

DOI: 10.24850/j-tyca-aop-05

Artículos

Evaluación de ecuaciones para pérdidas de carga por fricción en tuberías de polietileno

Evaluation of equations for head losses due to friction in polyethylene pipes

Freddy Gavilánez-Luna¹, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7861-514X>

Jesús Chavarría², ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8868-394X>

¹Pontificia Universidad Católica del Ecuador–Sede Manabí, Manabí, Ecuador / Universidad Agraria del Ecuador, Guayaquil, Ecuador, FGAVILANEZ3087@pucesm.edu.ec, fgavilanez@uagraria.edu.ec

²Pontificia Universidad Católica del Ecuador–Sede Manabí, Manabí, Ecuador, JECHAVARRIA@pucesm.edu.ec

Autor para correspondencia: Freddy Gavilánez-Luna, fgavilanez@uagraria.edu.ec

Resumen

Este estudio abordó la necesidad de identificar la fórmula más precisa para calcular pérdidas de carga por fricción en sistemas presurizados con tuberías lisas, evaluando el ajuste de expresiones frente a datos



experimentales. Se implementó un banco de pruebas con tuberías de polietileno de 25, 32, 40 y 50 mm de diámetro y 50 m de longitud. Se aplicaron cargas piezométricas de 10, 15, 20, 25 y 30 m, medidas con manómetro digital. Las pérdidas de carga observadas se corrigieron por el desnivel topográfico del terreno. Se evaluaron 11 ecuaciones seleccionadas de la literatura, incluyendo Darcy-Weisbach con Colebrook-White. Se empleó la rugosidad absoluta de 0.0015 mm y coeficiente de rugosidad de 150 para Hazen-Williams, además de una viscosidad cinemática de $1.049 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$. Se calculó el error relativo (ER), el índice de concordancia de Willmott (ICW) y la raíz cuadrada del error cuadrático medio (RMSE) de cada expresión. Asimismo, se aplicó análisis de varianza con el test LSD de Fisher para determinar diferencias significativas. Se reportaron pérdidas de carga experimentales entre 1.747 m y 5.896 m, con caudales entre $2.93 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ y $3.525 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$, con flujo turbulento en todos los casos. Todas las expresiones reportaron un ICW > 0.97 y RMSE $< 0.4 \text{ m}$; sin embargo, la fórmula de Shaikh-Massan-Wagan obtuvo el menor ER promedio (3.77 %), significativamente ($p < 0.05$) diferente al resto, destacándose como la de mayor exactitud y precisión para el cálculo de pérdidas de carga en tuberías lisas como las de polietileno.

Palabras clave: Equipamiento hidráulico, Hidrodinámica, Plásticos, Ecuación, Análisis estadístico, Medición.

Abstract

This study addressed the need to identify the most accurate formula for calculating friction head losses in pressurized systems with smooth pipes, evaluating the fit of expressions against experimental data. A test bench



was implemented with polyethylene pipes of 25, 32, 40 and 50 mm diameter and 50 m length. Piezometric loads of 10, 15, 20, 25 and 30 m were applied, measured with a digital manometer. The observed load losses were corrected for the unevenness of the terrain by topographic leveling. Eleven equations selected from the literature were evaluated, including Darcy–Weisbach with Colebrook–White. An absolute roughness of 0.0015 mm and a roughness coefficient of 150 for Hazen–Williams were used, in addition to a kinematic viscosity of $1.049 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$. The relative error (RE), the Willmott concordance index (WCI) and the root mean square error (RMSE) of each expression were calculated. Likewise, analysis of variance was applied using Fisher's LSD test to determine significant differences. Experimental head losses were reported between 1.747 m and 5.896 m, with flow rates between $2.93 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ and $3.525 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$, with turbulent flow in all cases. All expressions reported an $\text{WCI} > 0.97$ and $\text{RMSE} < 0.4 \text{ m}$; however, the Shaikh–Massan–Wagan formula obtained the lowest average RE (3.77 %), significantly ($p < 0.05$) different from the rest, standing out as the most accurate and precise for calculating pressure losses in smooth pipes such as those made of polyethylene.

Keywords: Hydraulic equipment, Hydrodynamics, Plastics, Equations, Statistical analysis, Measurement.

Recibido: 13/10/2025

Aceptado: 03/03/2026

Publicado *ahead of print*: 10/03/2026



1. Introducción

En el diseño de los sistemas de tuberías presurizadas para el transporte de agua, ya sea para consumo humano, uso industrial, producción de energía o riego, se emplean expresiones que permiten estimar las pérdidas de energía por fricción con un determinado grado de imprecisión. Esta falta de exactitud no solo está asociada al componente empírico incorporado en los coeficientes de rugosidad de los materiales (Sotelo, 1980), sino también a la propia formulación matemática de las ecuaciones y a las condiciones de flujo bajo las cuales fueron desarrolladas. En la práctica, estas limitaciones pueden inducir a la sobre o subestimación de las pérdidas, lo que, a su vez, puede conducir al establecimiento de diámetros que no satisfagan las demandas máximas de caudal y presión o, en sentido contrario, al incremento de los costos por sobredimensionamiento de las tuberías (Alegret y Martínez, 2019).

Parte de la incertidumbre en las expresiones clásicas de pérdidas de carga se explica porque los coeficientes de rugosidad fueron calibrados hace cerca de un siglo, a partir de los experimentos de Nikuradse y de los fundamentos teóricos de Prandtl y von Kármán que dieron origen a la ecuación de Colebrook-White (C-W) (Alfaro-Guerra y Olivares-Gallardo, 2019). Estos desarrollos se sustentaron principalmente en conducciones metálicas con rugosidades artificiales, cuyas características difieren de las superficies internas de las tuberías plásticas actuales. Aunque las formulaciones se aplican de manera general, la extrapolación de los coeficientes clásicos hacia materiales como el polietileno no ha sido suficientemente verificada bajo condiciones experimentales específicas. Además, se ha señalado que en tuberías plásticas la influencia de la rugosidad puede variar con el diámetro y la velocidad del flujo (Da Rocha,

Marques, Camargo, Frizzzone & Saretta, 2017). Por ello, resulta pertinente examinar si dichas formulaciones describen adecuadamente su comportamiento hidráulico o si introducen errores relevantes en el diseño de sistemas presurizados.

Expresiones como la de Darcy - Weisbach (D-W), en combinación con el factor de fricción calculado por la expresión de C-W, es la que goza de la mayor aceptación por el origen de su deducción racional y por la aparente precisión ofrecida en el cálculo de las pérdidas de carga bajo los flujos de transición (Alegret y Martínez, 2019; Arumugam, Kibrom, Gebreamlak, Teame & Mengstu, 2022) y turbulento (Revilla, 2015), éste último, tanto para condiciones hidráulicamente lisas como las hidráulicamente rugosas (Brkić, 2011; Saldarriaga, 2007). Sin embargo, la precisión de los resultados obtenidos con la expresión D-W también se encuentra condicionada por la selección del coeficiente de rugosidad absoluta, establecido en función del material de la tubería. Este parámetro, al ser asignado de manera discrecional o mediante valores tabulados, puede influir en el margen de error inherente a la estimación de las pérdidas de carga que proporciona la fórmula.

Dada la complejidad matemática que implicaba utilizar en las primeras décadas del siglo XX la ecuación de D-W en combinación con el enfoque de C-W, debido a que ésta última es de característica implícita (Ormsbee & Walski, 2016), se idearon fórmulas alternativas para el cálculo de pérdidas de carga con una base relativamente intuitiva y de fácil aplicación por ser explícitas. Adicionalmente, para soslayar la complicación resolutoria que representaba el uso de la expresión C-W en el cálculo del coeficiente de fricción y facilitar su obtención, Moody (1944) plasmó esta fórmula en un diagrama que lleva su nombre, desde el cual los coeficientes obtenidos, si bien se determinan a través de un proceso

que permiten apresurar los cálculos, siguen adoleciendo de incertidumbre debido a que se necesita de valores de rugosidad absoluta “promedios” y aproximados (Sotelo, 1980), además de cierta subjetividad en su determinación dado que se trata de un método gráfico.

Entre las alternativas de base netamente empírica destaca la expresión de Hazen y Williams (H-W), propuesta en 1906 (Saldarriaga, 2007). Aunque goza de amplia difusión entre los técnicos (Liou, 1998), su incertidumbre se asocia a un coeficiente de rugosidad dependiente del material de la tubería y de condiciones restrictivas de aplicabilidad que tienden a sobreestimar las pérdidas de carga por fricción (Gavilánez, 2019), motivo por el cual incluso se ha desaconsejado su uso (Achour y Amara, 2020). Alegret y Martínez (2019) señalan que su inexactitud radica en que la validez de sus resultados está vinculada a flujos laminares y de transición, mientras que en la práctica predominan regímenes turbulentos. No obstante, otros autores (Abdulameer, Dzhumagulova, Algretawe, Zhuravleva & Alshammari, 2022; Zao & Gao, 2020) respaldan su aplicación en estas últimas condiciones, reportándose incluso una alta correlación entre H-W y el planteamiento racional de D-W (Darweesh, Salah, Awwad, Ragad & Ahmed, 2024; Jamil, 2020), aunque desde una perspectiva teórica.

