% se obtienen los valores de las medias correspondientes a los números de orden 25 y 975, y para el valor de 500 se obtiene la mediana.

La aplicación de la subrutina Bootstrap a partir de las seis estimaciones para cada uno de los cinco periodos de retorno (cuadro 2) de los registros 1, 5, 10, 15, 17, 20, 25 y 30 condujo a los resultados que se muestran en el cuadro 3, en el cual el límite inferior, la mediana y el límite superior corresponden a las medias

con números de orden 25, 500 y 975, respectivamente; es decir, el paso 3 anterior.

Ya que en cada estimación del intervalo de confianza se deben de evaluar seis mil números aleatorios con distribución uniforme, se debe usar un algoritmo de generación eficiente, cuya longitud de ciclo sea bastante grande, por ello se empleó el desarrollado por Wichmann y Hill en 1982, expuesto por Metcalfe (1997) y modificado ligeramente para evitar la ocurrencia de un cero durante la aplicación de la instrucción "mod", del modelo o generador pseudoaleatorio mixto congruencial. Este algoritmo comienza por definir valores en el intervalo de uno a treinta mil para  $I_0$ ,  $J_0$  y  $K_0$ ; después se aplican las ecuaciones:

$$I_{m+1} = 171 * I_m + 100 \pmod{30,269} \quad (4.2)$$

$$J_{m+1} = 171 * J_m + 150 \pmod{30,307} \quad (4.3)$$

$$K_{m+1} = 171 * K_m + 200 \pmod{30,323} \quad (4.4)$$

$$S_{m+1} = I_{m+1} / 30,269 + J_{m+1} / 30,307 + K_{m+1} / 30,323 \quad (4.5)$$

$$u_{m+1} = S_{m+1} - \text{parte entera de } S_{m+1} \quad (4.6)$$

Este algoritmo tiene una longitud de ciclo del orden del producto de los módulos; es decir,  $2.78 * 10^{13}$ . Para mostrar la operación de la instrucción *mod* =  $[(i/k) - \text{parte entera de } (i/k)] * k$ , considérese el ejemplo siguiente, con  $l_0 = 193$  y siendo:

$$I_{m+1} = 128 * I_m + 1,569 \pmod{5,095} \quad (4.7)$$

$$I_1 = 128 * 193 + 1,569 = 26,273 \pmod{5,095} = 798$$

$$I_2 = 103,713 \pmod{5,095} = 1,813$$

$$I_3 = \dots = 4,357.9968$$

$$I_4 = \dots = 4,037.5899 \quad \text{etcétera}$$

La secuencia de números aleatorios  $u_i$  que se ha generado corresponde al valor entre paréntesis rectangular en la definición de la instrucción *mod*; es decir, 0.1566241, 0.3558391, 0.8553478, 0.7924612, ..., etcétera.