Considerando que la mencionada complejidad resolutive del planteamiento de C-W está dada por la forma implícita del coeficiente de fricción, cuyo proceso de cálculo demanda de métodos numéricos para obtenerlo, la mayoría de las expresiones explícitas toman de fundamento la ecuación de C-W con distintos niveles de formación empírica (Anaya-Durand, Cauch-Segovia, Funabazama-Bárcenas y García-Medrano-Bravo, 2014); de allí que, aun cuando éstas consideran la fundamentación de D-W, en las estructuras de muchas de ellas se ha dejado de lado los

postulados de Prandtl y von Kármán que dieron origen a la expresión racional de C-W (Saldarriaga, 2007). Una de las más reconocidas es la ecuación de Swamee - Jain (S-J) (1976), recomendada para aplicarse con números de Reynolds de 5×10^3 a 1×10^8 y rugosidades relativas entre 1×10^{-2} a 1×10^{-6} (Anaya-Durand et al., 2014), la cual ha recibido gran aceptación por el grado de precisión que puede ofrecer respecto al planteamiento de C-W (Guerrero, 2015), mostrando errores menores al 1% al compararse con esta última ecuación (Kaseng, Bayona & Rodríguez, 2020; Saldarriaga, 2007).

Otros planteamientos recomendados por la concordancia de sus estimaciones con la expresión de C-W son las ecuaciones de Pavlov (Anaya-Durand et al., 2014), Offor & Alabi (Pimenta et al., 2018), Barr (Saldarriaga, 2007), Haaland (Pérez-Pupo, Navarro-Ojeda, Pérez-Guerrero & Batista-Zaldívar, 2020), Shaikh-Massan-Wagan (Beltrán, 2021), Round (Round, 1980) y Manadilli (Anaya-Durand et al., 2014). Estas formulaciones explícitas se fundamentan, directa o indirectamente, en el planteamiento implícito de C-W, buscando simplificar su resolución; sin embargo, al derivarse de éste, comparten la incertidumbre asociada a la estimación de la rugosidad y a las condiciones de flujo consideradas. Asimismo, la ecuación de Blasius se reconoce como adecuada para tuberías hidráulicamente lisas (Narváez, 2000), particularmente en conducciones plásticas; no obstante, su aplicabilidad está limitada al intervalo de números de Reynolds comprendido entre 3×10^3 y 1×10^5 (Tarjuelo, 1999).

Con el propósito de identificar métodos más precisos para el diseño de sistemas presurizados con tuberías lisas, el presente estudio evaluó el desempeño de las principales expresiones empleadas en el cálculo de pérdidas de carga por fricción. Para ello, se implementó un banco

experimental con tuberías de polietileno bajo condiciones hidráulicas controladas, material que, además de las consideraciones previamente expuestas, permitió aislar las pérdidas por fricción al tratarse de una conducción continua que minimiza la influencia de pérdidas locales asociadas a uniones. Los resultados experimentales se compararon con las estimaciones de cada formulación, con el fin de determinar aquella que ofrece mayor exactitud y menor error en condiciones reales de aplicación.

2. Materiales y métodos

2.1. Sitio de pruebas

Las pruebas experimentales se llevaron a cabo en el campus de la Universidad Agraria del Ecuador, extensión Milagro, utilizando para ello una estructura de evaluación delimitada por un área de 60 m x 20 m, sobre una superficie relativamente plana. El sitio tiene coordenadas UTM de 17M 657668 9764284.

2.2. Instalación del banco de prueba

Para llevar a efecto las evaluaciones, se instaló un banco de pruebas, cuyo esquema se observa en la Figura 1. Esta estructura estuvo compuesta por cuatro tuberías extendidas (mangueras de polietileno de baja densidad [PEBD]) de 50 m de longitud cada una, con diámetros nominales de 25, 32, 40 y 50 mm. En cada tubería se colocaron dos tomas de presión manométrica, separadas por la longitud de evaluación (50 m), en donde se ubicaba un mismo manómetro para las medidas de presión según las

distintas cargas piezométricas previamente establecidas. La instalación funcionó con un equipo de bombeo de combustión interna, de tres pulgadas en la succión y en la descarga, con turbina de presión.

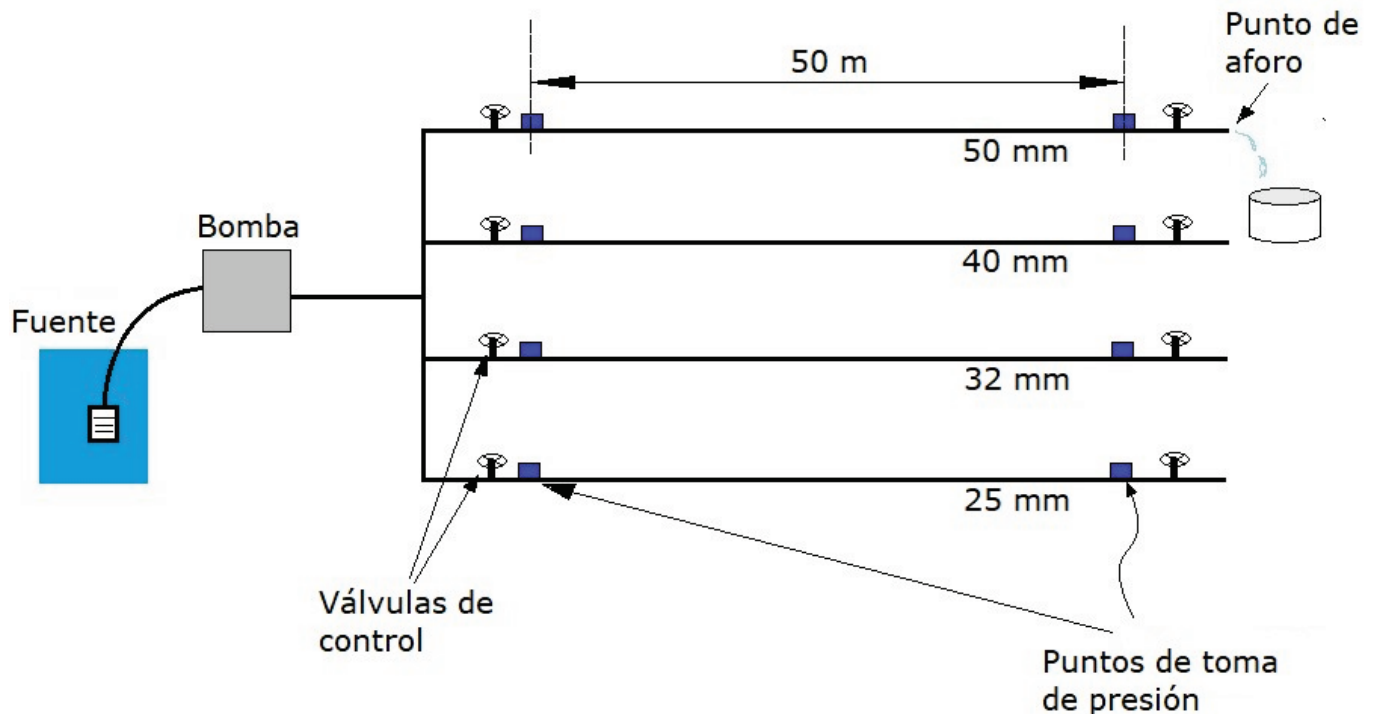


Figura 1. Esquema del banco de prueba para medición experimental de pérdidas de energía por fricción.

2.3. Equipos de medición

Para la medición de la presión se utilizó un manómetro marca Winters, digital y de 2.5 pulgadas de diámetro, con capacidad de registro de 0 a 100 PSI. Asimismo, se utilizó un termómetro digital para registrar la temperatura del agua al inicio y al final de cada prueba, lo que permitió determinar gráficamente la viscosidad del fluido a partir de una curva calibrada. Para el registro de los diámetros internos de las tuberías se

utilizó un calibrador Vernier. La corrección del diferencial de carga gravitacional por el desnivel del suelo se realizó con la ayuda de un nivel topográfico, marca Sokkia.

2.4. Evaluaciones experimentales

La obtención de la información experimental se llevó a efecto evaluando volumétricamente los caudales emitidos como respuesta a las cargas piezométricas de 10, 15, 20, 25 y 30 m. En cada variación de carga se registraron las respectivas pérdidas de energía por fricción debido a la diferencia entre la toma manométrica inicial y final en cada una de las tuberías. Se realizaron cinco repeticiones en cada carga de prueba y sus promedios fueron corregidos por los desniveles topográficos del suelo en donde se desarrollaron las pruebas.

Para la estimación teórica de las pérdidas de carga mediante las expresiones propuestas e indicadas en la Tabla 1, especialmente en el cálculo del número de Reynolds, se estableció la viscosidad cinemática de forma indirecta, utilizando el dato de temperatura del agua *in situ* para poder utilizar la calculadora de viscosidad de Alambra (2024). Así también se empleó el valor de 0.0015 mm como dato de la rugosidad absoluta (ε) para la tubería de polietileno (Saldarriaga, 2007).