## Referencias

- Abramowitz, M. e I.A. Stegun, "Gamma function and related functions" (capítulo 6), *Handbook of Mathematical Functions*, novena edición, Dover Publications, Inc., Nueva York, 1972, pp. 255-296.
- Acosta R., J.L., "Estimación de parámetros de la distribución general de valores extremos de probabilidad a través de máxima verosimilitud", *9º Congreso Nacional de Hidráulica*, tomo III, subtema IV, Querétaro, 1986, pp. 57-67.
- Bedient, P.B. y W.C. Huber, *Hydrology and Floodplain Analysis*, Addison-Wesley Publishing Co. Reading, Massachusetts, Estados Unidos, 1988, pp. 142-156.
- Benson, M.A., "Plotting positions and economics of engineering planning", *Journal of Hydraulics Division*, vol. 88, núm. 6, 1962, pp. 57-71.
- Bobée, B. y F. Ashkar, *The gamma family and derived distributions applied in hydrology*, capítulos 1 y 2, Water Resources Publications. Littleton, Colorado, 1991, pp. 1-22.
- Bruce, J.P. y R.H. Clark, *Introduction to Hydrometeorology*, Pergamon Press, Oxford, Inglaterra, 1977, pp. 157-158.
- Campos A., D.F., "Análisis probabilístico de avenidas máximas con poblaciones mezcladas", *Ingeniería Hidráulica en México*, vol. II, núm. 3, 1987, pp. 9-18.
- Campos A., D.F., "Programa en Basic para el ajuste de la función de distribución de Probabilidades GVE" (disquete 2), *II Congreso Nacional de Informática para la Ingeniería (AMII)*, del 15 al 17 de mayo, Puebla, 1991.
- Campos A., D.F., "Estudio de aleatoriedad en 13 registros pluviométricos de San Luis Potosí con análisis espectral", *VI Congreso Nacional de Meteorología (OMMAC)*, del 27 al 29 de octubre, México, D.F., 1993a, pp. 77-80.
- Campos A., D.F., *Análisis espectral: bases teóricas y aplicaciones*, informe del proyecto de investigación, Facultad de Ingeniería de la UASLP, San Luis Potosí, diciembre, 1993b, 32 pp.
- Campos A., D.F., "Aplicación del método de índice de crecientes en la Región Hidrológica Número 10, Sinaloa", *Ingeniería Hidráulica en México*, vol. IX, núm. 3, 1994, pp. 41-55.
- Campos A., D.F., "Caracterización hidrológica de crecientes en la cuenca baja del río Pánuco con base en niveles máximos anuales", *Ingeniería Hidráulica en México*, vol. XI, núm. 2, 1996a, pp. 15-31.
- Campos A., D.F., "Análisis de frecuencia de crecientes por medio de métodos no paramétricos", *Ingeniería Hidráulica en México*, vol. XI, núm. 3, 1996b, pp. 25-34.
- Campos A., D.F., "Hidrología probabilística. Conceptos y procedimientos", *Ciencia y Desarrollo*, vol. XXIV, núm. 141, 1998a, pp. 58-69.
- Campos A., D.F., "Técnicas recientes de prueba y ajuste de la distribución Gumbel", *XVIII Congreso Latinoamericano de Hidráulica (IAHR)*, vol. 1, del 13 al 16 de octubre, Oaxaca, 1998b, pp. 329-337.