2.5. Fórmulas consideradas para el cálculo teórico de las pérdidas de energía por fricción

Se evaluaron las expresiones de D-W y de H-W, representadas correspondientemente por las ecuaciones (1) y (2), en donde h_f es la pérdida de carga por fricción (m), L y d son la longitud y el diámetro

interior de la tubería (m), respectivamente; v la velocidad media del flujo (m/s) y Q el caudal (m³/s). El valor de C es el coeficiente de rugosidad de H-W limitado al material de la tubería, y a condiciones pre-establecidas del flujo y del fluido (Saldarriaga, 2007), cuyo valor teórico, seleccionado para plástico fue 150 (Sotelo, 1980). En el caso de la ecuación de D-W, se consideraron 10 expresiones para el cálculo del componente semi-empírico de esta expresión representado por el factor de fricción f , tomando en cuenta aspectos de precisión (valorados en distintos trabajos de otros autores), números de Reynolds (R) y de rugosidad relativa (ε/d) para material plástico. Las fórmulas que permitieron calcular f se detallan en la Tabla 1.

$$h_f = f \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} \quad (1)$$

$$h_f = 10.674 \left(\frac{Q}{C} \right)^{1.852} \frac{L}{d^{4.87}} \quad (2)$$

Tabla 1. Expresiones teóricas para calcular el coeficiente de fricción f de la ecuación de D-W.

Expresión	Autor	Condiciones	Referencias
$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{\varepsilon/d}{3.71} + \frac{2.51}{R\sqrt{f}} \right)$	Colebrook - White	$R > 2000$ Tuberías hidráulicamente rugosas y lisas	Colebrook & White, 1937.
$f = \frac{0.25}{\left[\log \left(\frac{\varepsilon}{3.7d} + \frac{5.74}{R^{0.9}} \right) \right]^2}$	Swamee - Jain	$5 \times 10^3 \leq R \leq 1 \times 10^8$ $10^{-6} \leq \varepsilon/d \leq 5 \times 10^{-2}$	Pérez-Pupo et al., 2020.
$f = \frac{0.3164}{R^{1/4}}$	Blasius	$R > 1 \times 10^5$ Tuberías hidráulicamente lisas	Sotelo, 1980.
$f = \frac{0.25}{\left[\log \left[\frac{\varepsilon}{3.7d} + \left(\frac{6.81}{R} \right)^{0.9} \right] \right]^2}$	Pavlov	$2 \times 10^3 \leq R \leq 1 \times 10^8$ $\varepsilon/d \leq 5 \times 10^{-2}$	Anaya-Durand et al., 2014.
$f = \frac{1}{3.24 \left[\log \left[\left(\frac{\varepsilon}{3.7d} \right)^{1.11} + \frac{6.9}{R} \right] \right]^2}$	Haaland	$4 \times 10^3 \leq R \leq 1 \times 10^8$ $10^{-6} \leq \varepsilon/d \leq 5 \times 10^{-2}$	Haaland, 1983.
$f = \frac{0.25}{\left[\log \left[\frac{\varepsilon}{3.7d} + \frac{4.518 \log(R/7)}{R(1 + (R^{0.52}/29)(\varepsilon/d)^{0.7})} \right] \right]^2}$	Barr - White	$3 \times 10^3 \leq R \leq 3 \times 10^7$ $10^{-7} \leq \varepsilon/d \leq 10^{-1}$	Barr & White, 1981. (Saldarriaga, 2007)
$f = \frac{0.25}{\left[\log \left[\frac{\varepsilon}{3.71d} + \frac{2.51(1.14 - 2 \log(\varepsilon/d))^{0.75}}{R} \right] \right]^2}$	Shaikh, Massan & Wagan	$1 \times 10^4 \leq R \leq 1 \times 10^8$ $10^{-6} \leq \varepsilon/d \leq 5 \times 10^{-2}$	Shaikh, Massan & Wagan, 2015.
$f = \frac{0.25}{\left[\log \left[\frac{\varepsilon}{3.7d} + \frac{95}{R^{0.983}} - \frac{96.82}{R} \right] \right]^2}$	Manadilli	$5 \times 10^3 \leq R \leq 1 \times 10^9$ Cualquier rugosidad relativa ε/d	Anaya-Durand et al., 2014.
$f = \frac{0.25}{\left[\log \left[\frac{\varepsilon}{3.71d} - \frac{1.975}{R} \left[\ln \left(\left(\frac{\varepsilon}{3.93d} \right)^{1.092} + \frac{7.627}{R + 395.9} \right) \right] \right] \right]^2}$	Offor & Alabi	$1 \times 10^3 \leq R \leq 1 \times 10^8$ $\varepsilon/d \leq 5 \times 10^{-2}$	Offor & Alabi, 2016.
$f = \frac{1}{3.24 \left[\log \left(\frac{R}{0.135R(\varepsilon/d) + 6.5} \right) \right]^2}$	Round	$4 \times 10^3 \leq R \leq 1 \times 10^8$ $\varepsilon/d \leq 5 \times 10^{-2}$	Round, 1980.

2.6. Cálculo de la precisión

La precisión de cada una de las expresiones seleccionadas se definió mediante el error relativo (ER) respecto de las lecturas experimentales de las pérdidas de carga, aplicando la expresión 3, en la cual x_i es el valor experimental (observado) e y_i el valor teórico obtenido con las expresiones seleccionadas.

$$ER = \frac{100|x_i - y_i|}{x_i} \quad (3)$$

Adicionalmente, para observar concomitantemente y de forma agregada la precisión de cada expresión, también se calcularon el índice de concordancia de Willmott (ICW) (Willmott, 1981), junto a la raíz cuadrada del error cuadrático medio ($RMSE$), mediante las ecuaciones 4 y 5, respectivamente.

$$ICW = 1 - \frac{\sum(x_i - y_i)^2}{\sum(|y_i - \bar{x}| + |x_i - \bar{x}|)^2} \quad (4)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum(y_i - x_i)^2}{n}} \quad (5)$$

Se aplicó también un análisis de varianza con los datos del error relativo y se realizó la comparación de medias de esta variable con la prueba LSD de Fisher (Gutiérrez y De la Vara, 2008) entre cada una de las expresiones consideradas.

3. Resultados

En todas las tuberías evaluadas se confirmó la relación directa entre el incremento de la carga inicial y el aumento de las pérdidas de carga por fricción corregidas (PCC), como consecuencia del mayor caudal circulante bajo presiones de prueba entre 10 y 30 m (Tabla 2). Para cada condición de carga, las mayores pérdidas se registraron en los diámetros menores, lo que refleja el efecto combinado del diámetro interno y de la velocidad media sobre el gradiente hidráulico. Así, a 10 m de carga inicial, la tubería de 25 mm presentó la mayor pérdida (2.396 m), mientras que la de 50 mm registró la menor (1.747 m); esta tendencia se mantuvo a 30 m, indicando que, aun cuando los caudales no son idénticos entre diámetros, la reducción del área transversal en las tuberías menores incrementa la velocidad y, en consecuencia, las pérdidas por fricción.

El incremento de la carga inicial produjo aumentos concomitantes en el caudal (Q), la velocidad media (V) y el número de Reynolds (R), con variaciones que alcanzaron hasta un 90 % en la tubería de 50 mm y un 58 % en la de 32 mm entre las presiones extremas evaluadas. En todos los casos, los valores de Reynolds superaron ampliamente el umbral de 4000, situando el flujo en régimen turbulento (Munson, Okiishi, Huebsch & Rothmayer, 2013). Este comportamiento confirma que las pérdidas medidas corresponden predominantemente al régimen turbulento plenamente desarrollado, condición relevante para la posterior evaluación comparativa de las expresiones teóricas, dado que la mayoría de ellas fueron formuladas precisamente para este intervalo de flujo.

Tabla 2. Resultados experimentales.

DN (mm)	DI (mm)	CI (m)	CF (m)	PCO (m)	DP (m)	PCC (m)	Q (m ³ /s)	V (m/s)	R*
25	21.2	10	8.00	2.00	0.396	2.396	0.000293	0.830	16 764.7
		15	12.20	2.80		3.196	0.000367	1.039	20 992.8
		20	16.20	3.80		4.196	0.000434	1.230	24 866.5
		25	20.10	4.90		5.296	0.000493	1.397	28 231.7
		30	24.50	5.50		5.896	0.000526	1.489	30 094.6
32	28.2	10	8.10	1.90	0.255	2.155	0.000651	1.043	28 039.7
		15	12.50	2.50		2.755	0.000742	1.189	31 955.4
		20	15.80	4.20		4.455	0.000996	1.594	42 861.2
		25	20.60	4.40		4.655	0.001011	1.619	43 513.5
		30	25.00	5.00		5.255	0.001032	1.652	44 416.7
40	35.2	10	8.20	1.80	0.345	2.145	0.001157	1.189	39 897.4
		15	12.80	2.20		2.545	0.001286	1.322	44 346.9
		20	16.60	3.40		3.745	0.001587	1.631	54 729.1
		25	20.40	4.60		4.945	0.001882	1.934	64 896.5
		30	24.60	5.40		5.745	0.002040	2.096	70 347.5
50	45.0	10	8.60	1.40	0.347	1.747	0.001856	1.167	50 051.2
		15	13.20	1.80		2.147	0.002284	1.436	61 616.7
		20	17.10	2.90		3.247	0.002701	1.698	72 845.6
		25	20.80	4.20		4.547	0.003486	2.192	94 018.6
		30	25.60	4.40		4.747	0.003525	2.216	95 069.4

DN = Diámetro nominal

DI = Diámetro interno

CI = Carga inicial

CF = Carga final



PCO = Pérdida de carga observada

DP = Desnivel positivo

PCC = Pérdida de carga corregida

Q = Caudal

V = Velocidad

R = Número de Reynolds

*Calculado con una viscosidad cinemática de $1.049 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, establecido para una temperatura media del agua de 18.2 °C

Del análisis conjunto de las pérdidas de carga teóricas (PCT) y los errores relativos (ER), en la tubería de 25 mm se destaca la ecuación de Shaikh-Massan-Wagan como la más precisa, con las PCT más cercanas a las observadas y errores mínimos entre 0.2 % y 2.5 %, especialmente a partir de los 15 m (Tabla 3), lo que sugiere una mejor adaptación en condiciones de mayor carga. Aunque Hazen-Williams también mostró bajos errores en las cargas altas (0.2 % en 25 m y 0.9 % en 30 m), su elevado error en 10 m (15.9 %) limita su confiabilidad general. Las expresiones como Colebrook-White, Swamee-Jain, Barr-White y Manadilli presentaron un desempeño constante, con errores entre 4.5 % y 7.6 %, y pérdidas de carga muy próximas entre éstas, sin ser las más exactas. En contraste, Blasius presentó las PCT más altas y errores de hasta 9.3 %, evidenciando mayoritariamente la menor precisión.

Tabla 3. Pérdidas de carga (m) y error relativo (%) de cada expresión en la tubería de 25 mm.

Ecuación	10 m		15 m		20 m		25 m		30 m	
	PCT (m)	ER (%)	PCT (m)	ER (%)	PCT (m)	ER (%)	PCT (m)	ER (%)	PCT (m)	ER (%)
Colebrook-White	2.252	6.0	3.345	4.7	4.510	7.5	5.646	6.6	6.323	7.2
Swamee-Jain	2.251	6.1	3.339	4.5	4.499	7.2	5.629	6.3	6.303	6.9
Blasius	2.300	4.0	3.409	6.7	4.585	9.3	5.726	8.1	6.403	8.6
Pavlov	2.238	6.6	3.320	3.9	4.474	6.6	5.599	5.7	6.270	6.3
Haaland	2.238	6.6	3.319	3.9	4.471	6.6	5.593	5.6	6.261	6.2
Barr - White	2.249	6.1	3.341	4.5	4.506	7.4	5.640	6.5	6.317	7.1
Shaikh-Massan-Wagan	2.168	9.5	3.201	0.2	4.299	2.5	5.367	1.3	6.003	1.8
Manadilli	2.254	5.9	3.349	4.8	4.516	7.6	5.653	6.7	6.332	7.4
Offor-Alabi	2.238	6.6	3.319	3.9	4.471	6.6	5.593	5.6	6.261	6.2
Round	2.212	7.7	3.284	2.7	4.427	5.5	5.542	4.6	6.207	5.3
Hazen - Williams	2.014	15.9	3.055	4.4	4.180	0.4	5.287	0.2	5.952	0.9

PCT = Pérdida de carga teórica

ER = Error relativo

En la tubería de 32 mm (Tabla 4), la ecuación de Shaikh-Massan-Wagan evidenció una combinación favorable de precisión y estabilidad, PCT muy cercanas a las observadas y errores relativos moderados, que oscilaron entre 3.0 % y 6.7 % a lo largo de todas las cargas analizadas. La formulación de Hazen-Williams presentó los menores errores en cargas bajas (2.4 % y 2.0 %), pero aumentó su desviación en cargas intermedias (hasta 8.7 %), mostrando un ajuste no uniforme. Por otro lado, la ecuación de Blasius, junto con Manadilli y Offor-Alabi, generaron

sistemáticamente las PCT más altas y errores de hasta 13.4 %, evidenciando una tendencia a la sobreestimación. Por su parte, Colebrook-White, Swamee-Jain, Pavlov, Haaland y Barr-White ofrecieron resultados uniformes, con errores entre 7.0 % y 12.6 %, y PCT bastante próximas entre sí. Finalmente, la ecuación de Round presentó errores decrecientes hasta alcanzar 0.0 % en la carga máxima evaluada, destacándose en el extremo superior del rango analizado.

Tabla 4. Pérdidas de carga (m) y error relativo (%) de cada expresión en la tubería de 32 mm.

Ecuación	10 m		15 m		20 m		25 m		30 m	
	PCT (m)	ER (%)	PCT (m)	ER (%)	PCT (m)	ER (%)	PCT (m)	ER (%)	PCT (m)	ER (%)
Colebrook-White	2.357	9.4	2.970	7.8	5.002	12.3	5.138	10.4	5.330	1.4
Swamee-Jain	2.356	9.3	2.969	7.8	5.000	12.2	5.136	10.3	5.328	1.4
Blasius	2.404	11.5	3.022	9.7	5.052	13.4	5.187	11.4	5.377	2.3
Pavlov	2.344	8.7	2.953	7.2	4.975	11.7	5.110	9.8	5.301	0.9
Haaland	2.343	8.7	2.951	7.1	4.968	11.5	5.103	9.6	5.293	0.7
Barr - White	2.362	9.6	2.978	8.1	5.018	12.6	5.155	10.7	5.347	1.8
Shaikh-Massan-Wagan	2.257	4.7	2.837	3.0	4.754	6.7	4.883	4.9	5.063	3.7
Manadilli	2.366	9.8	2.983	8.3	5.028	12.9	5.166	11.0	5.358	2.0
Offor-Alabi	2.364	9.7	2.980	8.2	5.023	12.8	5.160	10.9	5.353	1.9
Round	2.319	7.6	2.923	6.1	4.929	10.6	5.064	8.8	5.253	0.0
Hazen - Williams	2.207	2.4	2.811	2.0	4.843	8.7	4.980	7.0	5.173	1.6

PCT = Pérdida de carga teórica

ER = Error relativo

En el diámetro de 40 mm (Tabla 5), la ecuación de Shaikh-Massan-Wagan volvió a presentar el mejor ajuste global, con pérdidas de carga entre 2.156 m y 5.884 m y errores relativos bajos y estables (0.5 % - 3.1 %) en todo el rango de carga, evidenciando precisión y consistencia. La formulación de Hazen-Williams mostró un desempeño aceptable, con errores entre 1.3 % y 8.1 %, destacándose en cargas bajas y moderadas, aunque con mayor variabilidad que la anterior. En contraste, las ecuaciones como Colebrook-White, Swamee-Jain, Blasius, Barr-White y Manadilli tienden a sobreestimar las pérdidas de carga, alcanzando valores de hasta 6.256 m y errores que superan el 9 %, lo que refleja una mayor desviación respecto a los datos experimentales. La ecuación de Round presentó un comportamiento intermedio, con errores entre 3.7 % y 7.4 % y pérdidas de carga de hasta 6.139 m, situándose como una alternativa aceptable, aunque sin alcanzar el nivel de ajuste de Shaikh-Massan-Wagan.

Tabla 5. Pérdidas de carga (m) y error relativo (%) de cada expresión en la tubería de 40 mm.

Ecuación	10 m		15 m		20 m		25 m		30 m	
	PCT (m)	ER (%)	PCT (m)	ER (%)	PCT (m)	ER (%)	PCT (m)	ER (%)	PCT (m)	ER (%)
Colebrook-White	2.268	5.7	2.738	7.6	3.985	6.4	5.405	9.3	6.246	8.7
Swamee-Jain	2.258	5.3	2.725	7.1	3.965	5.9	5.378	8.8	6.215	8.2
Blasius	2.291	6.8	2.757	8.3	3.984	6.4	5.368	8.6	6.182	7.6
Pavlov	2.246	4.7	2.711	6.5	3.945	5.4	5.352	8.2	6.185	7.7
Haaland	2.245	4.7	2.709	6.4	3.940	5.2	5.343	8.0	6.173	7.4
Barr - White	2.267	5.7	2.736	7.5	3.982	6.3	5.402	9.2	6.242	8.7
Shaikh-Massan-Wagan	2.156	0.5	2.598	2.1	3.767	0.6	5.097	3.1	5.884	2.4
Manadilli	2.271	5.9	2.741	7.7	3.990	6.5	5.413	9.5	6.256	8.9
Offor-Alabi	2.269	5.8	2.739	7.6	3.986	6.4	5.408	9.4	6.249	8.8
Round	2.225	3.7	2.686	5.5	3.912	4.5	5.310	7.4	6.139	6.9
Hazen - Williams	2.172	1.3	2.642	3.8	3.900	4.1	5.347	8.1	6.209	8.1

PCT = Pérdida de carga teórica

ER = Error relativo

Para el diámetro de 50 mm (Tabla 6) se confirma, en términos generales, una tendencia a la sobreestimación de las pérdidas de carga teóricas respecto a las observadas, especialmente bajo mayores cargas. Las ecuaciones de Colebrook-White, Swamee-Jain, Barr-White, Manadilli y Offor-Alabi registraron errores relativos superiores al 9 % en varios puntos, con PCT de hasta 5.128 m, evidenciando una sobrevaloración sistemática de la resistencia al flujo. Shaikh-Massan-Wagan presentó los menores errores en cargas altas (mínimo de 1.5 % y PCT hasta 4.817 m),

aunque incrementó su desviación en cargas bajas (hasta 11.8 %), lo que sugiere un ajuste dependiente de la condición hidráulica. Round mostró un comportamiento intermedio (4.0 % - 8.9 %), mientras que Blasius y Pavlov ofrecieron estimaciones más conservadoras, con PCT no superiores a 5.070 m y errores moderados, perfilándose como alternativas con menor tendencia a la sobreestimación.