Recibido: 27/10/1999  
Aprobado: 23/02/2000

- Campos A., D.F., "Revisión de la creciente de diseño de la presa El Cuchillo, en el estado de Nuevo León, México (enfoque probabilístico global)", *XVIII Congreso Latinoamericano de Hidráulica (IAHR)*, vol. 1, del 13 al 16 de octubre, Oaxaca, 1998c, pp. 349-357.
- Campos A., D.F., "Estimación estadística de la PMP en el estado de San Luis Potosí", *Ingeniería Hidráulica en México*, vol. XIII, núm. 3, 1998d, pp. 45-66.
- Campos A., D.F., "Hacia el enfoque global en el análisis de frecuencia de crecientes", *Ingeniería Hidráulica en México*, vol. XIV, num. 1, 1999, pp. 23-42.
- Clarke, R.T., "The estimation of floods with given return period" (capítulo 5), *Mathematical Models in Hydrology*, Irrigation and Drainage Paper 19, FAO, Roma, 1973, pp. 130-146.
- Comisión Federal de Electricidad (CFE), *Proyecto Hidroeléctrico Aguamilpa, Nayarit*, México, D.F., 1991, pp. 6-7.
- Chow, V.T., "Statistical and probability analysis of hydrologic data. Part I: Frequency analysis. Section 8-1", *Handbook of Applied Hydrology*, Ven Te Chow (editor en jefe), McGraw-Hill Book Co., Nueva York, 1964, pp. 8-1 a 8-42.
- Chow, V.T., D.R. Maidment y L.W. Mays, *Applied Hydrology*, McGraw-Hill International Editions, Nueva York, 1988, pp. 381-382.
- GASIR, Gerencia de Aguas Superficiales e Ingeniería de Ríos, *Norma hidrológica que recomienda periodos de retorno para diseño de diversas obras hidráulicas*, Subdirección General Técnica de la Comisión Nacional del Agua, México, D.F., 1996, 6 pp.
- Gingras, D. y K. Adamowski, "Coupling of nonparametric frequency and L-moment analysis for mixed distribution identification", *Water Resources Bulletin*, vol. 28, núm. 2, 1992, pp. 263-272.
- Gingras, D. y K. Adamowski, "Performance of L-Moment and nonparametric flood frequency analysis", *Canadian Journal of Civil Engineering*, vol. 21, 1994, pp. 856-862.
- Gómez de Luna, R., *Estudio selectivo de metodologías de análisis de gastos máximos*, tesis de maestría en ingeniería, DEPI, UNAM, Ciudad Universitaria, México, D.F., 1987, 114 pp.
- Griffiths, G.A., "A theoretically based Wakeby distribution for annual flood series", *Hydrological Sciences Journal*, vol. 34, núm. 3, 1989, pp. 231-248.
- Haan, C.T., "Analysis of hydrologic time series" (capítulo 14), *Statistical Methods in Hydrology*, The Iowa State University Press, Ames, Iowa, 1977, pp. 136-137 y 275-288.
- HEC, Hydrologic Engineering Center, *Flood Flow Frequency Analysis*, manual de usuario, Davis, California, 1982, pp. 15-22.
- Jenkinson, A.F., "Statistics of Extremes" (capítulo 5, nota técnica 98), *Estimation of Maximum Floods*, World Meteorological Organization, Ginebra, Suiza, 1969, pp. 183-210.
- Jowitt, P.W., "The extreme-value type-1 distribution and the principle of maximum entropy", *Journal of Hydrology*, vol. 42, 1979, pp. 23-38.
- Kite, G.W., "Data" (capítulo 2), y "Comparison of frequency distributions" (capítulo 12), en *Frequency and Risk Analyses in Hydrology*, Water Resources Publication, Fort Collins, Colorado, 1977, pp. 4-26 y 156-168.
- Kottegoda, N.T., "Probability functions and their use" (capítulo 3), *Stochastic Water Resources Technology*, The MacMillan Press, Ltd, Londres, 1980, pp. 67-110.
- Kuester, J.L. y J.H. Mize, "ROSENB algorithm" (capítulo 9), *Optimization Techniques with Fortran*, McGraw-Hill Book Co., Nueva York, 1973, pp. 320-330.
- Linsley, R.K., M.A. Kohler y J.L.H. Paulhus, *Hidrología para Ingenieros*, Editorial McGraw-Hill Latinoamericana, S. A., Bogotá, 1977, pp. 289-290.
- Matalas, N.C., "Time series analysis", *Water Resources Research*, vol. 3, núm. 3, 1967, pp. 817-829.
- McCuen, R.H., *Hydrologic Analysis and Design*, Prentice Hall, Inc. Nueva Jersey, 1989, pp. 189-1991.
- Metcalfe, A.V., "Probability distributions and Monte Carlo simulation" (capítulo 2), "Random number generation" (apéndice 2), "Bootstrap methods for confidence intervals" (apéndice 4) y "Selected data tables" (apéndice 16), en *Statistics in Civil Engineering*, Arnold Publishers, Londres, 1997, pp. 7-38, 319-320, 325-326, 367-384.
- NERC, Natural Environment Research Council, *Flood Studies Report*, vol. I, Hydrological Studies, Londres, 1975, pp. 96-97.
- Ponce, V.M., *Engineering Hydrology. Principles and Practices*, Prentice Hall, Nueva Jersey, 1989, pp. 215-216.
- Poole, L., M. Borchers y D.M. Castlewitz, "Programa: Regresión de orden N", *Algunos programas de uso común en Basic*, Osborne/McGraw-Hill, México, D.F., 1983, pp. 155-157.
- Raynal V., J.A., "La distribución general de valores extremos en hidrología: 1. Génesis, características y propiedades", tomo I, subtema 2, *8º Congreso Nacional de Hidráulica*, Toluca, Estado de México, 1984a, pp. B.1-B.8.
- Raynal V., J.A., "La distribución general de valores extremos en hidrología: 2. Estado actual y aplicaciones", tomo I, subtema 2, *8º Congreso Nacional de Hidráulica*, Toluca, Estado de México, 1984b, pp. B.9-B.19.
- Raudkivi, A.J., *Hydrology. An Advanced Introduction to Hydrological Processes and Modelling*, Pergamon Press, Oxford, 1979, pp. 406-407.
- Sevruk, B. y H. Geiger, *Selection of Distribution Types for Extremes of Precipitation*, Operational Hydrology reporte número 15, World Meteorological Organization, Ginebra, 1981, pp. 59-64.
- Singh, V.P. y K. Singh, "Parameter estimation for Log-Pearson Type III distribution by POME", *Journal of Hydraulic Engineering*, vol. 114, núm. 1, 1988, pp. 112-122.