Tabla 6. Pérdidas de carga (m) y error relativo (%) de cada expresión en la tubería de 50 mm.

Ecuación	10 m		15 m		20 m		25 m		30 m	
	PCT (m)	ER (%)	PCT (m)	ER (%)	PCT (m)	ER (%)	PCT (m)	ER (%)	PCT (m)	ER (%)
Colebrook-White	1.623	7.1	2.352	9.5	3.174	2.3	5.019	10.4	5.121	7.9
Swamee-Jain	1.614	7.6	2.339	9.0	3.157	2.8	4.993	9.8	5.094	7.3
Blasius	1.631	6.7	2.346	9.3	3.145	3.1	4.915	8.1	5.012	5.6
Pavlov	1.606	8.1	2.328	8.4	3.142	3.2	4.970	9.3	5.070	6.8
Haaland	1.605	8.1	2.326	8.3	3.138	3.4	4.960	9.1	5.060	6.6
Barr - White	1.622	7.2	2.351	9.5	3.172	2.3	5.017	10.3	5.118	7.8
Shaikh-Massan-Wagan	1.541	11.8	2.226	3.7	2.996	7.7	4.722	3.9	4.817	1.5
Manadilli	1.624	7.0	2.354	9.7	3.178	2.1	5.027	10.6	5.128	8.0
Offor-Alabi	1.623	7.1	2.353	9.6	3.175	2.2	5.022	10.4	5.123	7.9
Round	1.591	8.9	2.308	7.5	3.117	4.0	4.936	8.6	5.036	6.1
Hazen - Williams	1.575	9.8	2.315	7.8	3.156	2.8	5.062	11.3	5.168	8.9

PCT = Pérdida de carga teórica

ER = Error relativo

Visto de manera integral en los cuatro diámetros de evaluación, los valores numéricos del error relativo indican que la ecuación de Shaikh-Massan-Wagan es la que presenta los más bajos ER en todas las tuberías (Figura 2), especialmente en 40 mm (1.74 %) y 25 mm (3.05 %), evidenciando una alta cercanía con los datos experimentales. Subsiguientemente, también destacan en desempeño las ecuaciones de Round y Hazen-Williams, que también mantienen errores bajos, especialmente en los diámetros de 25 mm a 40 mm. Por el contrario, expresiones comúnmente aceptadas como las de Blasius, Swamee-Jain y Colebrook-White presentan errores sistemáticamente mayores, superando en varios casos el 7.0 %, lo que pone en cuestión su aplicabilidad directa en condiciones reales con tuberías de polietileno. De allí que, para condiciones semejantes a las del presente estudio, ecuaciones menos tradicionales como las de Shaikh-Massan-Wagan pueden ofrecer mayor exactitud en la estimación de pérdidas de carga por fricción.

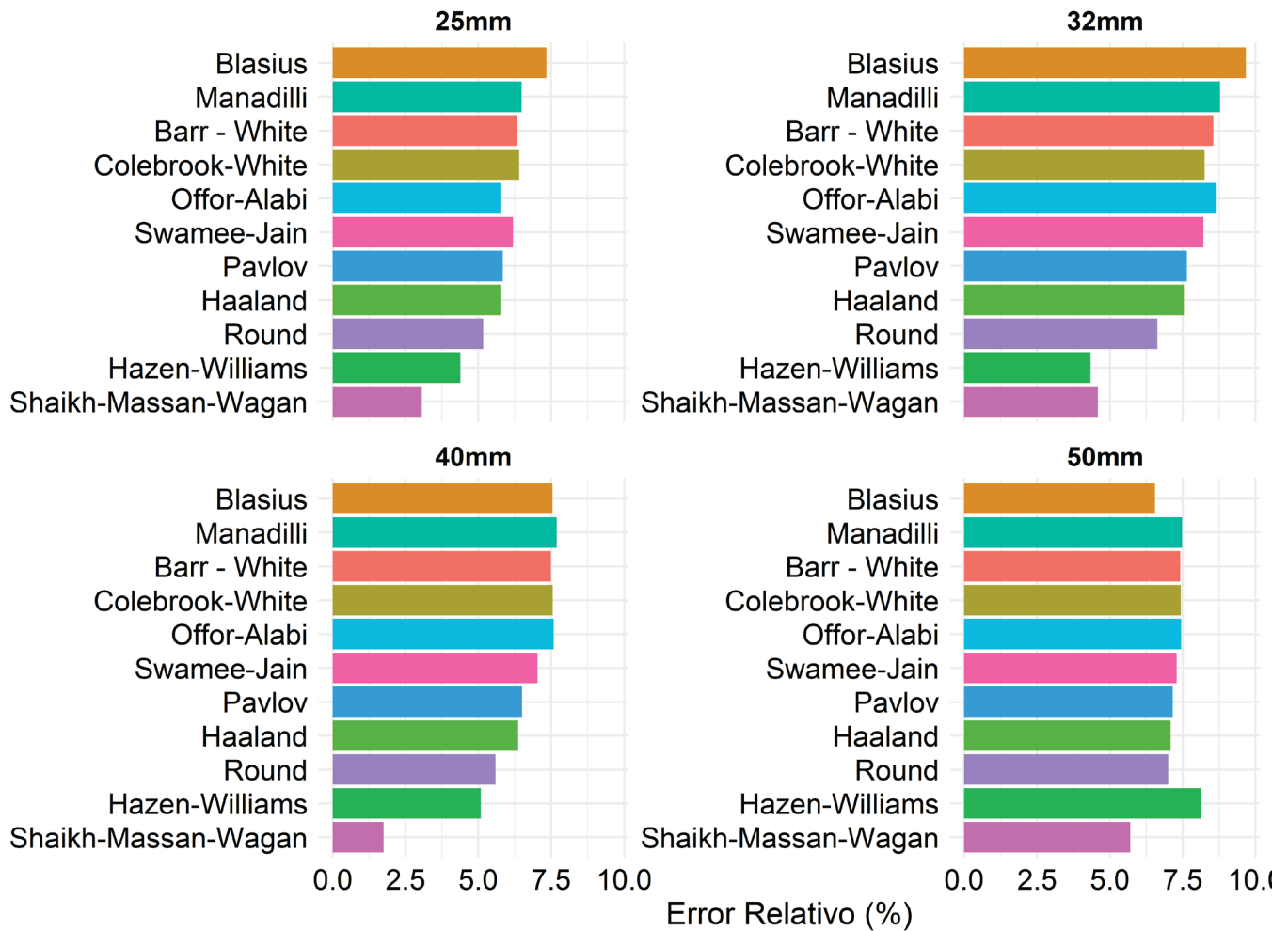


Figura 2. Error relativo de las expresiones de cálculo de pérdidas de carga por fricción en tuberías de polietileno para diferentes diámetros.

La relación entre el incremento de la carga hidráulica y la pérdida de carga por fricción presentó un comportamiento aproximadamente lineal en los cuatro diámetros evaluados (Figura 3), evidenciando una proporcionalidad directa en todo el rango analizado. Aunque las diferentes expresiones reproducen adecuadamente la tendencia general de los datos observados, se advierten discrepancias en la magnitud del ajuste; en un caso se alcanzó un error relativo de hasta 15.9 % bajo una carga de 10

m. De manera consistente, a partir de los 20 m de carga varias formulaciones tienden a sobreestimar ligeramente las pérdidas de energía, situándose sistemáticamente por encima de los valores experimentales, lo que sugiere la presencia de un sesgo positivo común en las estimaciones teóricas.

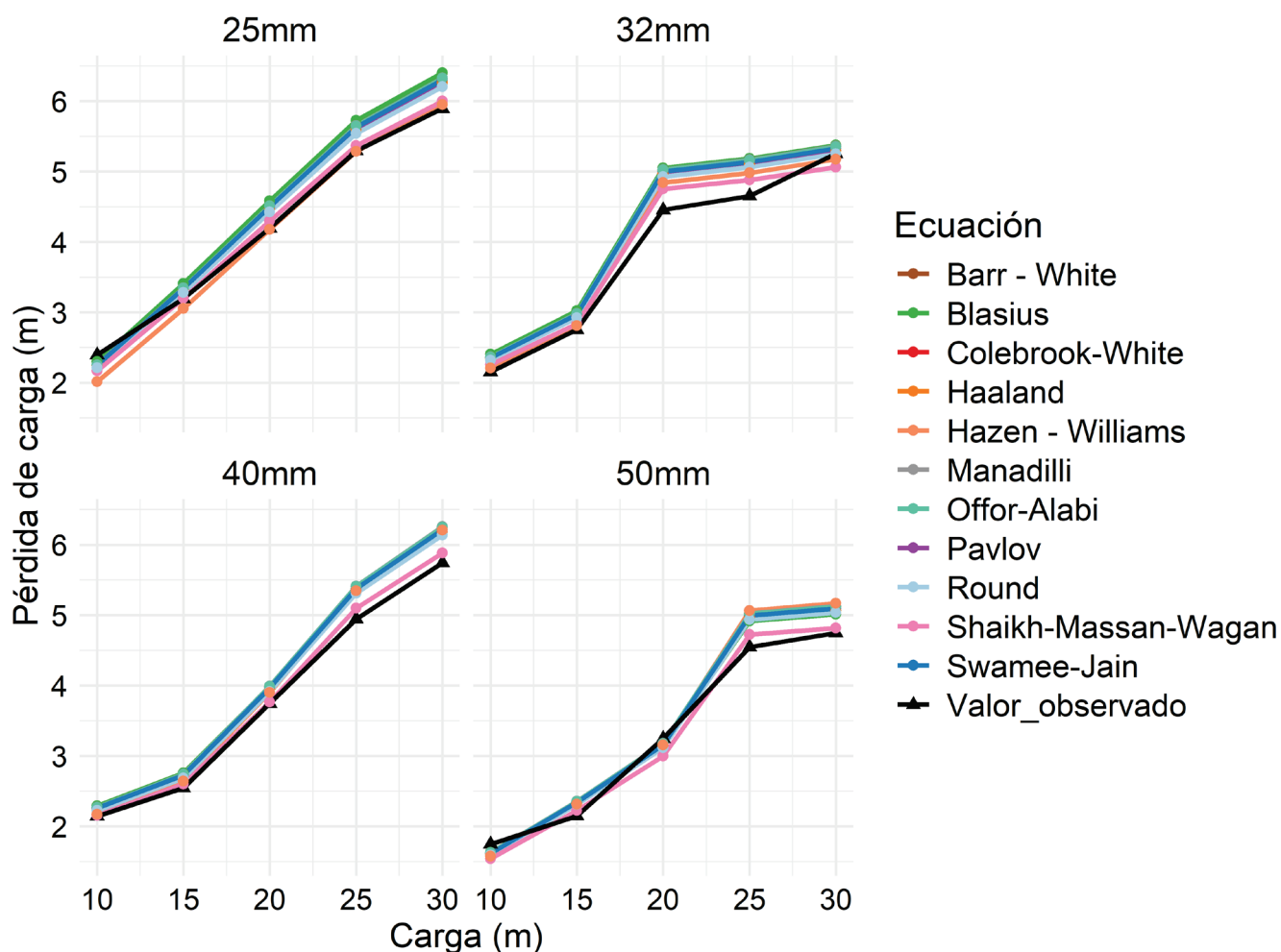


Figura 3. Tendencias de las pérdidas de carga estimadas mediante las diferentes expresiones evaluadas y de la pérdida de carga observada experimentalmente.

Si bien todas las expresiones reportaron una concordancia excelente ($ICW > 0.95$) (Pimenta et al., 2018) respecto de las pérdidas de carga experimentales, es destacable que, de este grupo de ecuaciones, la de Shaikh-Massan-Wagan haya presentado el mejor ajuste a los valores experimentales, con los mayores índices de ICW (entre 0.993 y 0.999), respaldado por los menores valores de RMSE en todos los diámetros analizados (Tabla 7), lo que indica una alta capacidad predictiva y mínima dispersión respecto a los datos observados. De forma distinta, expresiones clásicas como Blasius o Colebrook-White, aunque reportaron índices de concordancia relativamente altos ($ICW > 0.97$), exhibieron valores de RMSE significativamente más elevados, lo que implica una mayor desviación respecto a las mediciones reales.

Tabla 7. Valores del índice de concordancia de Willmott (ICW) y de la raíz del error cuadrático medio (RMSE).

Ecuación	25 mm		32 mm		40 mm		50 mm	
	ICW	RMSE	ICW	RMSE	ICW	RMSE	ICW	RMSE
Colebrook-White	0.988	0.299	0.979	0.354	0.986	0.339	0.988	0.292
Swamee-Jain	0.989	0.286	0.979	0.352	0.988	0.317	0.989	0.276
Blasius	0.983	0.360	0.974	0.397	0.988	0.314	0.992	0.232
Pavlov	0.991	0.264	0.981	0.333	0.990	0.296	0.990	0.263
Haaland	0.991	0.260	0.982	0.328	0.990	0.288	0.990	0.258
Barr - White	0.989	0.295	0.978	0.366	0.987	0.336	0.988	0.290
Shaikh-Massan-Wagan	0.998	0.126	0.993	0.198	0.999	0.096	0.995	0.172
Manadilli	0.988	0.304	0.977	0.373	0.986	0.345	0.987	0.296
Offor-Alabi	0.988	0.299	0.977	0.370	0.986	0.340	0.988	0.293
Round	0.993	0.184	0.985	0.232	0.992	0.287	0.991	0.319
Hazen - Williams	0.995	0.225	0.991	0.299	0.990	0.262	0.986	0.246

La gráfica de los valores de RMSE hace evidente la mayor exactitud de la ecuación de Shaikh-Massan-Wagan en la estimación de las pérdidas de carga, al describir los menores errores en todos los diámetros analizados (Figura 4). Sin embargo, la mayoría de las demás ecuaciones tienden a sobreestimar los valores respecto de las observaciones experimentales, lo que refleja un menor grado de ajuste al comportamiento hidráulico real de las tuberías de polietileno evaluadas.

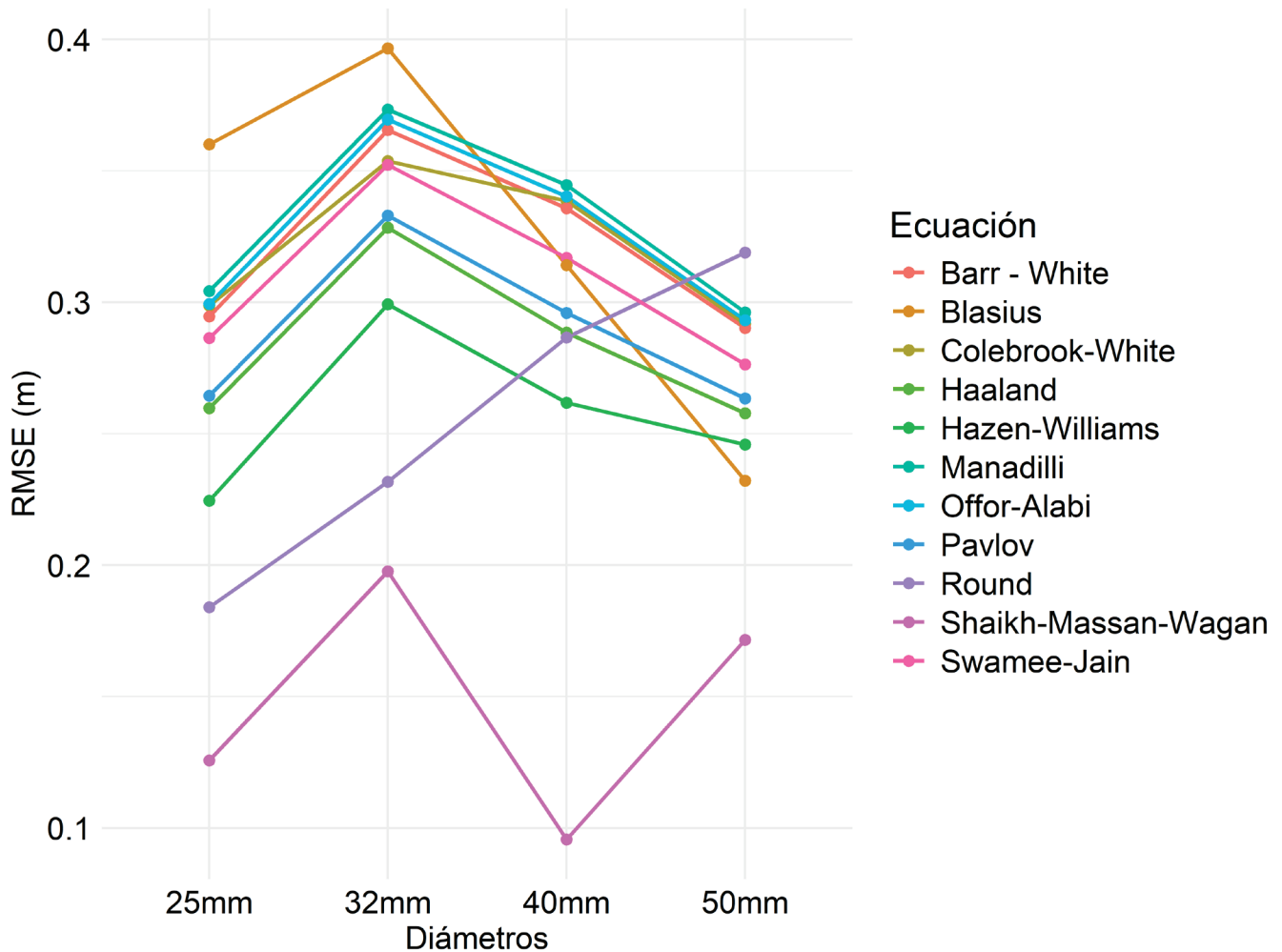


Figura 4. Valores medios de RMSE (m) de las ecuaciones evaluadas.