- Stedinger, J.R., R.M. Vogel y E. Foufoula-Georgiou, "Frequency Analysis of Extreme Events" (capítulo 18), *Handbook of Applied Hydrology*, David R. Maidment (editor en jefe), McGraw-Hill Book Co., Nueva York, 1993, pp. 18.1-18.66.
- Van Montfort, M.A.J., "On testing that the distribution of extremes is of type I when type II is the alternative", *Journal of Hydrology*, vol. 11, 1970, pp. 421-427.
- Viessman, W., J.W. Knapp, G.L. Lewis y T.E. Harbaugh, *Introduction to Hydrology*. Harper & Row Publishers, Nueva York, 1977, pp. 185-187.
- Vogel, R.M. y N.M. Fennessey, "L moment diagrams should replace product moment diagrams", *Water Resources Research*, vol. 29, núm. 6, 1993, pp. 1745-1752.
- Wilson, E.M., *Engineering Hydrology*, The MacMillan Press Ltd., Londres, 1974, pp. 185-191.
- WMO, World Meteorological Organization, "The power spectrum and general principles of its application to the evaluation of non-randomness in climatological series" (anexo I, nota técnica 79), *Climatic Change*, WMO-número 195, TP. 100, Ginebra, 1971, pp. 33-46.
- Yevjevich, V., "Parameters and order-statistics as descriptors of distributions" (capítulo 6), *Probability and Statistics in Hydrology*, Water Resources Publications, Fort Collins, Colorado, 1972a, pp. 99-117.
- Yevjevich, V., "Spectral and cross spectral analysis" (capítulo III), *Stochastic Processes in Hydrology*, Water Resources Publications, Fort Collins, Colorado, 1972b, pp. 68-130.

#### Abstract

Campos Aranda, D.F., "Contrast of five fitting methods of the general extreme values distribution from 31 historical records of annual maximum events", *Hydraulic Engineering in Mexico (in Spanish)*, vol. XVI, num. 2, pages 77-92, April-June, 2001.

In this work the results of five fitting methods of the general extreme values (GEV) distribution are compared, according to the standard and absolute fitting errors. Thirty one historical records, mainly flood flow ones, were used, and the results showed that all fitting methods give congruous values, and that the optimization method, minimizing the mentioned errors, is the best for fitting the GEV distribution. A computational subroutine is proposed for the estimation of confidence interval, on the basis of the fitting methods results for each return period. Lastly, several conclusions are drawn from the results' global analysis. The formulae and operative sequences of each utilized method or procedure are cited in four appendices.

**Key words:** GEV distribution, fitting methods, Bootstrap subroutine.

#### Dirección institucional del autor:

Daniel Francisco Campos Aranda

Centro de Investigación y Estudios de Posgrado  
Universidad Autónoma de San Luis Potosí  
Facultad de Ingeniería

Dr. Manuel Nava número 8, Zona Universitaria  
78290 San Luis Potosí, México  
Teléfono ( 01 48) 173 381 y 131 186, extensión 17  
Fax ( 01 48) 130 924