El análisis de varianza mostró diferencias estadísticamente significativas ($p < 0.05$) en el error relativo entre las ecuaciones valoradas, indicando que el desempeño predictivo no fue homogéneo. La prueba LSD de Fisher discriminó tres niveles de ajuste, en donde la ecuación de Shaikh-Massan-Wagan presentó el menor ER medio (3.77 %) y conformó un grupo estadísticamente distinto (letra c), evidenciando un ajuste superior frente al resto (Tabla 8). En el extremo opuesto, ecuaciones como Blasius, Manadilli, Barr-White y Colebrook-White presentaron los

valores más altos de ER (entre 7.78 % y 7.41 %), sin diferencias significativas entre ellas (grupo a), lo que indica un ajuste menos exacto frente a los datos experimentales. El resto de ecuaciones se ubican en un grupo intermedio (letras ab o bc), reflejando una precisión moderada. En conjunto, la comparación estadística respalda la mayor capacidad predictiva de Shaikh-Massan-Wagan en la estimación de pérdidas de carga por fricción en tuberías de polietileno.

Tabla 8. Análisis comparativo del error relativo medio (%) según la prueba LSD de Fisher.

Ecuaciones	Medias* de ER (%)
Blasius	7.78 a
Manadilli	7.61 a
Barr - White	7.45 a
Colebrook - White	7.41 a
Offor - Alabi	7.37 a
Swamee - Jain	7.18 ab
Pavlov	6.79 ab
Haaland	6.69 ab
Round	6.10 ab
Hazen - Williams	5.48 bc
Shaikh - Massan - Wagan	3.77 c

*Medias con letras iguales no difieren significativamente ($p > 0.05$)

4. Discusión

La evidencia experimental confirma que el incremento de la carga hidráulica inicial produjo un aumento sistemático de las pérdidas de carga por fricción en todas las tuberías evaluadas. Este comportamiento es coherente con los principios fundamentales de la mecánica de fluidos, donde un mayor gradiente hidráulico genera incrementos en el caudal y, en consecuencia, mayores esfuerzos cortantes en la pared interna de la tubería (Streeter, Wylie, & Bedford, 1998). En este sentido, los resultados obtenidos no constituyen un hallazgo aislado, sino que se alinean con la formulación energética establecida por la ecuación de Darcy-Weisbach y su dependencia funcional respecto a la velocidad del flujo.

La influencia del diámetro interno se manifestó de forma consistente en todos los niveles de carga. Las tuberías de menor diámetro registraron mayores pérdidas de carga, aun cuando los caudales diferían entre diámetros, lo que confirma el papel dominante de la relación entre velocidad media y disipación de energía (Munson et al., 2013). Este patrón ratifica que, en régimen turbulento, el diámetro no solo afecta la magnitud del flujo conducido, sino también la tasa de conversión de energía mecánica en pérdidas por fricción, en concordancia con los desarrollos teóricos para flujo turbulento en conductos presurizados (Jamil, 2019; White, 2011).

El análisis del número de Reynolds mostró valores superiores a 4000 en todos los casos, lo que confirma que los ensayos se desarrollaron en régimen completamente turbulento (Falkovich, 2011; White, 2011). Esta condición es relevante porque la validez y precisión de muchas ecuaciones explícitas dependen precisamente del rango de turbulencia para el cual fueron formuladas. Por tanto, la comparación entre

expresiones no se realizó en un escenario transicional o incierto, sino dentro del dominio operativo típico de los sistemas reales de conducción en tuberías plásticas como el polietileno.

Bajo este contexto hidráulico, el contraste entre ecuaciones adquiere significado técnico. La expresión de Shaikh-Massan-Wagan evidenció el menor error relativo y los mejores indicadores globales de ajuste, posicionándose como la alternativa más precisa dentro del escenario evaluado. Este desempeño es consistente con lo reportado por Beltrán (2021), quien identificó a esta ecuación como una de las más exactas entre múltiples formulaciones explícitas, y con lo señalado por sus propios autores (Shaikh et al., 2015), quienes la desarrollaron como una aproximación explícita optimizada de la ecuación de Colebrook-White, resaltando su mejor comportamiento que otras expresiones en un amplio rango de números de Reynolds y rugosidades relativas. En consecuencia, los resultados experimentales respaldan su robustez no solo teórica, sino también práctica en tuberías de polietileno bajo flujo turbulento.

Por otro lado, ecuaciones tradicionales como Blasius, Manadilli, Barr-White, Offor-Alabi y Swamee-Jain presentaron errores relativos mayores, aunque estadísticamente similares a Colebrook-White. Esta consistencia sugiere que, si bien la formulación puede diferir en complejidad o fundamento empírico, mantienen un comportamiento convergente en régimen turbulento, tal como ha sido documentado por varios autores (Pérez-Pupo et al., 2020; Pimenta et al., 2018; Tolentino y González, 2023). No obstante, el hecho de que no hayan mostrado ventajas comparativas claras frente a la referencia implícita limita su aporte cuando se busca optimizar precisión.

Las ecuaciones de Haaland, Pavlov y Round ocuparon una posición intermedia, combinando simplicidad con errores relativamente bajos. En

documentos independientes la literatura ha destacado estas expresiones como alternativas prácticas por su equilibrio entre facilidad de implementación y precisión aceptable (Anaya-Durand et al., 2014; Beltrán, 2021; Brkić, 2011). Sin embargo, en las condiciones específicas evaluadas, no lograron superar sistemáticamente a la formulación de Shaikh-Massan-Wagan, lo que refuerza la idea de que el desempeño comparativo depende del rango de Reynolds y de la rugosidad relativa considerada.

Un resultado particularmente relevante fue el comportamiento de la ecuación de Hazen-Williams. A pesar de no derivarse de principios universales del flujo turbulento y de sus restricciones teóricas para ciertos diámetros (Alegret y Martínez, 2019; Mott, 2006), mostró un error relativo competitivo e incluso menor que varias expresiones clásicas. Este hallazgo puede explicarse porque las condiciones experimentales se situaron dentro del rango operativo donde la ecuación ha demostrado buen desempeño empírico (Liou, 1998; Monís, 2020; Munson et al., 2013), especialmente en turbulencia moderada y velocidades típicas de sistemas de distribución. Por tanto, más que contradecir sus limitaciones teóricas, los resultados sugieren que, bajo condiciones controladas y dentro de su dominio empírico, puede ofrecer estimaciones satisfactorias.

Es necesario indicar que, aun en régimen turbulento, el comportamiento hidráulico próximo a la pared del medio de conducción está gobernado por la existencia de una subcapa laminar cuyo espesor regula la interacción entre la rugosidad interna y el núcleo turbulento del flujo (Munson et al., 2013; White, 2011). Si las irregularidades superficiales quedan contenidas dentro de esa subcapa, la conducción se comporta como hidráulicamente lisa; cuando la rugosidad la sobrepasa, se alcanza la turbulencia completamente desarrollada, y en condiciones

intermedias se presenta un régimen de transición (Cengel & Cimbala, 2014). Dado que las tuberías de plástico como las de polietileno poseen baja rugosidad relativa, es razonable que en los escenarios evaluados predomine un comportamiento cercano al régimen hidráulicamente liso, lo que ayuda a explicar la similitud entre varias expresiones derivadas de la formulación de Colebrook-White, así como el mejor ajuste de aquellas ecuaciones que reproducen con mayor fidelidad ese fundamento teórico.

En conjunto, la discusión permite establecer que, aunque múltiples ecuaciones presentan comportamientos coherentes en régimen turbulento, la expresión de Shaikh-Massan-Wagan mostró la mayor capacidad de reducir el error relativo sin sacrificar aplicabilidad práctica. Su carácter explícito constituye además una ventaja operativa frente a la naturaleza implícita de Colebrook-White, particularmente en procesos de modelación hidráulica donde se realizan cálculos repetitivos o simulaciones extensivas (Offor & Alabi, 2016). En consecuencia, bajo las condiciones experimentales evaluadas, esta expresión emerge como la alternativa técnicamente más robusta para la estimación de pérdidas de carga en tuberías de polietileno.

5. Conclusiones

Todas las expresiones evaluadas presentaron concordancias excelentes ($ICW > 0.95$) respecto de las pérdidas de carga experimentales y errores relativos menores al 10 %; sin embargo, la ecuación de Shaikh-Massan-Wagan es la que se destacó en cuanto a exactitud, además de precisión, en todos los diámetros evaluados, al presentar los más bajos valores de RMSE y un ER promedio significativamente menor que el resto de ecuaciones. Por lo tanto, se recomienda el uso de esta expresión explícita

para el cálculo de pérdidas de carga en tuberías de polietileno en diámetros nominales de 25 mm, 32 mm, 40 mm y 50 mm.

6. Agradecimientos

Al Departamento de Ingeniería Agrícola de la Universidad Agraria del Ecuador, en especial a los ingenieros Jeremy Azú, Crístopher Íñiguez y Jefferson Inga, por los equipos y el apoyo brindado en la realización de las pruebas.

7. Referencias

- Abdulameer, L.S., Dzhumagulova, N., Algretawee, H., Zhuravleva, L., & Alshammari, M.H. (2022). Comparison between Hazen-Williams and Darcy-Weisbach equations to calculate head loss through conveyancing treated wastewater in Kerbala city, Iraq. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 19(115), 36-43. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2022.251385>
- Achour, B., & Amara, L. (2020). Theoretical considerations on flow regime dependency of the Hazen-Williams coefficient. *Larhyss Journal*, 18(42), 53-62. <http://larhyss.net/ojs/index.php/larhyss/article/view/727/723>
- Alambra, K. (27 de agosto del 2024). *Calculadora de la viscosidad del agua*. Omni Calculator. Recuperado de <https://n9.cl/m9zww>
- Alegret, E. y Martínez, Y. (2019). Coeficiente de Hazen-Williams en función del número de Reynolds y la rugosidad relativa. *Ingeniería Hidráulica y Ambiental*, 40(3), 41-55. <https://riha.cujae.edu.cu/index.php/riha/article/view/491>

- Alfaro-Guerra, M. y Olivares-Gallardo, A. (2019). Evaluación experimental de la solución analítica exacta de la ecuación de Colebrook-White. *Ingeniería Investigación y Tecnología*, 20(2), 1-11. <https://doi.org/10.22201/fi.25940732e.2019.20n2.021>
- Anaya-Durand, A., Cauch-Segovia, G., Funabazama-Bárceñas, O. y García-Medrano-Bravo, V. (2014). Evaluación de ecuaciones de factor de fricción explícito para tuberías. *Educación química*, 25(2), 128-134. [https://doi.org/10.1016/S0187-893X\(14\)70535-X](https://doi.org/10.1016/S0187-893X(14)70535-X)
- Arumugam, A., Kibrom, H., Gebreamlak, M., Teame, M., & Mengstu, M. (2022). Comparative analysis and validation of selected explicit equation models for determination of Darcy friction factor to estimate major head loss for a pressurized flow system. *Science & Technology Asia*, 27(3), 216-235. <https://ph02.tci-thaijo.org/index.php/SciTechAsia/article/view/241771>
- Barr, D., & White, C. (1981). Solutions of the Colebrook-White function for resistance to uniform turbulent flow. *Proc. Inst. Civ. Engrs.*, 71(2), 529-535. <https://doi.org/10.1680/iicep.1981.1895>
- Beltrán, L. (2021). *Validación de las ecuaciones del factor de fricción en tuberías a presión* (Tesis de grado). Universidad Católica de Colombia, Colombia. <https://hdl.handle.net/10983/26576>
- Brkić, D. (2011). Review of explicit approximations to the Colebrook relation for flow friction. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 77(1), 34-48. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2011.02.006>
- Çengel, Y. A., & Cimbala, J. M. (2014). *Fluid mechanics: Fundamentals and applications* (3rd ed.). New York, EE. UU.: McGraw-Hill. <https://n9.cl/eqygy>

- Colebrook, C.F., & White, C.M. (1937). Experiments with fluid friction in roughened pipes. proceedings of the royal society. *Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 161(906), 367-381. <https://doi.org/10.1098/rspa.1937.0150>
- Da Rocha, H. S., Marques, P. A., Camargo, A. P., Frizzone, J. A., & Saretta, E. (2017). Internal surface roughness of plastic pipes for irrigation. *Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental*, 21(3), 143-149. <https://doi.org/10.1590/1807-1929/agriambi.v21n3p143-149>
- Darweesh, M. S., Salah, W. A., Awwad, T. A., Ragad, E. M., & Ahmed, A. A. (2024). An improved form of Hazen-Williams equation for pressurized flow. *Engineering, Technology & Applied Science Research*, 14(3), 14640-14644. <https://doi.org/10.48084/etasr.7511>
- Falkovich, G. (2011). *Fluid Mechanics* (2nd. ed.). United Kingdom: Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511794353>
- Gavilánez, F. (2019). Incidencia de la presión sobre el coeficiente de rugosidad C de Hazen-Williams. *Tecnología y ciencias del agua*, 10(5), 214-225. <https://doi.org/10.24850/j-tyca-2019-05-08>
- Guerrero, J. (2015). Ecuación modificada de Colebrook-White. *Tecnología y ciencias del agua*, 10(1), 43-49. <https://www.revistatyca.org.mx/index.php/tyca/article/view/746>
- Gutiérrez, H. y De la Vara, R. (2008). *Análisis y diseño de experimentos* (2da. Ed.). México: McGraw-Hill Interamericana S. A.
- Haaland, S. E. (1983). Simple and explicit formulas for the friction factor in turbulent pipe flow. *Journal of Fluids Engineering*, 105(1), 89-90. <https://doi.org/10.1115/1.3240948>

- Jamil, R. (2020). Frictional head loss relation between Hazen-Williams and Darcy-Weisbach equations for various water supply pipe materials. *International Journal of Water*, 13(4), 333-347. <https://doi.org/10.1504/IJW.2019.106047>
- Kaseng, F, Bayona, R., & Rodríguez, C. (2020). Alternate formula for calculating the Darcy coefficient in turbulent flow in pipes. *3C Tecnología. Glosas de innovación aplicadas a la pyme*, 9(3), 99-109. <https://doi.org/10.17993/3ctecno/2020.v9n3e35.99-109>
- Liou, C. P. (1998). Limitations and proper use of the Hazen-Williams equation. *Journal of Hydraulic Engineering*, 124(9), 951-954. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(1998\)124:9\(951\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1998)124:9(951))
- Monís, J. (2020). *Historia, análisis y expresión gráfica de las fórmulas de pérdidas de carga utilizadas en la ingeniería hidráulica* (Tesis doctoral). Universidad de Córdoba. <http://hdl.handle.net/10396/20203>
- Moody, L.F. (1944). Friction Factors for Pipe Flow. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, 66(8), 671-678. <https://doi.org/10.1115/1.4018140>
- Mott, R. (2006). *Mecánica de fluidos* (6ta. Ed.). México: Pearson Educación.
- Munson, B. R., Okiishi, T. H., Huebsch, W. W., & Rothmayer, A. P. (2013). *Fundamentals of fluid mechanics* (7th ed.). New Jersey, EE. UU.: John Wiley & Sons. <https://n9.cl/tzz7i>

- Narváez, P. (2000). Ecuaciones de flujo para líquidos: desarrollo histórico y características fundamentales. *Revista Ingeniería e Investigación*, (45), 33-38. <https://revistas.unal.edu.co/index.php/ingainv/article/view/21313/57094>
- Offor, U., & Alabi, S. (2016). An accurate and computationally efficient explicit friction factor model. *Advances in Chemical Engineering and Science* 06, 237-245. <https://doi.org/10.4236/aces.2016.63024>
- Ormsbee, L., & Walski, T. (May 18, 2016). Darcy-Weisbach versus Hazen-Williams: No calm in West Palm [conference]. *World Environmental and Water Resources Congress 2016*. <https://doi.org/10.1061/9780784479865.048>
- Pérez-Pupo, J., Navarro-Ojeda, M., Pérez-Guerrero, J., & Batista-Zaldívar, M. (2020). On the explicit expressions for the determination of the friction factor in turbulent regime. *Revista Mexicana de Ingeniería Química*, 19(1), 313-334. <https://doi.org/10.24275/rmiq/Fen497>
- Pimenta, B. D., Robaina, A. D., Peiter, M. X., Mezzomo, W., Kirchner, J. H., & Ben, L. H. (2018). Performance of explicit approximations of the coefficient of head loss for pressurized conduits. *Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental*, 22(5), 301-307. <https://doi.org/10.1590/1807-1929/agriambi.v22n5p301-307>
- Revilla, J. (2015). Factores de pérdidas por cortante para flujo de agua en tuberías. *Tecnología y ciencias del agua*, 9-17. <https://revistatyca.org.mx/index.php/tyca/article/view/647>
- Round, G. F. (1980). An explicit approximation for the friction factor in turbulent pipe flow. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 58(1), 122-123. <https://doi.org/10.1002/cjce.5450580119>

- Saldarriaga, J. (2007). *Hidráulica de tuberías*. Colombia: Alfaomega Bogotá.
- Shaikh, M., Massan, S., & Wagan, A. (2015). A new explicit approximation to Colebrook's friction factor in rough pipes under highly turbulent cases. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 88, 538-543. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.05.006>
- Sotelo, G. (1980). *Hidráulica general*. México: Editorial Limusa S. A.
- Streeter, V. L., Wylie, E. B., & Bedford, K. W. (1998). *Fluid mechanics* (9th ed.). Boston, EE. UU.: McGraw-Hill.
- Swamee, P. K., & Jain, A. K. (1976). Explicit equations for pipe-flow problems. *Journal of the Hydraulics Division*, 102(5), 657-664. <https://doi.org/10.1061/JYCEAJ.0004542>
- Tarjuelo, J. (1999). *El riego por aspersión y su tecnología* (2da. Ed.). España: Ediciones Mundi-Prensa.
- Tolentino, S. L. y González, O. (2023). Correlación para el cálculo de la fricción turbulenta en tuberías. *Ingenius, Revista de Ciencia y Tecnología*, 1(30), 54-63. <https://doi.org/10.17163/ings.n30.2023.05>
- White, F. M. (2011). *Fluid mechanics* (7th ed.). New York, EE. UU.: McGraw-Hill. <https://n9.cl/qhn5c>
- Willmott, C.J. (1981). On the validation of models. *Physical Geography*, 2(2), 184-194. <https://doi.org/10.1080/02723646.1981.10642213>
- Zhao, Z., & Gao, J. (2020). Robustness of water hammer protection of different formulas of frictional head loss. *Desalination and Water Treatment*, 187, 172-177. <https://doi.org/10.5004/dwt.2020.25314>